

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Новосибирский государственный технический университет

На правах рукописи

Топорков Дмитрий Михайлович

**ЗУБЦОВЫЕ ПУЛЬСАЦИИ МОМЕНТА В МАШИНАХ С ДРОБНЫМИ  
ОБМОТКАМИ И ВОЗБУЖДЕНИЕМ ОТ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ**

05.09.01 Электромеханика и электрические аппараты

Диссертация  
на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель  
доктор технических наук,  
профессор Шевченко А. Ф.

Новосибирск – 2016

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение .....</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Обзор исследований зубцовых пульсаций момента и добавочных моментов от технологических погрешностей и особенности конструкции машин с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами.....</b>	<b>12</b>
1.1. Особенности конструкции синхронных машин с возбуждением от постоянных магнитов и дробными зубцовыми обмотками.....	13
1.1.1. Основные свойства постоянных магнитов .....	13
1.1.2. Особенности конструкции ротора с постоянными магнитами .....	18
1.1.3. Особенности конструкции статора .....	24
1.2. Влияние особенностей конструкции синхронных машин с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами на зубцовые пульсации момента и обзор альтернативных исследований зубцовых пульсаций момента и добавочных моментов от технологических погрешностей.....	26
<b>Глава 2. Исследование зубцовых пульсаций момента в машинах с возбуждением от постоянных магнитов аналитическим методом .....</b>	<b>36</b>
2.1. Зависимость зубцовых пульсаций момента от магнитодвижущей силы магнитов и магнитной проводимости воздушного зазора .....	37
2.2. Расчет порядковых номеров гармоник зубцовых пульсаций момента.....	43
2.3. Определение порядковых номеров гармоник магнитодвижущей силы магнитов и проводимости воздушного зазора, участвующих в создании зубцовых пульсаций момента .....	46
2.4. Исследование зубцовых пульсаций момента с помощью численного моделирования.....	53
2.4.1. Описание используемого программного продукта. ....	53

2.4.2. Исследование зубцовых пульсаций момента машин с $q=1/2$ ( $z_1=6$ , $p=2$ ).....	54
2.4.3. Исследование зубцовых пульсаций момента машин с $q=2/5$ ( $z_1=12$ , $p=5$ ) и машин с $q=3/8$ ( $z_1=18$ , $p=8$ ).....	59
<b>Выводы</b> .....	64
<b>Глава 3. Исследование влияния ширины открытия паза на величину зубцовых пульсаций момента</b> .....	66
3.1. Зависимость магнитной проводимости воздушного зазора от ширины открытия паза.....	69
3.2. Зависимость зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза... ..	72
3.2.1. Проводимость воздушного зазора с учетом насыщения стали и краевых эффектов в области открытия паза.....	72
3.2.2. Распределение намагничивающей силы, создаваемой ротором с радиальным расположением магнитов .....	80
3.2.3. Аналитический расчет зависимости зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза.....	82
3.2.4. Численный расчет зависимости зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза машины с числом пазов на полюс и фазу $q=3/8$ ( $z_1=18$ , $p=8$ ).....	84
3.2.5. Численный расчет зависимости зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза машины с числом пазов на полюс и фазу $q=1/2$ ( $z_1=6$ , $p=2$ ).....	89
3.2.6. Численный расчет зависимости зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза машины с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$ ( $z_1=12$ , $p=5$ ).....	92
3.2.7. Исследование влияния величины коэффициента полюсного перекрытия на зубцовые пульсации момента.....	95

<b>Выводы</b> .....	98
<b>Глава 4. Исследование влияния эксцентриситета ротора на добавочные моменты в машинах с возбуждением от постоянных магнитов аналитическим методом</b> .....	100
4.1. Основные допущения и определение порядковых номеров гармоник добавочных моментов от статического эксцентриситета ротора .	101
4.2 Исследование добавочных моментов, вызванных эксцентриситетом ротора, численным методом .....	106
4.2.1 Определение гармонического состава добавочных моментов, вызванных эксцентриситетом ротора .....	106
4.2.2 Исследование влияния величины эксцентриситета на добавочный момент в машине с $q=1/2$ ( $z_1=6, p=2$ ).....	108
4.2.3 Исследование влияния величины эксцентриситета на добавочный момент в машине с $q=2/5$ ( $z_1=12, p=5$ ).....	112
<b>Выводы</b> .....	115
<b>Глава 5. Экспериментальные исследования зубцовых пульсаций момента и добавочных моментов от эксцентриситета</b> .....	117
5.1. Описание объектов исследования .....	118
5.2. Описание экспериментальной установки и результаты эксперимента.....	120
<b>Выводы</b> .....	125
<b>Заключение</b> .....	126
<b>Список литературы</b> .....	129
<b>Приложение А</b> .....	138
<b>Приложение Б</b> .....	139

## Введение

Не смотря на длинную историю развития электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов, широкое их применение началось относительно недавно. Основной причиной стремительного внедрения таких машин в различные области является появление высококоэрцитивных редкоземельных магнитов на основе  $NdFeB$  и  $SmCo$ . Эти магниты обладают высокой удельной магнитной энергией, что позволяет выполнять машины с лучшими массогабаритными показателями при прочих равных условиях. Использование для возбуждения электрических машин постоянных магнитов исключает электрические потери на возбуждение, что положительно сказывается на коэффициенте полезного действия. Большой вклад в развитие отечественной теории электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов внесли ученые Балагуров В.А. [1-5], Бертинов А.И. [6], Бут Д.А. [7], Осин И.Л.[8], Галтеев Ф.Ф. [4,5,9], Ледовский А.Н. [10,11], Данилевич Я.Б. [12], Ларионов А.Н.[5], Овчинников Е.И.[13,14], Шевченко А.Ф. [15-16] и др.

Широкому внедрению машин с постоянными магнитами способствовало также развитие полупроводниковой и микропроцессорной техники. Такие электрические машины применяются в основном в системах регулируемого электропривода, и появление *MOSFET* и *IJBT*-транзисторов, обусловившее увеличение быстродействия и мощности систем управления, предопределило применение машин с постоянными магнитами в новых областях.

Отдельным подклассом можно выделить машины с дробными зубцовыми обмотками, ведущий вклад в развитие которых внес Шевченко А. Ф. [15-26]. В дробных зубцовых обмотках каждая катушка охватывает один зубец статора. Такие обмотки позволяют в габаритах обычных классических машин малой и средней мощности выполнить электрические машины с числом полюсов, достигающим 50 и более, следствием чего является отказ от применения редуктора, удешевление и уменьшение веса электропривода. Так как число полюсов ротора в подобных машинах незначительно отличается от числа

зубцов статора, то их максимальная полюсность определяется в основном технологическими возможностями изготовления многополюсного ротора.

Применение дробных зубцовых обмоток уменьшает расход меди и осевую длину двигателя за счет уменьшения длины лобовой части (ее длина практически равна зубцовому делению), а также упрощает технологию укладки, т.к. каждая катушка охватывает один зубец статора.

Однако, не смотря на перечисленные преимущества СМПМ (синхронных машин с постоянными магнитами) с дробными зубцовыми обмотками, их внедрение и широкое использование в некоторых областях ограничено. Особенно это касается высокоточных прецизионных приводов и тех областей, где к вибрациям, шумам и колебаниям момента предъявляются жесткие требования. Ограничение использования данного типа машин в указанных областях обусловлены эффектом, который в западной литературе называют “cogging torque” (зубцовые пульсации момента) [27]. Этот эффект связан с появлением дополнительных моментов в обесточенной машине в результате наличия магнитодвижущей силы (м.д.с) постоянных магнитов и переменного характера проводимости воздушного зазора.

Стоит отметить, что зубцовые пульсации момента имеют место и в машинах с классическими обмотками. Однако, в силу того, что число зубцов якоря в машинах с классическими обмотками существенно больше числа полюсов индуктора, эти моменты имеют очень малую величину. В машинах с дробными зубцовыми обмотками число зубцов мало отличается от числа полюсов. При этом количество зубцовых пульсаций момента на один оборот меньше чем в машинах с классическими обмотками, но амплитуда их выше.

Зубцовые пульсации момента могут приводить к сильным вибрациям и шуму в процессе работы машины. Кроме того, действие постоянных магнитов не прекращается при отключении питания машины. Поэтому этот эффект присутствует и при обесточенной обмотке якоря, что может оказаться крайне нежелательным в некоторых электроприводах. Например, в приводе электрического усилителя рулевого управления, наличие этого эффекта может

привести к тому, что так называемые «залипания» будут чувствоваться на рулевом колесе. Это снижает комфортность управления и мешает водителю «чувствовать дорогу».

Коллективом кафедры электромеханики была разработана электрическая машина для привода электромеханического усилителя рулевого управления легковых автомобилей марки Лада Калина и Лада Приора [28-30]. В технических требованиях ОАО «АвтоВАЗ» регламентируемая максимальная величина пульсаций момента при обесточенной обмотке статора равна 1 % от величины развиваемого момента в номинальном режиме работы. А как показывает практика создания машин с постоянными магнитами, величина зубцовых пульсаций момента может составлять от долей процента до нескольких процентов от номинального развиваемого момента.

Таким образом, зубцовые пульсации момента, необходимо учитывать на этапе проектирования машины, а в некоторых областях принципиально важно минимизировать их величину. Это требует глубокого исследования механизма возникновения зубцовых пульсаций момента, и выявления факторов, влияющих на амплитуду этих пульсаций.

Исследование зубцовых пульсаций момента в машинах с постоянными магнитами началось в середине восьмидесятых годов прошлого столетия. Результаты многочисленных исследований, проведенных на сегодняшний день, могут быть использованы для уменьшения зубцовых пульсаций момента. Однако, как показали исследования, проведенные при разработке ЭМУР [31], указанные выше меры, хотя и позволяют получить сравнительно низкие зубцовые пульсации момента электродвигателя, но обладают рядом существенных недостатков. К ним относятся усложнение технологии изготовления машины, и, следовательно, повышение ее себестоимости, а также ощутимое уменьшение развиваемого момента.

Выражения, характеризующие зубцовые пульсации момента, представленные в различных работах, как правило, являются ненаглядными, и не позволяют оценить вклад отдельных гармонических составляющих

проводимости воздушного зазора и м.д.с. магнитов в создание зубцовых пульсаций момента.

Также в последние несколько лет проводятся исследования влияния технологических погрешностей при изготовлении электрических машин на пульсации момента. Дефекты в электрических машинах, связанные с производством, могут привести к появлению дополнительных гармоник кривых проводимости и/или м.д.с. магнитов. Взаимодействие этих гармоник может привести к появлению добавочных моментов. Поэтому вопрос влияния различных производственных дефектов на гармонический состав и величину добавочных моментов требует отдельного рассмотрения.

Как правило, к появлению добавочных моментов приводят такие свойственные массовому производству технологические погрешности, которые вызывают асимметрию поля возбуждения. К этим погрешностям относятся: несимметричное расположение магнитов на роторе, различия в размерах магнитов, их коэрцитивной силе или остаточной индукции и направлении намагничивания, эллипсность ротора и статора, эксцентриситет.

В научно-технической литературе исследованы пульсации, вызванные эллипсностью статора, наличием стыков в ярме статора (в случае сегментированного сердечника), несимметричным расположением магнитов на поверхности ротора, а также разницей в величине остаточной индукции магнитов. Однако, практически не встречаются работы, авторы которых исследуют влияние эксцентриситета ротора на пульсации момента, хотя этот дефект свойственен массовому производству, и, как показывает практика разработки таких машин, приводит к появлению добавочных моментов, величина которых может, существенно превышать величину зубцовых пульсаций момента.

В соответствии с указанными проблемами были сформулированы цель и задачи диссертационной работы.

**Целью диссертационной работы является** уменьшение зубцовых пульсаций момента и добавочных моментов от эксцентриситета ротора в

синхронных машинах с возбуждением от постоянных магнитов и дробными зубцовыми обмотками.

Для достижения цели были **поставлены следующие задачи:**

1. разработка математической модели, описывающей механизм возникновения зубцовых пульсаций момента и добавочных моментов, обусловленных эксцентриситетом ротора в синхронных машинах с дробными зубцовыми обмотками и возбуждением от постоянных магнитов при отсутствии тока в обмотке статора.

2. исследование влияния геометрии воздушного зазора на величину зубцовых пульсаций момента и добавочных моментов от эксцентриситета ротора (ширины открытия паза статора, величины воздушного зазора, ширины магнитов в машинах с ротором радиального типа).

3. проведение сравнения результатов аналитических исследований с результатами, полученными с помощью численных методов моделирования магнитного поля с учетом эффектов насыщения и краевых эффектов, а также с результатами натуральных экспериментов на реальных электрических машинах.

### **Методы исследования**

Результаты диссертационной работы получены с использованием методов теории электрических машин, метода гармонического анализа и численного расчета магнитного поля методом конечных элементов. Применены численные методы расчета интегральных уравнений. Достоверность результатов подтверждается сопоставлением расчетных и экспериментально полученных зависимостей.

### **Научная новизна**

1. Разработана аналитическая модель, описывающая принцип возникновения зубцовых пульсаций момента и добавочных моментов от статического эксцентриситета ротора в синхронных машинах с возбуждением от постоянных магнитов и дробными зубцовыми обмотками при отсутствии тока в обмотке статора.

2. Аналитически описаны зависимости амплитуд гармоник зубцовых

пульсаций момента от ширины открытия паза статора для машин с различным числом пазов на полюс и фазу и радиальным расположением магнитов на роторе.

3. С помощью численного моделирования получены зависимости амплитуд гармоник добавочных моментов от величины статического эксцентриситета ротора, а также зависимость гармоник зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза и коэффициента полюсного перекрытия.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Аналитическая модель, описывающая механизм возникновения зубцовых пульсаций момента и добавочных моментов от эксцентриситета ротора в машинах с возбуждением от постоянных магнитов с дробными зубцовыми обмотками при отсутствии тока в обмотке статора.

2. Выражения для расчета порядковых номеров гармоник магнитной проводимости воздушного зазора и магнитодвижущей силы постоянных магнитов, участвующих в создании зубцовых пульсаций момента.

3. Выражение, описывающее зависимость амплитуд гармоник зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза статора.

### **Практическая ценность работы**

1. Предложена аналитическая модель, описывающая механизм возникновения зубцовых пульсаций момента и добавочных моментов от эксцентриситета ротора в машинах с возбуждением от постоянных магнитов, справедливая для машин с радиальным расположением магнитов на роторе.

2. Предложены выражения для расчета порядковых номеров гармоник магнитной проводимости воздушного зазора и магнитодвижущей силы постоянных магнитов, участвующих в создании зубцовых пульсаций момента.

3. Даны рекомендации по определению оптимальных с точки зрения минимума зубцовых пульсаций момента ширины открытия паза статора и коэффициента полюсного перекрытия для машин с различным числом пазов на полюс и фазу и радиальным расположением магнитов.

4. Получены полиномиальные выражения зависимости гармоник

добавочного момента от величины эксцентриситета ротора.

### **Реализация**

Результаты работы использовались в процессе проектирования электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов с дробными зубцовыми обмотками на кафедре электромеханики НГТУ при выполнении хозяйственных работ, в том числе по договорам ЭМ-4-13 с ОАО «Калужский электромеханический завод» и ЭМ-4-11 с ОАО «АвтоВАЗ».

### **Апробация работы**

Основные результаты доложены, обсуждены и одобрены на следующих научных семинарах и конференциях: Всероссийская научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации» (НТИ-2012). Новосибирск. 2012; 52-я Международная научная конференция МНСК-2014. Новосибирск. 2014; 20-я международная научно-техническая конференция студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика». Москва. 2014; 15-я международная конференция «Электромеханика. Электротехнологии. Электротехнические материалы и компоненты». Алушта. 2014. 7-я международная научная конференция молодых ученых «Электротехника. Электротехнология. Энергетика». Новосибирск. 2015.

### **Публикации**

По результатам выполненных исследований опубликовано 8 печатных работ, в том числе 3 статьи входящих в перечень, рекомендованный ВАК РФ, 5 статей в материалах международных и всероссийских конференций.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 76 наименований, 2 приложений, содержит 137 страниц основного текста, 73 рисунка, 15 таблиц.

# **ГЛАВА 1. ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ ЗУБЦОВЫХ ПУЛЬСАЦИЙ МОМЕНТА И ДОБАВОЧНЫХ МОМЕНТОВ ОТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ И ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУКЦИИ МАШИН С ДРОБНЫМИ ЗУБЦОВЫМИ ОБМОТКАМИ И ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ**

Майкл Фарадей в 1831 г. продемонстрировал принцип электромагнитной индукции на устройстве, состоящем из неподвижных обмоток и вращающихся постоянных магнитов. Однако по энергетическим и массогабаритным показателям постоянные магниты долгое время существенно уступали электромагнитам. Поэтому вплоть до второй половины XX века электромеханические преобразователи энергии с постоянными магнитами практически не развивались. Ситуация стала заметно изменяться с началом промышленного освоения и внедрения высококоэрцитивных магнитов на базе редкоземельных материалов в середине 70-х годов прошлого столетия. Сегодня синхронные машины с постоянными магнитами находят все большее применение в различных областях благодаря простоте конструкции, высокой надежности, отсутствию скользящего контакта и потерь на возбуждение.

Развитие полупроводниковой и микропроцессорной техники и систем управления электрическими машинами, с одной стороны сделало возможным использование синхронных машин в областях, где требуются большие диапазоны регулирования частоты вращения и/или вращающего момента. С другой стороны, это позволило решить проблемы, связанные с невозможностью регулирования возбуждения. Синхронные машины, работающие в таких системах, принято называть бесконтактными машинами постоянного или переменного тока или вентильными машинами [32-34]. Благодаря всему вышеизложенному, синхронные машины с постоянными магнитами на сегодняшний день используются в различных областях: от усилителя рулевого управления автомобилем [2] и различных станков [35] до вентиляционных систем, ветроэнергетических установок и приводах нефтедобывающей отрасли.

## 1.1. Особенности конструкции синхронных машин с возбуждением от постоянных магнитов и дробными зубцовыми обмотками

### 1.1.1. Основные свойства постоянных магнитов

Магнитные свойства постоянных магнитов описываются кривой перемагничивания (рисунок 1.1), представляющей собой зависимость индукции от напряженности магнитного поля  $B = f(H)$  [10]. При намагничивании магнита рабочая точка на диаграмме перемещается из точки 0 в точку 1, которая характеризуется индукцией  $B_s$  и напряженностью  $H_s$  насыщения. При дальнейшем увеличении напряженности внешнего магнитного поля величина индукции не изменяется. После снятия внешнего намагничивающего поля рабочая точка перемещается туда, где индукция равна остаточной индукции поля  $B = B_r$ , а напряженность  $H = 0$ .

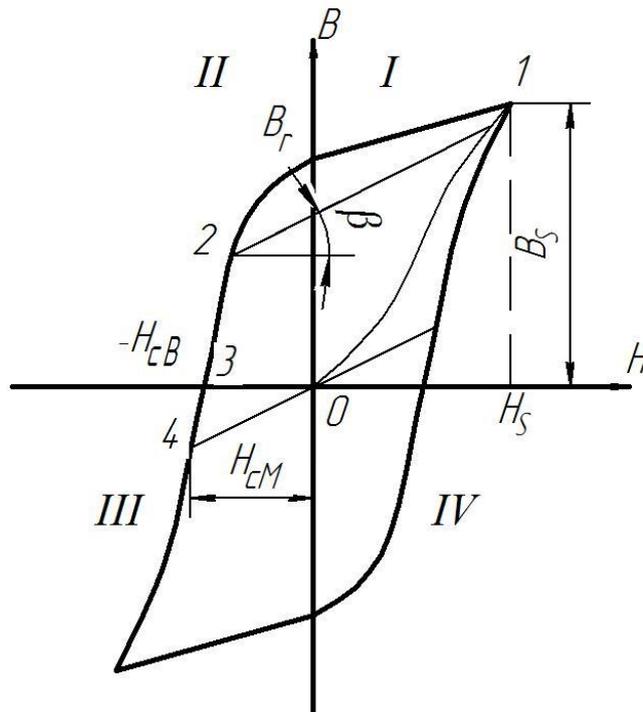


Рисунок 1.1 - Кривая перемагничивания постоянного магнита

При воздействии размагничивающего поля рабочая точка переместится во второй квадрант в некоторую точку 2. В этом квадранте петлю гистерезиса магнита называют кривой размагничивания. После снятия размагничивающего

поля рабочая точка будет перемещаться не по кривой размагничивания, а по некоторой частной кривой возврата, представляющей собой участок частного цикла перемагничивания [36, 37]. Кривая возврата на практике представляется прямой и характеризуется коэффициентом возврата:

$$\rho = \frac{\Delta B}{\Delta H} = \operatorname{tg}\beta,$$

где  $\beta$  – угол наклона прямой возврата.

Если напряженность приложенного размагничивающего поля увеличится до значения коэрцитивной силы по намагниченности  $H_{CM}$ , то рабочая точка магнита переместится в третий квадрант кривой перемагничивания. После снятия размагничивающего поля точка перейдет в начало координат, что соответствует полному размагничиванию магнита.

Электрические машины с постоянными магнитами появились в 30-е годы прошлого столетия. Однако невысокие удельные характеристики постоянных магнитов на основе кобальтохромовой стали ограничивали их использование в этой области. Последующие исследования сплавов никеля, алюминия, меди и платины привели в 1935 г. к появлению новых магнитных материалов - так называемых альнико (*Al-Ni-Co* - алюминий, никель, кобальт) и кунифе (*Cu-Ni-Fe* - медь, никель, железо), а также платинокобальтового сплава (1936 г.). Впоследствии свойства магнитов типа альнико были усовершенствованы, и был получен материал с ориентированными доменами - альнико V, который широко используется и сегодня.

К основным преимуществам материалов альнико можно отнести высокую механическую прочность, стабильность магнитных свойств в широкой области температур, высокие значения намагниченности насыщения. Но магниты альнико обладают низким значением коэрцитивной силы.

Первые неметаллические магниты - ферриты - были синтезированы исследователями из корпорации Philips в 1950-х годах. Эти материалы имели в своем составе стронциевый или бариевый ферриты, а также оксид железа. Ферритовые магниты получили широкое распространение. Приблизительные

оценки показывают, что на ферриты сейчас приходится около 80 % мирового производства магнитных материалов.

Ферритовые магнитные материалы отличаются высоким значением коэрцитивной силы. К недостаткам же их следует отнести механическую хрупкость, сложность в обработке, низкую величину остаточной индукции, зависимость магнитных свойств от температуры.

Зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля приводит к тому, что после снятия внешнего размагничивающего поля рабочая точка перемещается по кривой возврата. Это приводит к неполному использованию объема магнита, т.к. точка отхода кривой возврата рассчитывается, как правило, исходя из ударного короткого замыкания, когда ток многократно превышает номинальное значение и создает сильное размагничивающее действие. При этом, когда рабочая точка магнита соответствует номинальному току, энергия магнита оказывается существенно меньше ее максимального значения. Поэтому применение описанных выше магнитных материалов не позволяет спроектировать электрическую машину, превосходящую машины с электромагнитным возбуждением по своим массогабаритным показателям.

В 1970-х и 1980-х годах на основе редкоземельных элементов (самарий и неодим) были получены материалы, обладающие улучшенными магнитными свойствами, так называемые редкоземельные магниты. Применение высококоэрцитивных редкоземельных магнитов дало новый импульс развитию устройств, использующих постоянные магниты. Основным преимуществом магнитов на основе редкоземельных материалов, помимо высоких значений остаточной индукции и коэрцитивной силы, является практически полное совпадение частных кривых возврата с кривой размагничивания. Это позволяет не учитывать кратковременные увеличения реакции якоря при проектировании машины.

По сравнению с перечисленными материалами магниты  $SmCo$  (самарий-кобальт) обладают лучшими коэрцитивной силой и остаточной индукцией.

Кроме того, их максимальная рабочая температура достигает  $400^{\circ}\text{C}$ . Недостатком этих магнитов является очень высокая стоимость.

Постоянные магниты  $NdFeB$  (неодим-железо-бор) по магнитным свойствам превосходят  $SmCo$  магниты. Однако существенными недостатками являются хрупкость, подверженность коррозии (что приводит к необходимости применения защитного слоя), сильная зависимость свойств от температуры.

На рисунке 1.2 представлены кривые размагничивания постоянных магнитов при  $25^{\circ}\text{C}$  [38]. Эти кривые, являются основной характеристикой свойств магнита. Они отображают величину остаточной индукций  $B_r$  и коэрцитивной силы по индукции  $H_{cB}$ . По этим кривым определяется максимальная удельная энергия магнитного поля, создаваемого магнитами  $(B \times H)_{max}$ .

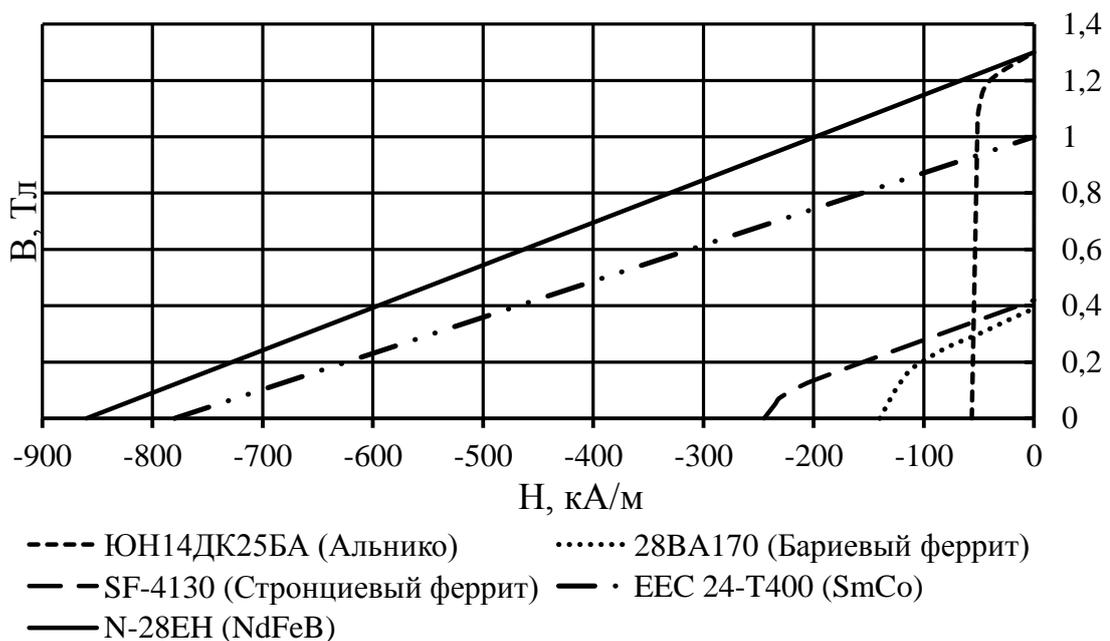


Рисунок 1.2 - Кривые размагничивания некоторых постоянных магнитов

Как видно из рисунка, зависимость  $B(H)$  у редкоземельных магнитов  $SmCo$  и  $NdFeB$  в четвертом квадранте является практически прямой, что имеет большое значение в тех областях применения, где магниты подвергаются частичному размагничиванию, в том числе в электрических машинах, где размагничивание вызывается реакцией якоря. Однако при увеличении

температуры коэрцитивная сила магнитов уменьшается [38, 39], и кривая размагничивания загибается при низких значениях индукции.

Таким образом, при проектировании электрической машины с возбуждением от постоянных магнитов *NdFeB* необходимо учитывать их зависимость от температуры, т.к. при сильном размагничивающем действии реакции якоря магниты могут частично либо полностью потерять свои свойства. В таблице 1.1 представлены максимальные рабочие температуры постоянных магнитов.

Опыт проектирования, разработки, производства и эксплуатации электрических машин с высококоэрцитивными постоянными магнитами показал их высокие технико-экономические характеристики, обоснованность и целесообразность их применения в системах электроснабжения и электроприводах различного назначения.

Особенностями параметров редкоземельных магнитов являются низкое значение магнитной проницаемости, которая незначительно превышает магнитную проницаемость воздуха, высокое значение коэрцитивной силы по намагниченности от напряженности магнитного поля.

Таблица 1.1 - Максимальные рабочие температуры постоянных магнитов

Материал	$T_{max}, ^\circ\text{C}$
Альнико	540
Ферриты	400
<i>SmCo 1,5</i>	260
<i>SmCo 2, 17</i>	350
<i>NdFeB N</i>	80
<i>NdFeB M</i>	100
<i>NdFeB H</i>	120
<i>NdFeB SH</i>	150
<i>NdFeB UH</i>	180
<i>NdFeB EH</i>	200

Как показала практика, попытки использования магнитов из редкоземельных элементов в традиционных конструкциях электрических машин, как правило, не дают снижения массы и габаритных размеров, увеличения КПД. Их эффективное использование возможно только при специальных конструкциях как ротора, так и статора электрической машины.

### 1.1.2. Особенности конструкции ротора с постоянными магнитами

Основная специфика синхронных машин с постоянными магнитами связана с конструкцией ротора, которая в значительной степени зависит от магнитных и технологических свойств материала магнитов, назначением и мощностью машины. Форма магнита предопределяет выбор соответствующей конструкции ротора. Магниты с большой коэрцитивной силой и относительно малыми значениями остаточной индукции имеют большую площадь поперечного сечения и малую высоту. Магниты с небольшим значением  $H_{CB}$  и высокой  $B_r$  имеют меньшую площадь поперечного сечения и большую высоту.

Вплоть до 80-х годов прошлого столетия в электрических машинах в основном использовались литые постоянные магниты на основе сплавов железо-никель-алюминий-кобальт. Эти магнитные материалы характеризуются небольшим значением  $H_{CB}$  и высокой  $B_r$ . В связи с этим широкое распространение получили роторы звездообразного типа [5] (рисунок 1.3) без и с полюсными башмаками. Конструкция таких роторов проста: цельный магнит в форме звездочки крепится на валу путем заливки цинковым или алюминиевым сплавом, выполняющим также роль демпферной обмотки. Число полюсов машин с такими роторами обычно не превышает шести. Также существуют конструкции со сборными магнитами. Отливка небольших магнитов проще, но при этом крепление составных магнитов на валу усложняется. Звездообразные роторы имеют высокое заполнение объема ротора магнитами.

Среди недостатков такой конструкции следует отметить следующие. Во-первых, роторы звездообразного типа трудно намагничиваются вследствие большой длины силовых линий поля внутри магнита, имеющего большое магнитное сопротивление ( $0,7-0,8 \text{ ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$ ). Ядро таких магнитов, как правило, оказывается намагниченным слабее, чем полюса. Во-вторых, магниты в такой конструкции сильно подвержены размагничивающему действию реакции якоря. И, в-третьих, звездообразные роторы имеют относительно низкую механическую прочность. Индукция в воздушном зазоре в машинах с этой конструкцией ротора не превышает  $0,4 \text{ Тл}$ . Применение полюсных башмаков (рисунок 1.3, б) уменьшает размагничивающее действие поля якоря и позволяет получить требуемую форму поля в воздушном зазоре. Однако это усложняет конструкцию и уменьшает относительный объем магнитов.

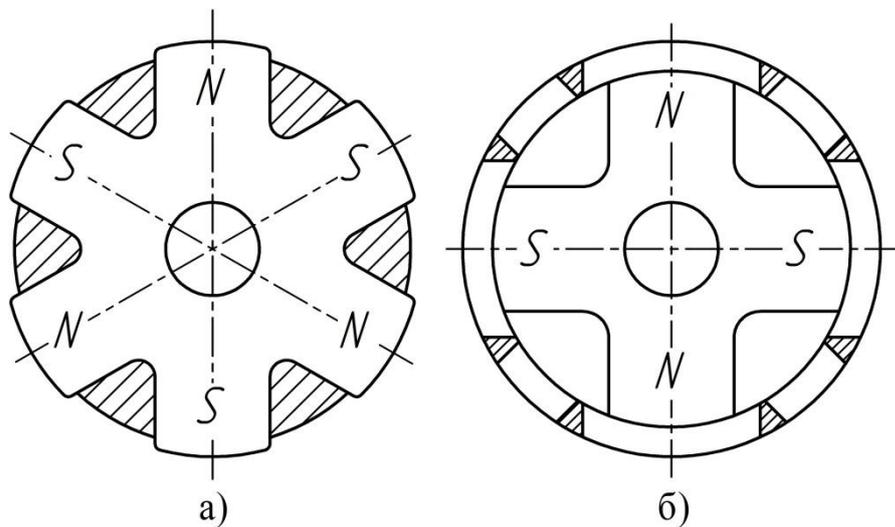


Рисунок 1.3 - Роторы типа звездочка

Появление бариевых и стронциевых ферритов, обладающих по сравнению с магнитами на основе альнико меньшей остаточной индукцией, но большей коэрцитивной силой, предопределило создание новых конструкций роторов. Широкое применение в тракторных генераторах получили синхронные машины с когтеобразным ротором. Магнит в таком роторе выполнен в виде полого цилиндра, намагниченного в аксиальном направлении, и располагается между двумя когтеобразными шайбами (рисунок 1.4).

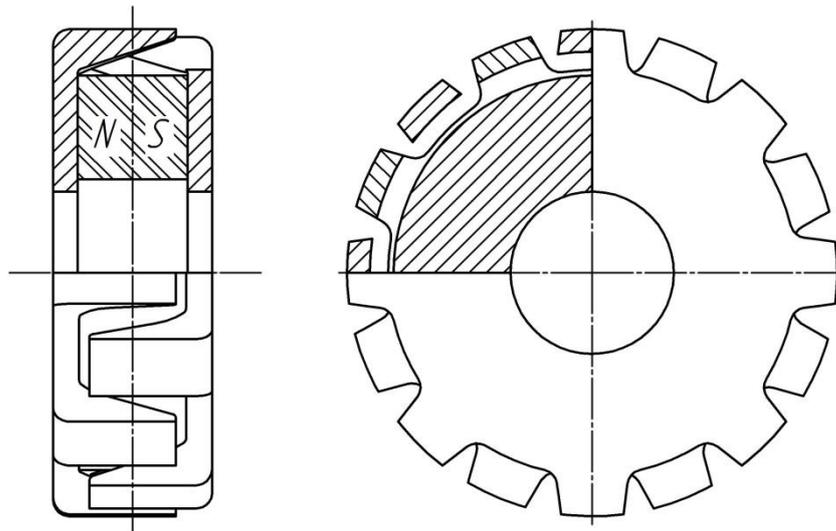


Рисунок 1.4 - Ротор когтеобразного типа

Вал в таких машинах обычно выполняется из немагнитной стали для предотвращения шунтирования магнитного потока. По сравнению с роторами звездообразного типа когтеобразная конструкция обеспечивает лучшую защищенность магнита от размагничивания полем реакции якоря, а величина магнитной индукции в воздушном зазоре достигает 0,7 Тл.

Когтеобразная конструкция ротора более прочная и позволяет достигать более высокие скорости. С увеличением числа полюсов степень заполнения ротора материалом магнита не уменьшается. Но все эти преимущества сопровождаются сложностью конструкции и изготовления и большими радиальными размерами ротора. Кроме того, намагничивание магнитов осуществляется уже в собранном роторе, что требует изготовления сложных намагничивающих аппаратов.

С появлением высококоэрцитивных магнитов были предприняты попытки их использования в существующих конструкциях роторов. Однако это не привело к желаемому снижению массогабаритных показателей. Большие величины коэрцитивной силы приводят к тому, что наилучшие энергетические показатели достигаются при отношении высоты магнита к его ширине в диапазоне 0,2 - 0,3. Таким образом, сегодня существует множество различных вариантов конструкций ротора с высококоэрцитивными постоянными магнитами, которые можно разделить на два основных типа: конструкции с

поверхностной установкой постоянных магнитов (рисунок 1.5) и конструкции со встроенной (инкорпорированной) установкой магнитов (рисунок 1.6). Как правило, в первом случае магниты имеют радиально направленную намагниченность (ротор с радиальным расположением магнитов), а во втором - тангенциально направленную (ротор с тангенциальным расположением магнитов или ротор коллекторного типа [10]).

В машинах с ротором радиального типа магниты располагаются на поверхности ротора и могут иметь магнитные перемычки (рисунок 1.5, г). Ширина магнитов может быть меньше или равна полюсному делению. Также может быть различной и форма магнитов (рисунок 1.5, а, б, в). В машинах с тангенциальным расположением магнитов пазы под магниты выполняются закрытыми, открытыми или полуоткрытыми (рисунок 1.6).

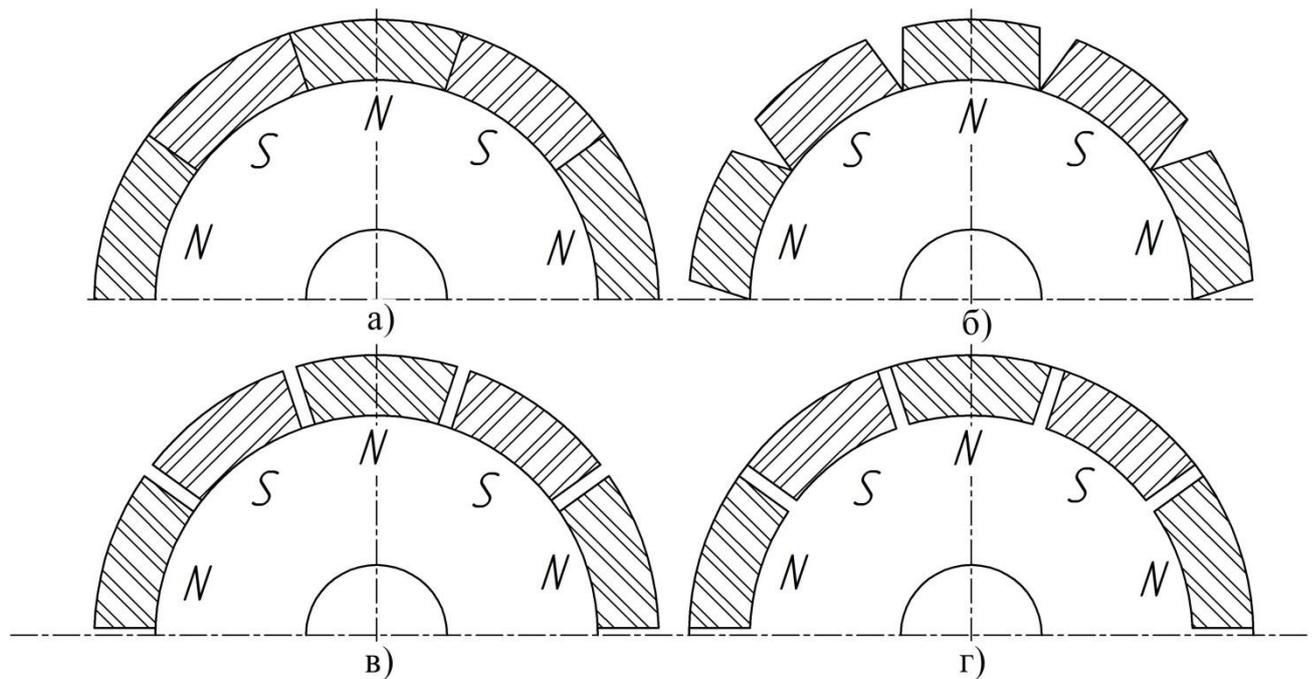


Рисунок 1.5 - Конструкции роторов с поверхностной установкой магнитов

Конструкция с радиальным расположением магнитов имеет минимальные поля рассеяния. Однако в этом случае возникают трудности с закреплением магнитов на поверхности ротора. При этом обычно используют склейку и/или бандажирование, что в итоге приводит к увеличению фактической величины воздушного зазора, а, следовательно, и его магнитного сопротивления.

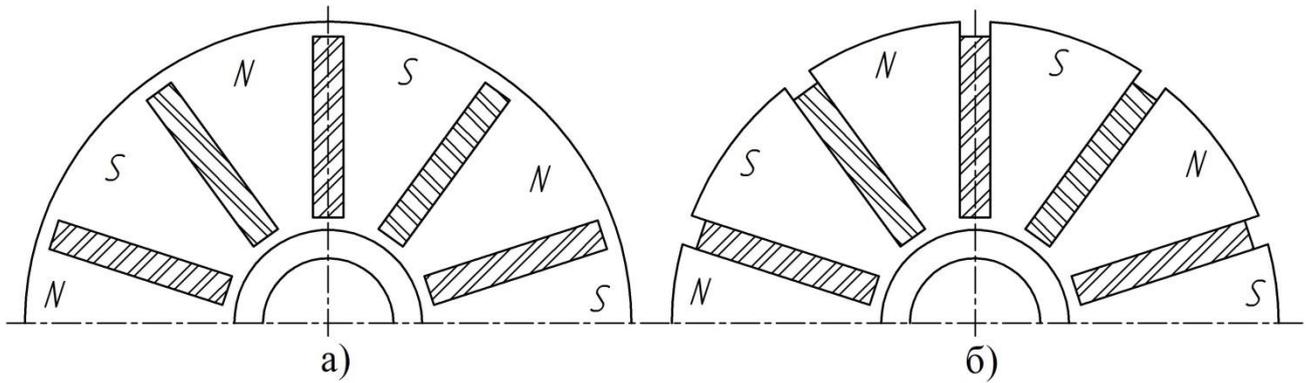


Рисунок 1.6 – Конструкции роторов со встроенной установкой магнитов

Конструкция с тангенциальным расположением магнитов исключает необходимость в бандажировании. Также существует возможность выполнить магниты с шириной больше полюсного деления за счет их увеличения вглубь ротора. Это позволяет сконцентрировать магнитный поток в полюсе и поднять величину магнитной индукции воздушного зазора. Кроме того, магниты в роторах со встроенной установкой меньше подвержены воздействию полей реакции якоря, а, следовательно, уменьшается риск частичного или полного их размагничивания при перегрузках машины. Еще одним преимуществом роторов коллекторного типа является возможность использования призматических постоянных магнитов, намагниченность которых может быть выше благодаря простоте формы, а, следовательно, и простоте их намагничивания. Также появляется возможность использования магнитов в роторах большего диаметра в машинах больших мощностей.

Однако в таких роторах часть магнитного потока рассеивается в мостиках над магнитами. Обычно, эту проблему решают либо частичным открытием пазов под магниты со стороны воздушного зазора, либо выполняют эти мостики такой высоты, чтобы их магнитное сопротивление увеличивалось вследствие насыщения. Кроме того, поток рассеивается через ярмо ротора и вал. Поэтому часто пакет ротора устанавливается не непосредственно на вал, а на немагнитную втулку. Альтернативным решением является специальная конструкция ярма ротора, имеющая воздушные зазоры под магнитами, разделенные удерживающей магнит ножкой (рисунок 1.7).



Рисунок 1.7 - Пакет ротора с мостиками насыщения

Из-за наличия полюсов из магнитомягкого материала увеличивается индуктивность обмотки статора, и, следовательно, снижается жесткость внешней характеристики при использовании машины в качестве генератора. Также повышенная концентрация потока в полюсе невозможна при маленьком диаметре ротора, когда ширина тангенциально расположенных магнитов становится меньше полюсного деления машины.

Как вариант со встроенной установкой магнитов существует конструкция с V-образным расположением магнитов (рисунок 1.8). Такое решение исключает необходимость в использовании немагнитной втулки, что упрощает конструкцию и изготовление ротора.



Рисунок 1.8 - Ротор с V-образной установкой магнитов 34-полюсной машины

### 1.1.3. Особенности конструкции статора

Применение высококоэрцитивных постоянных магнитов позволяет уменьшить размеры ротора. Однако в многополюсных машинах с классическими обмотками диаметр расточки статора определяется не только реализуемыми электромагнитными нагрузками, но и технологическими возможностями изготовления зубчатого статора. Поэтому в некоторых случаях применение высококоэрцитивных постоянных магнитов не позволяет существенно уменьшить размеры электрической машины.

Отдельным подклассом синхронных машин с возбуждением от постоянных магнитов можно выделить машины с дробными зубцовыми обмотками с числом пазов на полюс и фазу меньше единицы [15-17]. Каждая катушка такой обмотки охватывает один зубец статора (рисунок 1.9, 1.10).

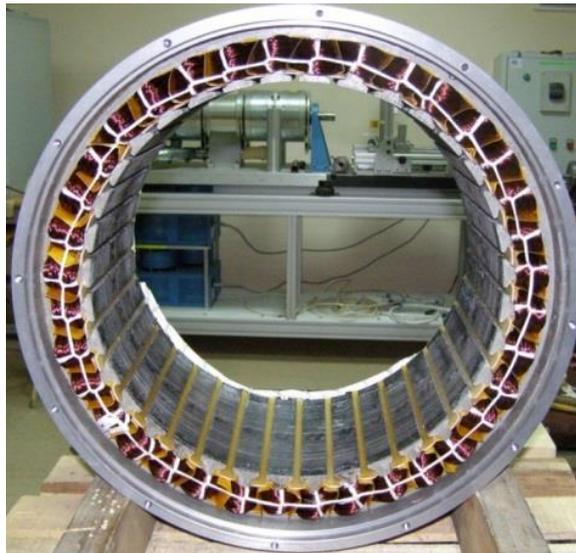


Рисунок 1.9 - Статор с дробной зубцовой обмоткой 34-хполюсной машины

Такие обмотки позволяют в габаритах обычных классических машин малой и средней мощности выполнить электрические машины с числом полюсов, достигающим 50. Следствием этого является отказ от применения редуктора, удешевление и уменьшение веса электропривода. Так как число полюсов ротора в подобных машинах незначительно отличается от числа зубцов статора, то их максимальная полюсность определяется в основном технологическими возможностями изготовления многополюсного ротора.

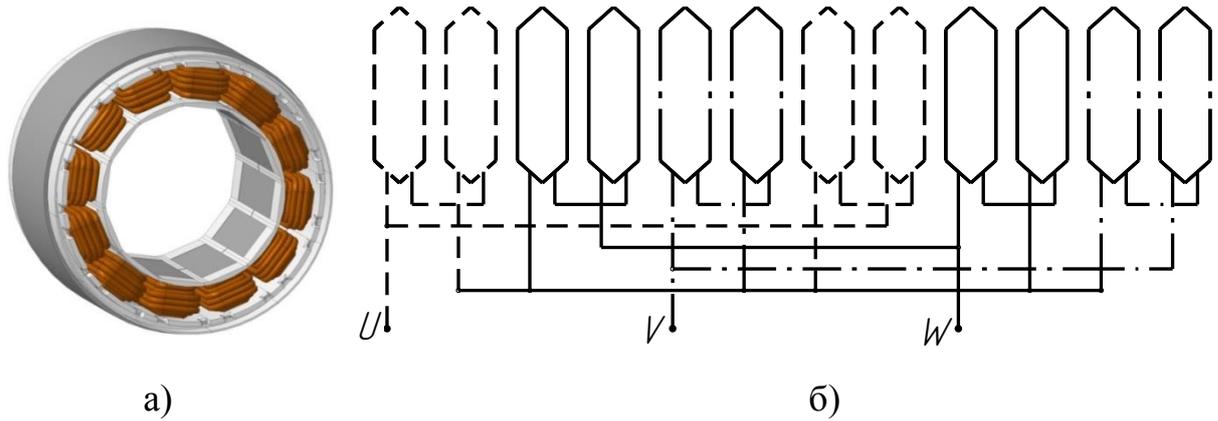


Рисунок 1.10 - Статор с дробной зубцовой обмоткой модульной конструкции

Применение дробных зубцовых обмоток уменьшает расход меди и осевую длину двигателя за счет уменьшения длины лобовой части (ее длина практически равна зубцовому делению), а также упрощает технологию укладки.

Геометрия зубцово-пазовой зоны статора бывает различной. Помимо классической геометрии зубцов (рисунок 1.11, а) существуют конструкции со спрямленными коронками зубцов (рисунок 1.11, б), с дополнительными пазами в коронках зубцов (рисунок 1.11, в) и пр.

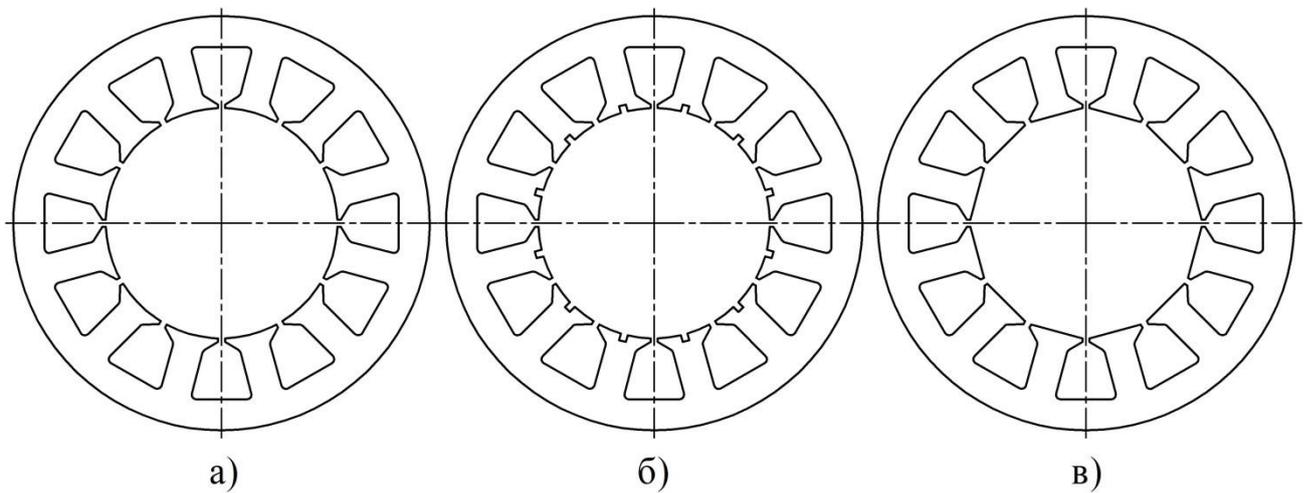


Рисунок 1.11 – Конструкции статоров

Сложная конфигурация зубцово-пазовой зоны статора, как правило, формируется для уменьшения зубцовых пульсаций момента, что более подробно описано в следующем параграфе.

## **1.2. Влияние особенностей конструкции синхронных машин с дробными зубцовыми обмотками и постоянными магнитами на зубцовые пульсации момента и обзор альтернативных исследований зубцовых пульсаций момента и добавочных моментов от технологических погрешностей**

Одним из недостатков электрических машин с постоянными магнитами является наличие пульсаций момента, даже при обесточенной обмотке статора. Во многих электроприводах, особенно в прецизионных, когда необходимо обеспечить высокое качество движения, требуется разработка электрических машин с низким уровнем пульсаций момента. Пульсации момента в электрических машинах возникают по целому ряду причин: зубчатого строения воздушного зазора, несинусоидальности питающего напряжения, ступенчатого распределения кривой м.д.с., погрешностей при изготовлении и т.д. В электрических машинах с постоянными магнитами к этим причинам добавляются еще и дополнительные моменты, вызванные магнитным полем постоянных магнитов, которое в большинстве случаев далеко от синусоидального распределения, взаимодействующим с переменной проводимостью воздушного зазора, обусловленной зубчатостью статора. Эти дополнительные моменты называют зубцовыми пульсациями момента. Зубцовые пульсации момента могут приводить к сильным вибрациям и шуму в процессе работы машины.

Действие постоянных магнитов не прекращается при отключении питания машины, поэтому этот эффект присутствует и при обесточенной обмотке якоря, что может оказаться крайне нежелательным в некоторых электроприводах. Например, в приводе электрического усилителя рулевого управления, наличие этого эффекта может привести к тому, что так называемые «залипания» будут чувствоваться на рулевом колесе, что снижает комфортность управления и увеличивает физическое напряжение водителя. Коллективом кафедры электромеханики была разработана электрическая машина для привода

электромеханического усилителя рулевого управления легковых автомобилей марки Лада Калина и Лада Приора. В технических требованиях ОАО «АвтоВАЗ» регламентируемая максимальная величина пульсаций момента при обесточенной обмотке статора равна 1 % от величины максимального развиваемого момента в номинальном режиме. Поэтому уменьшение зубцовых пульсаций момента является важной задачей при проектировании таких электрических машин.

Исследование зубцовых пульсаций момента в машинах с постоянными магнитами началось в середине восьмидесятых годов прошлого столетия. Кобаяши К. предлагает некоторые конструктивные решения для уменьшения зубцовых пульсаций момента в бесколлекторном двигателе постоянного тока обращенного типа для привода дискового [27]. Суть предлагаемого решения заключается в уменьшении периода зубцовых пульсаций момента за счет искусственного увеличения числа зубцов (рисунок 1.12).

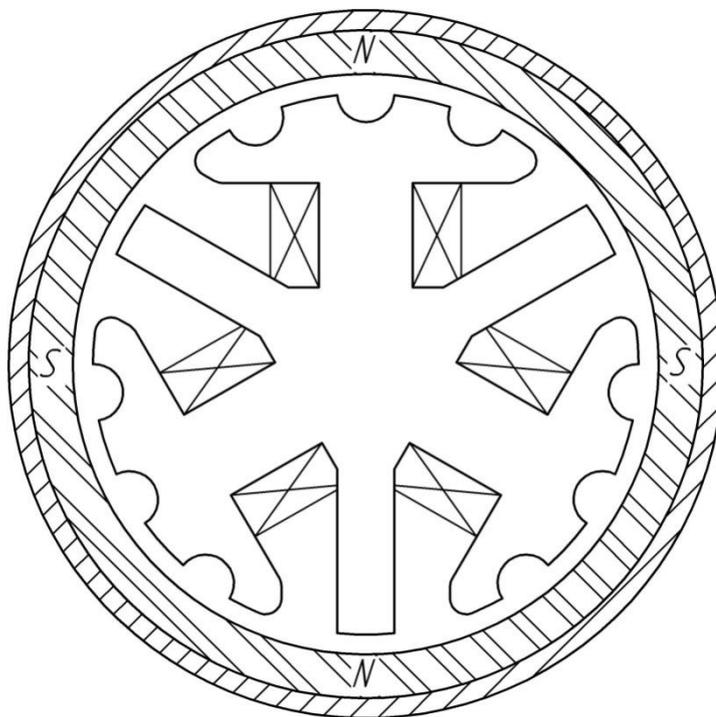


Рисунок 1.12 - Электродвигатель с дополнительными зубцами

Также автор выражает момент следующим уравнением:

$$M(\theta) = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{2\pi} F(\alpha) A(\alpha, \theta) d\alpha, \quad (1.1)$$

где  $F(\alpha)$  - некоторая функция, моделирующая распределение магнитного поля в воздушном зазоре машины,  $A(\alpha, \theta)$  - некоторая функция, описывающая распределение проводимости воздушного зазора по угловой координате  $\alpha$ ,  $\theta$  - угол поворота ротора. Не представляя решения уравнения (1.1), автор справедливо обращает внимание на то, что порядковый номер основной гармоники функции  $A(\alpha, \theta)$  равен числу зубцов, а функции  $F(\alpha)$  - числу пар полюсов. Интеграл от произведения этих функций не равен нулю только тогда, когда периоды этих функций равны. Исходя из этого, автор делает вывод, что порядок основной гармоники зубцовых пульсаций момента равен наименьшему общему кратному числу зубцов и числа пар полюсов машины.

TouzhuLi и Gordon Slemon, используя результаты эксперимента, исследовали влияние расположения постоянных магнитов на поверхности ротора на величину зубцовых пульсаций момента в машинах с классической обмоткой [40]. В результате максимальное значение зубцовых пульсаций момента в конструкции ротора как на рисунке 1.13 (б) оказывается несколько больше чем в конструкции на рисунке 1.13 (а).

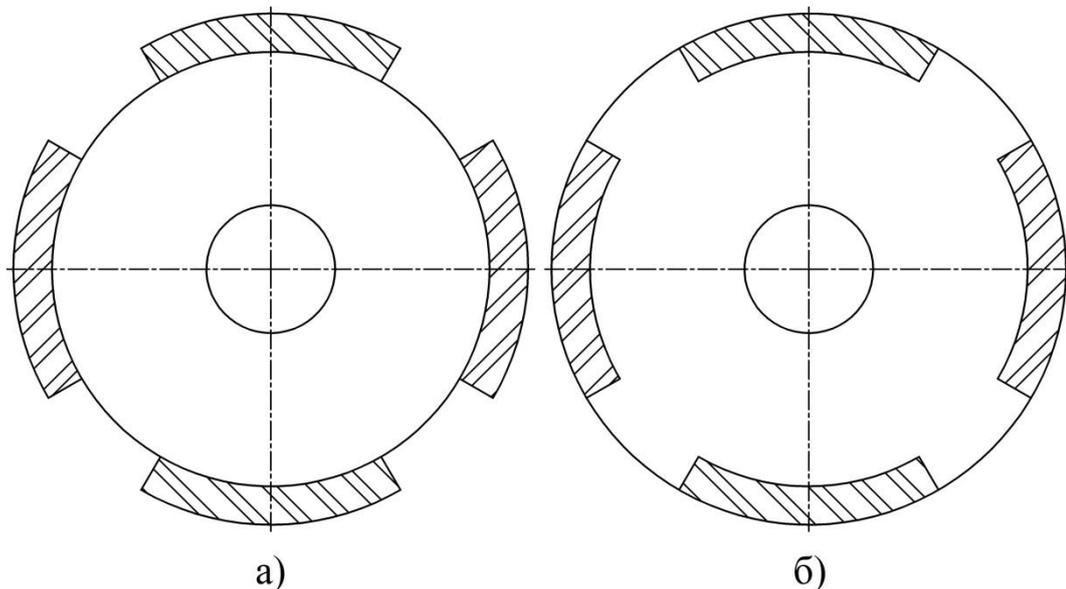


Рисунок 1.13 - Различное расположение радиально намагниченных магнитов на роторе

Начиная с начала 1990-х годов машины с постоянными магнитами, благодаря своей высокой удельной мощности и эффективности, находят все

большее применение в различных областях, требующих низкий уровень шумов и вибраций, малую инерционность и высокую точность позиционирования привода. В зарубежной литературе представлены различные методы борьбы с этим нежелательным эффектом. С точки зрения конструкции электрической машины, способы уменьшения зубцовых пульсаций момента можно разделить на три группы:

- 1) выбор оптимального соотношения чисел зубцов пар полюсов машины;
- 2) оптимизация конструкции ротора;
- 3) оптимизация геометрии зубцово-пазовой зоны статора.

К первой группе можно отнести работу профессора Шеффилдского университета Zi-Qiang Zhu, в которой автор исследует машины с числом пазов на полюс и фазу  $q=1/2$  и  $q=1/3$  с различными числами зубцов и пар полюсов [41]. Используя методы численного моделирования, он оценивает влияние комбинации числа зубцов и полюсов машины на величину зубцовых пульсаций момента с помощью коэффициента  $C_T = \frac{2p \cdot Z}{N_c}$ , где  $p$  - число пар полюсов,  $Z$  - число зубцов статора,  $N_c$  - наименьшее общее кратное числа зубцов и числа пар полюсов. Большее значение коэффициента  $C_T$  соответствует большей величине зубцовых пульсаций момента.

К методам второй группы относятся сдвиг полюсов ротора [42], формирование м.д.с. путем сегментировки магнитов [43], оптимизация коэффициента полюсного перекрытия [44], оптимизация профиля магнитных полюсов [45], скос полюсов ротора.

Метод, предложенный в работе [42] основан на создании несимметрично распределенного поля возбуждения (рисунок 1.14). Согласно результатам работы [41] основная гармоника зубцовых пульсаций момента в этом случае может быть записана следующим образом:

$$M(\theta) = \sum_{n=0}^{p-1} \sin(12(\theta - n\theta_0)). \quad (1.2)$$

Приравнивая нулю выражение справа, автор получает величину углового сдвига соседних магнитов, обеспечивающую минимальную величину зубцовых пульсаций момента.

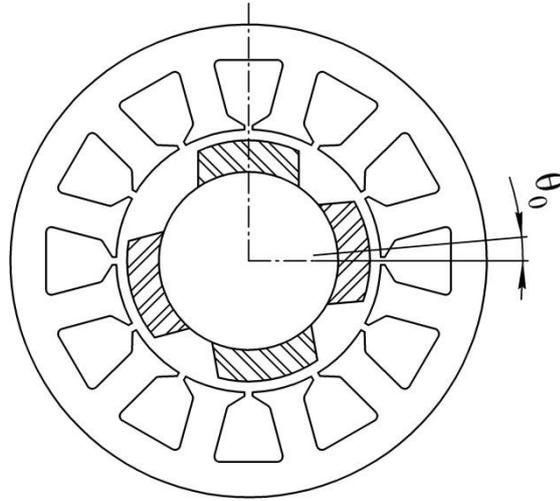


Рисунок 1.14 - Машина с угловым сдвигом полюсов ротора

Группа исследователей электроники и электротехники г. Нанси предлагают разбивать магниты на отдельные сегменты в машинах с радиальным расположением магнитов и классическими обмотками (рисунок 1.15).

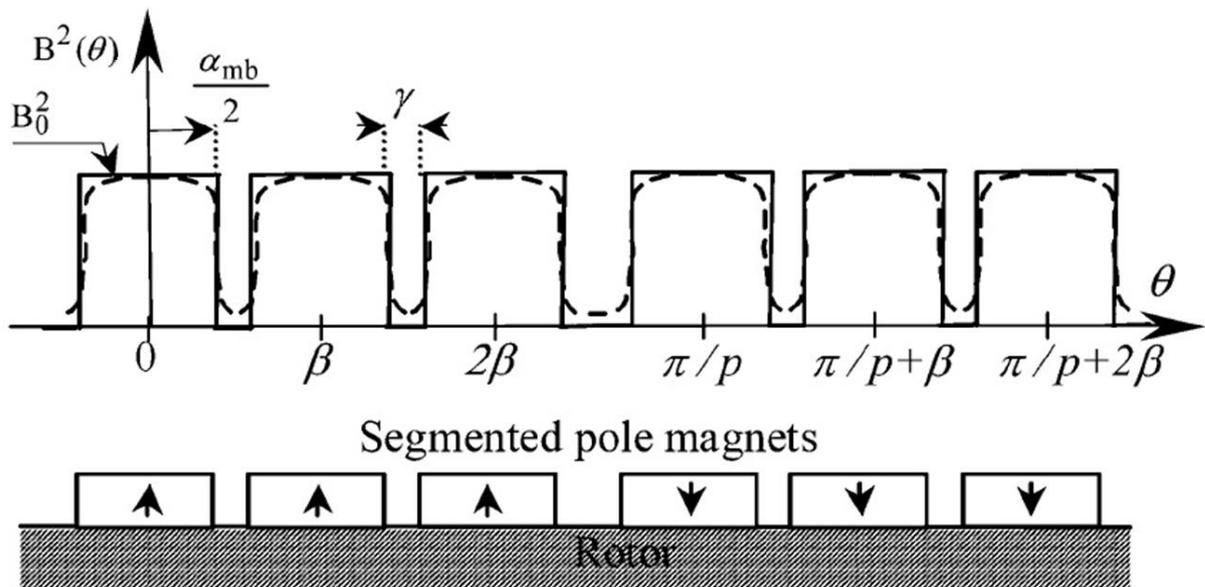


Рисунок 1.15 - Сегментировка магнитов

В их работе [43] выводится выражение для определения оптимального шага сегментирования  $\beta$ .

Также существует метод уменьшения величины зубцовых пульсаций момента, предусматривающий оптимизацию ширины магнитов в машинах с

ротором радиального типа. В работе [44] авторы используют для этого функцию индукции от угловой координаты  $B(\alpha)$ , предложенную в [46].

Одним из самых распространенных методов уменьшения зубцовых пульсаций момента является скос полюсов ротора, который осуществляется относительным угловым сдвигом пакетов ротора относительно друг друга (рисунок 1.16).

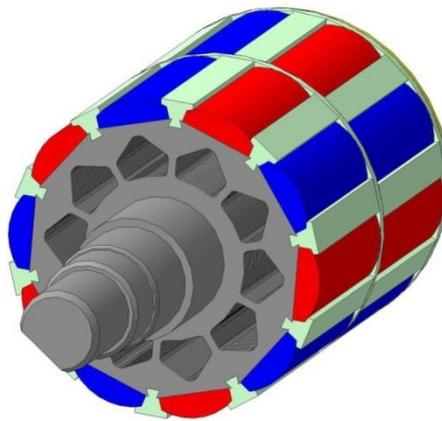


Рисунок 1.16 - Ротор со скосом полюсов

Решением, аналогичным скосу полюсов ротора является скос зубцов статора [48]. Кроме того, известны конструкции, в которых за счет специального штампа осуществляется скос не всех зубцов, а лишь их коронок, что так же уменьшает пульсации момента [48]. В уже упомянутой работе [27] автор показывает, что дополнительные пазы в коронках зубцов приводят к увеличению порядкового номера основной гармоники зубцовых пульсаций момента, и к уменьшению ее амплитуды.

Еще один способ, относящийся к третьей группе, предложен сотрудниками Харбинского политехнического института. Суть метода заключена в том, что чередуя зубцы на статоре с разной шириной коронок, можно сформировать такую кривую проводимости воздушного зазора (рисунок 1.17), что ее гармоники не будут создавать зубцовых пульсаций момента [49].

Такое традиционное решение для машин с распределенными обмотками, как скос пазов, оказывается неэффективным для машин с дробными зубцовыми обмотками. Это обусловлено тем, что у таких машин зубцовое деление статора

близко к полюсному делению, следовательно, применение скоса пазов приводит к существенному падению развиваемого момента. Как показали исследования, проведенные при разработке ЭМУР [33], указанные выше меры позволяют получить сравнительно низкие зубцовые пульсации момента электродвигателя. Однако все они приводят к усложнению технологии изготовления машины, а, следовательно, повышению ее себестоимости.

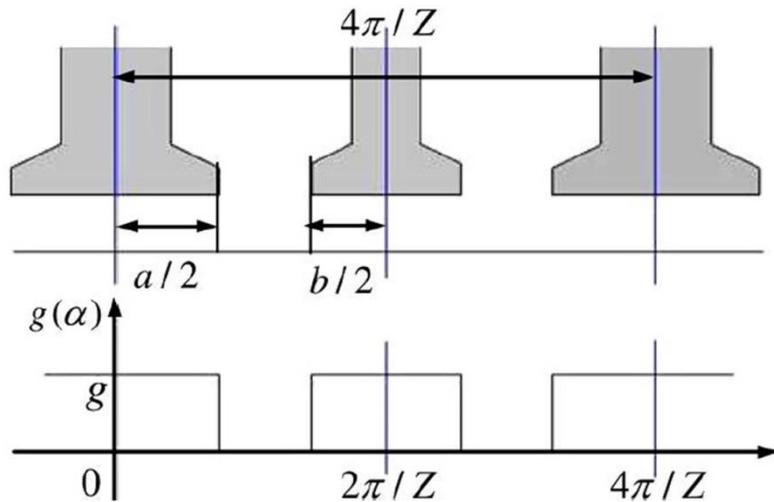


Рисунок 1.17 - Чередование зубцов с различной шириной коронки

В работе [50] авторы показывают, что амплитуда зубцовых пульсаций момента может быть существенно уменьшена без каких-либо усложнений конструкции. Этого можно добиться исключительно за счет выбора оптимальной ширины открытия паза статора. Авторы исследуют несколько машин, не раскрывая при этом общей зависимости величины зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза.

Кроме описанных методов, основанных на выборе оптимальных конструктивных параметров, существуют также способы борьбы с зубцовыми пульсациями момента, основанные на формировании системой управления тока оптимальной формы [51, 52].

Также в последние несколько лет проводятся исследования влияния технологических погрешностей при изготовлении электрических машин на пульсации момента. Как правило, к появлению дополнительных гармонических составляющих пульсаций момента приводят такие технологические

погрешности, которые вызывают появление высших и субгармоник поля возбуждения. К этим погрешностям, свойственным массовому производству, относятся: несимметричное расположение магнитов на роторе, различия в размерах магнитов, их коэрцитивной силе или остаточной индукции и направлении намагничивания, эллипсность ротора или статора, эксцентриситет. Серьезные исследования проводились в этой области словенскими учеными Andrej Cernigoj, Lovrenc Gašparin и Rastko Fišer, которые разделяют пульсации момента, обусловленные принципом действия и технологическими отклонениями. Авторы подробно исследуют пульсации, вызванные эллипсностью статора, наличием стыков в ярме статора (в случае сегментированного сердечника), несимметричным расположением магнитов на поверхности ротора, а также разницей в величине остаточной индукции магнитов ротора [53-58].

Коллектив института электрических машин Рейнско-Вестфальского технического университета в Ахене и исследователи MitsubishiElectric независимо изучили влияние различия в остаточной индукции магнитов ротора на величину пульсаций момента [59, 60].

Однако, практически не встречаются работы, авторы которых исследуют влияние эксцентриситета ротора на пульсации момента. Тем не менее этот дефект свойственен массовому производству, и, как показывает практика разработки таких машин, приводит к появлению добавочных моментов, величина которых может, существенно превышать величину зубцовых пульсаций момента.

На сегодняшний день величину пульсаций момента рассчитывают как на основе аналитических моделей, так и с помощью численного моделирования.

При использовании моделирования методом конечных элементов обычно решаются плоскопараллельные двухмерные статические задачи. Такими методами можно достаточно точно посчитать зубцовые пульсации момента в зависимости от угла поворота ротора. Однако для расчета и анализа пульсаций моментов, вызванных технологическими погрешностями, применение

численного моделирования неудобно, так как требует большого количества повторений расчета, что значительно увеличивает машинное время. Это обусловлено тем, что число этих пульсаций может быть равно единице на один оборот ротора и длина полюсной дуги этих пульсаций в разы больше чем у зубцовых пульсаций момента.

Аналитический метод определения пульсаций момента, основанный на расчете энергии, запасенной в магнитах [61], предлагает коллектив сотрудников Института энергетических технологий Ольборгского университета в Дании.

Сотрудники кафедры электрических машин, привода и автоматики Загребского университета предлагают аналитическое решение для вычисления зубцовых пульсаций момента методом тензора натяжений Максвелла. Решение основано на определении индукции в воздушном зазоре с помощью комплексной относительной проводимости воздушного зазора, полученной путем конформного преобразования [62].

Использование аналитических моделей, указанных выше, приводит к отклонениям результатов расчета от экспериментальных данных на 10-45%. Это вызвано в большей степени недостаточно точным определением величины магнитной индукции в воздушном зазоре. Поэтому в машинах с дробными зубцовыми обмотками, где поле возбуждения имеет широкий спектр высших гармоник, применение чисто аналитических методов может привести к еще большим отклонениям результатов расчета.

В связи с этим Zi-QiangZhu предлагает метод определения кривой суммарных зубцовых пульсаций момента путем ее синтеза из кривой пульсаций при одном пазе на статоре [63]. При этом вторая кривая определяется с помощью численного моделирования. Этот метод, с одной стороны, использует упрощенную модель машины с одним пазом на статоре. С другой стороны, он позволяет уточнить распределение поля в воздушном зазоре по сравнению с аналитическими методами. Однако способ применим только для анализа зубцовых пульсаций момента, и он не позволяет оценить пульсации, вызванные технологическими погрешностями.

Обратный метод предлагают Chun-YuHsiao и Sheng-NianYeh в работе [64]. Эта методика основана на распределении магнитной индукции в воздушном зазоре, полученной путем численного моделирования. Модель при этом имеет зубчатый статор, а ротор заменен одним полюсным делением с половиной южного и половиной северного полюса. Данный метод, по сути, обладает теми же преимуществами и недостатками как и предыдущий.

Метод, предложенный авторами работы [65], учитывает различие в величине остаточной индукции отдельных магнитов ротора. Суть этой методики заключается в решении двухмерных полевых задач идеальной машины и машины с технологическими отклонениями. Пульсации момента, вызванные этими отклонениями, рассчитываются с помощью тензора натяжений Максвелла на основе разницы кривых распределения индукции двух моделей. С одной стороны, этот метод позволяет точно определить распределение магнитного поля, но использование принципа суперпозиции в нелинейных системах приводит к значительным погрешностям. Поэтому данная методика может быть применима для качественной оценки спектрального состава пульсаций момента, но не при решении задач оптимизации.

Таким образом, исследование влияния факторов, обусловленных принципом действия, и технологических отклонений на пульсации момента электрических машин с дробными зубцовыми обмотками и возбуждением от постоянных магнитов является актуальной задачей.

## ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗУБЦОВЫХ ПУЛЬСАЦИЙ МОМЕНТА В МАШИНАХ С ВОЗБУЖДЕНИЕМ ОТ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Для исследования зубцовых пульсаций момента и разработки методов их уменьшения необходимо обладать инструментом, позволяющим аналитически описать эти пульсации. Обзор научно-технической литературы, представленный в предыдущей главе, показал, что в основном исследователи выражают момент, действующий на ротор, как производную энергии магнитного поля по угловому положению ротора. При этом, например в работах [50, 60], энергия в стальных участках машины принимается пренебрежимо малой вследствие большой проводимости стали. Тогда полная энергия магнитного поля в машине определяется суммой магнитных энергий в воздушном зазоре и в магнитах:

$$W(\theta) = W_{\delta}(\theta) + W_{PM}(\theta) = \frac{1}{2\mu_0} \int_V B^2(\alpha) G^2(\theta, \alpha) dV ,$$

где  $\alpha$  - угловая координата вдоль расточки статора;  $\theta$  - угол поворота ротора,  $\mu_0$  - магнитная проницаемость воздуха;  $B(\alpha, \theta)$  - индукция в воздушном зазоре в идеальной беспазовой машине;  $G(\theta, \alpha)$  - относительная проводимость воздушного зазора.

Функции  $B^2(\alpha)$  и  $G^2(\theta, \alpha)$  далее представляются в виде рядов Фурье. Этот путь удобен тем, что не приходится возводить в квадрат бесконечные тригонометрические ряды и проводить многократные операции перемножения рядов. Однако такой метод получается ненаглядным, и не позволяет оценить вклад отдельных гармонических составляющих проводимости воздушного зазора и индукции в создание зубцовых пульсаций момента. Поэтому данная глава посвящена созданию аналитической модели, наглядно описывающей механизм появления зубцовых пульсаций момента.

## 2.1. Зависимость зубцовых пульсаций момента от магнитодвижущей силы магнитов и магнитной проводимости воздушного зазора

Особенностью задачи, решаемой в данной главе, является то, что зубцовые пульсации момента, обусловленные конструктивными особенностями исследуемого класса машин, проявляются не только в процессе работы машины, но и при отключенной обмотке статора. Это позволяет в дальнейшем использовать модель электрической машины, по обмотке которой не протекает электрический ток. Таким образом, в работе исследуется не зависимость момента от времени  $M = f(\omega t)$ , а зависимость момента от взаимного углового положения статора и ротора, выражаемого углом  $\theta$ , в машине с обесточенной обмоткой статора  $M = f(\theta)$ . Соответственно, когда в дальнейшем будет идти речь о гармонических составляющих проводимости воздушного зазора, м.д.с. магнитов или эквивалентной поверхностной плотности тока, то будут иметься ввиду пространственные гармоники этих величин.

Момент, действующий на ротор, угловое положение которого относительно статора задается углом  $\theta$ , можно определить как результат взаимодействия магнитного поля и эквивалентной поверхностной плотности тока, т.е. из закона Ампера [66,67]:

$$M(\theta) = l_{\delta} R_{\delta}^2 \int_0^{2\pi} B_{\delta}(\alpha, \theta) j(\alpha, \theta) d\alpha, \quad (2.1)$$

где  $l_{\delta}$  - активная длина машины,  $R_{\delta}$  - средний радиус воздушного зазора,  $B_{\delta}(\alpha, \theta)$  - магнитная индукция в воздушном зазоре,  $j(\alpha, \theta)$  - поверхностная плотность тока,  $\alpha$  - угловая координата вдоль расточки статора,  $\theta$  - угол поворота ротора (рисунок 2.1),  $M$  - момент, действующий на ротор.

Магнитная индукция в воздушном зазоре определяется произведением м.д.с. магнитов  $F_{\delta}(\alpha, \theta)$  и проводимости воздушного зазора  $\Lambda_{\delta}(\alpha)$ :

$$B_{\delta}(\alpha, \theta) = F_{\delta}(\alpha, \theta) \cdot \Lambda_{\delta}(\alpha). \quad (2.2)$$

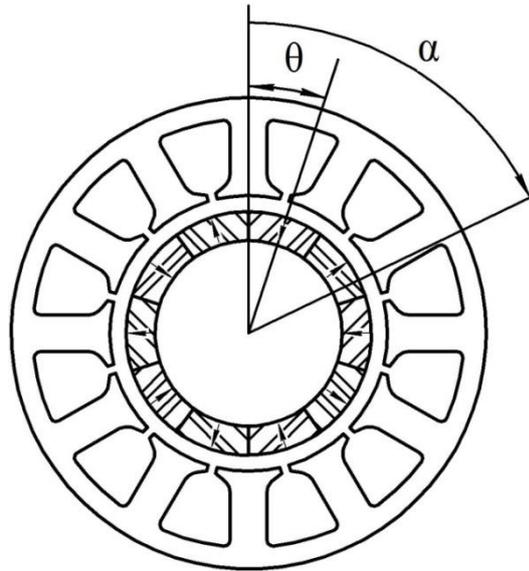


Рисунок 2.1 – Машина с радиальным расположением магнитов

Если рассматривать машины с радиальным расположением магнитов на роторе, то проводимость воздушного зазора зависит только от угла  $\alpha$ , в то время как м.д.с. является функцией не только угла  $\alpha$ , но и угла поворота ротора относительно статора  $\theta$ .

Учитывая многообразие конфигураций зубцово-пазовой зоны статоров машин с постоянными магнитами (рисунок 1.12), более подробно описанных в первой главе, насыщение участков магнитопровода статора, а также то, что намагниченность магнитов бывает различной, можно сделать вывод, что кривая проводимости воздушного зазора и кривая м.д.с. магнитов ротора в общем виде представлены бесконечными гармоническими рядами:

$$\Lambda_{\delta}(\alpha) = \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha, \quad (2.3)$$

$$F_{\delta}(\alpha, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} F_{mk} \sin kp(\theta - \alpha). \quad (2.4)$$

Так как в работе исследуется случай, когда токи в обмотке отсутствуют, то эквивалентную поверхностную плотность тока следует представить через м.д.с. магнитов. Плотность тока на поверхности ротора можно выразить в виде производной м.д.с. по угловой координате  $\alpha$  [66]:

$$j(\alpha, \theta) = -\frac{dF(\alpha, \theta)}{R_\delta d\alpha} = \frac{p}{R_\delta} \sum_{k=1}^{\infty} kF_{mk} \cos kp(\theta - \alpha), \quad (2.5)$$

где  $R_\delta d\alpha$  - длина элемента поверхности. В выражениях (2.3)-(2.5)  $z_1$  - число зубцов статора,  $p$  - число пар полюсов ротора.

Согласно уравнениям (2.2), (2.3) и (2.4) индукция в воздушном зазоре:

$$B_\delta(\alpha, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} F_{mk} \sin kp(\theta - \alpha) \left( \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha \right). \quad (2.6)$$

Подставив в уравнение (2.1) выражения (2.5) и (2.6) получим:

$$\begin{aligned} M(\theta) &= l_\delta R_\delta^2 \int_0^{2\pi} B_\delta(\alpha, \theta) j(\alpha, \theta) d\alpha = \\ &= l_\delta R_\delta p \int_0^{2\pi} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} kF_{mk} \cos kp(\theta - \alpha) \sum_{k=1}^{\infty} F_{mk} \sin kp(\theta - \alpha) \left( \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha \right) \right] d\alpha = \\ &= \frac{l_\delta R_\delta p}{2} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \sum_{k=1}^{\infty} kF_{mk}^2 \sin 2kp(\theta - \alpha) + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} kF_{mk} F_{mi} \sin((k-i)p\theta - (k-i)p\alpha) + \right. \right. \\ &\left. \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} kF_{mk} F_{mi} \sin((k+i)p\theta - (k+i)p\alpha) \right) \times \left( \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha \right) \right] d\alpha. \end{aligned}$$

Очевидно, что интегралы от произведения членов первой скобки на  $\Lambda_0$  при интегрировании на полный период обратятся в ноль. Тогда

$$\begin{aligned} M(\theta) &= l_\delta R_\delta^2 \int_0^{2\pi} B_\delta(\alpha, \theta) j(\alpha, \theta) d\alpha = \\ &= \frac{l_\delta R_\delta p}{2} \int_0^{2\pi} \left[ \left( \sum_{k=1}^{\infty} kF_{mk}^2 \sin 2kp(\theta - \alpha) \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \sin((k-i)p\theta - (k-i)p\alpha) \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha + \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \sin((k+i)p\theta - (k+i)p\alpha) \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha \left. \vphantom{\sum_{k=1}^{\infty}} \right] .
\end{aligned}$$

Рассмотрим отдельно все слагаемые:

$$\begin{aligned}
1) \quad & \frac{l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \int_0^{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \sin 2kp(\theta - \alpha) \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha d\alpha = \\
& = \frac{l_{\delta} R_{\delta} p}{4} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \Lambda_{mv} \left[ \int_0^{2\pi} \sin(2kp\theta - (2kp + v z_1)\alpha) d\alpha + \right. \\
& \left. + \int_0^{2\pi} \sin(2kp\theta - (2kp - v z_1)\alpha) d\alpha \right] = \\
& = \frac{l_{\delta} R_{\delta} p}{4} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \Lambda_{mv} \left[ \int_0^{2\pi} \sin 2kp\theta \cos(2kp + v z_1)\alpha d\alpha - \right. \\
& \left. - \int_0^{2\pi} \cos 2kp\theta \sin(2kp + v z_1)\alpha d\alpha + \int_0^{2\pi} \sin(2kp\theta - (2kp - v z_1)\alpha) d\alpha \right] .
\end{aligned}$$

Очевидно, что первые два интеграла выражения в квадратных скобках равны нулю. Последний интеграл не равен нулю при условии, что в аргументе синуса подынтегрального выражения будет отсутствовать переменная, по которой осуществляется интегрирование, т.е. угловая координата  $\alpha$ . Это справедливо только при условии  $2kp = v z_1$ , т.е.  $\frac{k}{v} = \frac{z_1}{2p}$ . В противном случае определенный интеграл обращается в ноль, так как порядковые номера гармоник  $i$  и  $k$  - всегда целые числа, а интегрирование осуществляется на полном периоде. В итоге первое слагаемое равно:

$$\frac{\pi}{2} l_{\delta} R_{\delta} p \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \Lambda_{mv} \sin 2kp\theta, \quad \frac{k}{v} = \frac{z_1}{2p}.$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \frac{l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \int_0^{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \sin((k-i)p\theta - (k-i)p\alpha) \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha d\alpha = \\ & = \frac{l_{\delta} R_{\delta} p}{4} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \left[ \int_0^{2\pi} \sin((k-i)p\theta - ((k-i)p + v z_1)\alpha) d\alpha + \right. \\ & \left. + \int_0^{2\pi} \sin((k-i)p\theta - ((k-i)p - v z_1)\alpha) d\alpha \right]. \end{aligned}$$

Первое слагаемое этого выражения не равно нулю при  $\frac{(i-k)}{v} = \frac{z_1}{p}$ , а второе – при  $\frac{(k-i)}{v} = \frac{z_1}{p}$ . Натуральные числа  $k$  и  $i$  обозначают порядковые номера гармоник м.д.с. магнитов. Поэтому вышеупомянутые условия равнозначны и второе слагаемое равно:

$$\frac{\pi}{2} l_{\delta} R_{\delta} p \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin(k-i)p\theta, \quad \frac{(k-i)}{v} = \frac{z_1}{p}.$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & \frac{l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \int_0^{2\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \sin((k+i)p\theta - (k+i)p\alpha) \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha d\alpha = \\ & = \frac{l_{\delta} R_{\delta} p}{4} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \left[ \int_0^{2\pi} \sin((k+i)p\theta - ((k+i)p + v z_1)\alpha) d\alpha + \right. \\ & \left. + \int_0^{2\pi} \sin((k+i)p\theta - ((k+i)p - v z_1)\alpha) d\alpha \right]. \end{aligned}$$

Это выражение не равно нулю только при условии, что  $\frac{(k+i)}{v} = \frac{z_1}{p}$ . В этом

случае третье слагаемое равно:

$$\frac{\pi}{2} l_{\delta} R_{\delta} p \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin(k+i) p \theta, \quad \frac{(k+i)}{v} = \frac{z_1}{p}.$$

Таким образом, момент равен:

$$M(\theta) = \frac{\pi}{2} l_{\delta} R_{\delta} p \left[ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \Lambda_{mv} \sin 2kp \theta + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin(k-i) p \theta + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin(k+i) p \theta \right], \quad \frac{k}{v} = \frac{z_1}{2p}, \quad \frac{(k-i)}{v} = \frac{z_1}{p}, \quad \frac{(k+i)}{v} = \frac{z_1}{p}.$$

Из уравнения видно, что зубцовые пульсации момента имеют три составляющие. Первая обусловлена взаимодействием определенных гармоник м.д.с. и проводимости воздушного зазора. Вторая и третья составляющие обусловлены взаимодействием гармоник проводимости воздушного зазора с комбинационными гармониками м.д.с. магнитов.

Условия неравенства нулю слагаемых момента можно записать в виде:

$$2pk = vz_1, \quad (k-i)p = vz_1, \quad (k+i)p = vz_1.$$

Это позволяет заменить в выражении для момента аргументы синусов всех слагаемых на  $vz_1\theta$  и получить окончательное уравнение:

$$M(\theta) = \frac{\pi l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \left[ \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \Lambda_{mv} \sin vz_1 \theta + 2 \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\substack{k=1 \\ i \neq k}}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin vz_1 \theta \right], \quad (2.7)$$

слагаемые которого не равны нулю при условиях:

$$\frac{k}{v} = \frac{z_1}{2p}, \quad \frac{(k \pm i)}{v} = \frac{z_1}{p}. \quad (2.8)$$

Причем первое условие относится к первому слагаемому, а второе – ко второму.

## 2.2. Расчет порядковых номеров гармоник зубцовых пульсаций момента

Выражение (2.7) описывает зависимость зубцовых пульсаций момента от определенных гармонических составляющих м.д.с. магнитов и проводимости воздушного зазора, а условия (2.8) позволяют рассчитать порядковые номера этих гармоник для машин с различными числами пазов на полюс и фазу. Номера гармоник м.д.с. и проводимости определяются числом зубцов и числом полюсов машины. Стоит отметить, что для рассматриваемого класса машин  $z_1$  и  $p$  могут быть как четными, так и нечетными. Поэтому в таблице 2.1 представлены все четыре возможных случая:  $z_1$  и  $p$  - четные;  $z_1$  - четное,  $p$  - нечетное;  $z_1$  - нечетное,  $p$  - четное;  $z_1$  и  $p$  - нечетные.

Таблица 2.1 - Расчет взаимодействующих гармоник м.д.с. магнитов и проводимости воздушного зазора

	$z_1$ - четное		$z_1$ - нечетное	
	м.д.с.	Проводимость	м.д.с.	Проводимость
p - четное	основные		основные	
	$k = j \frac{z_1}{2}$	$v = j \cdot p$	$k = j \cdot z_1$	$v = 2j \cdot p$
	комбинационные		комбинационные	
	$k \pm i = j \frac{z_1}{2}$	$v = j \cdot \frac{p}{2}$	$k \mp i = j \cdot z_1$	$v = j \cdot p$
p - нечетное	основные		основные	
	$k = j \frac{z_1}{2}$	$v = j \cdot p$	$k = j \cdot z_1$	$v = 2j \cdot p$
	комбинационные		комбинационные	
	$k \mp i = j \cdot z_1$	$v = j \cdot p$	$k \mp i = j \cdot z_1$	$v = j \cdot p$

Согласно формулам, представленным в таблице 2.1, выражение для момента (2.7) может быть записано для всех четырех случаев:

1)  $z_1$  и  $p$  - четные

$$M(\theta) = \frac{\pi l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \left[ \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \Lambda_{mv} \sin j p z_1 \theta + 2 \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin j \frac{p z_1}{2} \theta \right],$$

2)  $z_1$  - нечетное,  $p$  - четное

$$M(\theta) = \frac{\pi l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \left[ \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \Lambda_{mv} \sin 2 j p z_1 \theta + 2 \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin j p z_1 \theta \right],$$

3)  $z_1$  - четное,  $p$  - нечетное

$$M(\theta) = \frac{\pi l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \left[ \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \Lambda_{mv} \sin j p z_1 \theta + 2 \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin j p z_1 \theta \right],$$

4)  $z_1$  и  $p$  - нечетные

$$M(\theta) = \frac{\pi l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \left[ \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \Lambda_{mv} \sin 2 j p z_1 \theta + 2 \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin j p z_1 \theta \right],$$

при тех же условиях

$$\frac{k}{v} = \frac{z_1}{2p}, \quad \frac{(k \pm i)}{v} = \frac{z_1}{p}.$$

Из полученных выражений видно, что порядковый номер гармоник зубцовых пульсаций момента в машинах с четными числами зубцов статора и пар полюсов ротора равен:

$$n_{ct} = j \cdot \frac{p \cdot z_1}{2}, \quad j = 1, 2, 3, \dots,$$

в машинах со всеми другими сочетаниями:

$$n_{ct} = j \cdot p \cdot z_1, \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

Здесь и дальше первой гармоникой будем называть ту, период которой соответствует  $360^\circ$  геометрических градусов. Таким образом, порядковый номер гармоник зубцовых пульсаций момента определяется произведением числа пар полюсов и числа зубцов машины. Гармонику зубцовых пульсаций момента, имеющую наибольший период будем называть основной гармоникой.

В таблице 2.2 представлены порядковые номера гармоник зубцовых пульсаций момента с максимальной амплитудой для машин с обмотками, обеспечивающими наивысшие значения обмоточного коэффициента и амплитуды рабочей гармоники м.д.с. [31].

Таблица 2.2 - Порядковые номера гармоник зубцовых моментов

$q$	1/2	2/5	3/8	4/11	5/14	6/17	7/20	8/23
$z_1$	6	12	9	24	30	36	42	48
$p$	2	5	4	11	14	17	20	23
$n_{ct}$	12	60	72	264	420	612	840	1104

### 2.3. Определение порядковых номеров гармоник магнитодвижущей силы магнитов и проводимости воздушного зазора, участвующих в создании зубцовых пульсаций момента

В предыдущем пункте было принято, что кривые распределения м.д.с. магнитов и проводимости воздушного зазора имеют бесконечное число четных и нечетных гармоник. В действительности же, вопрос спектрального состава этих кривых требует особого рассмотрения.

Если предположить, что напряженность магнитного поля всех магнитов в машине вдоль угловой координаты распределяется одинаково, то кривая распределения м.д.с. будет иметь форму близкую к одной из тех, что изображены на рисунке 2.2. Очевидно, что эти функции являются симметричными относительно оси абсцисс, а значит, не содержат четных гармоник. Таким образом, м.д.с. магнитов имеет в своем спектре только нечетные гармонические составляющие.

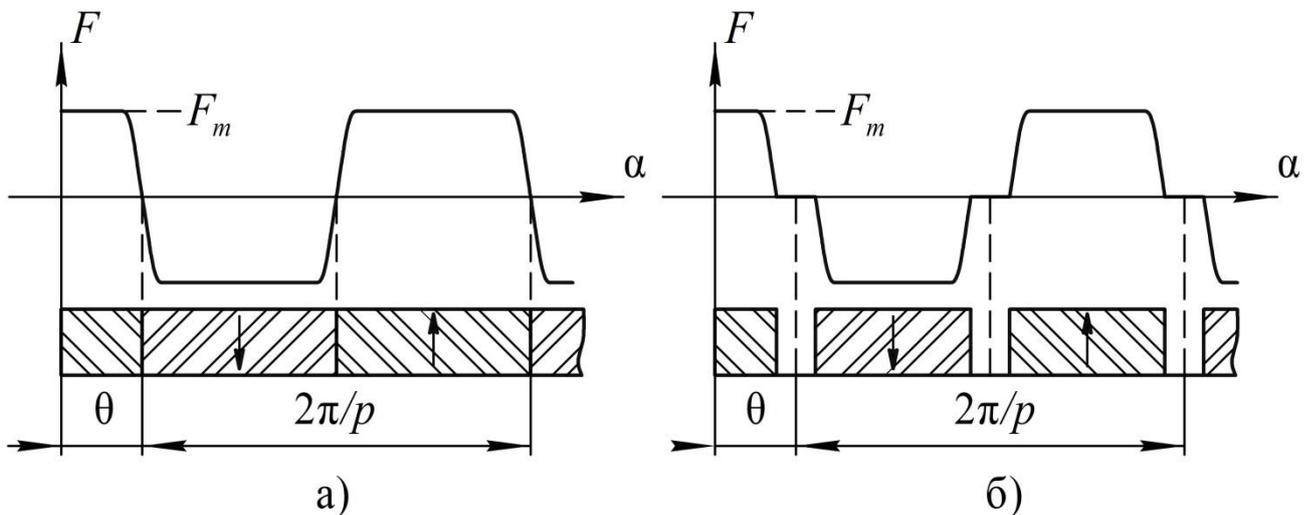


Рисунок 2.2 - Распределение м.д.с. в машинах с радиальным расположением магнитов

Проблема влияния зубчатости статора на магнитную проводимость воздушного зазора глубоко изучена в работе Б. Геллера и В. Гамата [68]. Используя результаты анализа, проведенного с помощью конформных преобразований, авторы определили, что открытие паза влияет на

распределение поля на расстоянии  $s' = 0,8b_{\text{ш}}$  от оси паза (рисунок 2.3), что соответствует углу  $\alpha' = 0,8\alpha_0$ . Если допустить, что магнитная проницаемость стали равна бесконечности, а линии магнитной индукции в зазоре направлены строго радиально, то это утверждение справедливо и для функции проводимости воздушного зазора.

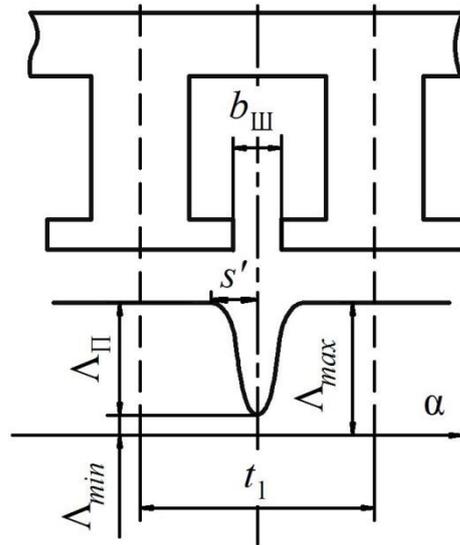


Рисунок 2.3 - Распределение проводимости воздушного зазора

Согласно этим рассуждениям функция распределения проводимости воздушного зазора имеет вид как на рисунке 2.3 и достаточно точно описывается следующим выражением:

$$\Lambda_{\delta}(\alpha) = \begin{cases} \Lambda_{max} \left( 1 - \beta - \beta \cos \frac{\pi\alpha}{0,8\alpha_0} \right), \alpha \in [0; 0,8\alpha_0]; \\ \Lambda_{max}, \alpha \in (0,8\alpha_0; \alpha_1]. \end{cases} \quad (2.9)$$

где  $\alpha_0 = \frac{2b_{\text{ш}}}{D}$  - угол, соответствующий открытию паза статора;  $\alpha_1 = \frac{2t_1}{D}$  - угол,

соответствующий зубцовому делению статора;  $b_{\text{ш}}$  - ширина открытия (или

шлица) паза статора;  $t_1$  - зубцовое деление статора;  $\beta = \frac{\Lambda_{\text{П}}}{2\Lambda_{max}}$  - величина,

характеризующая максимальное уменьшение проводимости [68], является

функцией от величины открытия паза;  $\Lambda_{\text{П}}$  - максимальное уменьшение

проводимости в области открытия паза (рисунок 2.3);  $\Lambda_{max}$  - максимальное

значение проводимости в области зубца (рисунок 2.3).

Разложим функцию (2.9) в тригонометрический ряд:

$$\Lambda_{\delta}(\alpha) = \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_{mv} \cos v z_1 \alpha, \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_0 &= \frac{D}{t_1} \int_0^{0,5\alpha_1} \Lambda_{\delta}(\alpha) d\alpha = \frac{D}{t_1} \left[ \int_0^{0,8\alpha_0} \Lambda_{max} \left( 1 - \beta - \beta \cos \frac{\pi\alpha}{0,8\alpha_0} \right) d\alpha + \int_{0,8\alpha_0}^{0,5\alpha_1} \Lambda_{max} d\alpha \right] = \\ &= \frac{D}{t_1} \Lambda_{max} \left[ 0,8\alpha_0(1-\beta) - 0,8\alpha_0\beta \frac{1}{\pi} (\sin \pi - \sin 0) + (0,5\alpha_1 - 0,8\alpha_0) \right] = \\ &= \frac{D}{t_1} \Lambda_{max} (0,5\alpha_1 - 0,8\alpha_0\beta) = \frac{2\Lambda_{max}}{t_1} (0,5t_1 - 0,8b_{III}\beta) = \Lambda_{max} \left( 1 - 1,6\beta \frac{b_{III}}{t_1} \right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Коэффициенты ряда:

$$\begin{aligned} \Lambda_{mv} &= \frac{2D}{t_1} \int_0^{0,5\alpha_1} \Lambda_{\delta}(\alpha) \cos \frac{2\pi v\alpha}{\alpha_1} d\alpha = \\ &= \frac{2D}{t_1} \left[ \int_0^{0,8\alpha_0} \Lambda_{max} \left( 1 - \beta - \beta \cos \frac{\pi\alpha}{0,8\alpha_0} \right) \cos \frac{2\pi v\alpha}{\alpha_1} d\alpha + \int_{0,8\alpha_0}^{0,5\alpha_1} \Lambda_{max} \cos \frac{2\pi v\alpha}{\alpha_1} d\alpha \right] = \\ &= \frac{2D}{t_1} \Lambda_{max} \left[ \int_0^{0,8\alpha_0} (1-\beta) \cos \frac{2\pi v\alpha}{\alpha_1} d\alpha - \int_0^{0,8\alpha_0} \beta \cos \frac{\pi\alpha}{0,8\alpha_0} \cos \frac{2\pi v\alpha}{\alpha_1} d\alpha + \right. \\ &\left. \int_{0,8\alpha_0}^{0,5\alpha_1} \cos \frac{2\pi v\alpha}{\alpha_1} d\alpha \right] = \frac{2D}{t_1} \Lambda_{max} \left[ \frac{\alpha_1}{2\pi v} (1-\beta) \sin \frac{1,6\pi v\alpha_0}{\alpha_1} - \right. \\ &\left. - \frac{\alpha_1}{2\pi} 0,8\alpha_0\beta \left( \frac{1}{1,6\alpha_0 v + \alpha_1} \sin \left( \frac{1,6\pi v\alpha_0}{\alpha_1} + \pi \right) + \frac{1}{1,6\alpha_0 v - \alpha_1} \sin \left( \frac{1,6\pi v\alpha_0}{\alpha_1} - \pi \right) \right) - \right. \\ &\left. - \frac{\alpha_1}{2\pi v} \sin \frac{1,6\pi v\alpha_0}{\alpha_1} \right] = -\frac{2D}{t_1} \Lambda_{max} \sin \frac{1,6\pi v\alpha_0}{\alpha_1} \left[ \frac{\alpha_1}{2\pi v} \beta - \frac{\alpha_1}{2\pi} 0,8\beta\alpha_0 \left( \frac{3,2\alpha_0 v}{2,56\alpha_0^2 v^2 - \alpha_1^2} \right) \right]. \end{aligned}$$

Окончательно получим:

$$\Lambda_{mv} = \beta \lambda_v, \quad (2.12)$$

где

$$\lambda_v = \frac{2\Lambda_{max}}{\pi v} \sin \frac{1,6\pi v b_{III}}{t_1} \left( \frac{2,56v^2 \left( \frac{b_{III}}{t_1} \right)^2}{2,56v^2 \left( \frac{b_{III}}{t_1} \right)^2 - 1} - 1 \right).$$

Подставляя (2.11) и (2.12) в (2.10), получаем:

$$\Lambda_\delta(\alpha) = \Lambda_{max} \left( 1 - 1,6\beta \frac{b_{III}}{t_1} \right) + 2\Lambda_{max}\beta \sum_{v=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\pi v} \sin \frac{1,6\pi v b_{III}}{t_1} \left( \frac{2,56v^2 \left( \frac{b_{III}}{t_1} \right)^2}{2,56v^2 \left( \frac{b_{III}}{t_1} \right)^2 - 1} - 1 \right) \cos v z_1 \alpha \right]. \quad (2.13)$$

На рисунке 2.4 представлена зависимость первых пяти гармонических составляющих функции  $\lambda_v \left( \frac{b_{III}}{t_1} \right)$ .



Рисунок 2.4 – Зависимость  $\lambda_v \left( \frac{b_{III}}{t_1} \right)$

Из рисунка 2.4 видно, что проводимость воздушного зазора имеет как нечетные, так и четные гармонические составляющие. Также очевидно, что чем

меньше открытие паза тем богаче спектр гармоник проводимости. На рисунке 2.5 представлен гармонический состав зависимости  $\lambda_v \left( \frac{b_{\text{ш}}}{t_1} \right)$  при относительном открытии паза  $\frac{b_{\text{ш}}}{t_1} = 0,1$ . Очевидно, что кривая проводимости будет иметь такой же спектр гармоник.

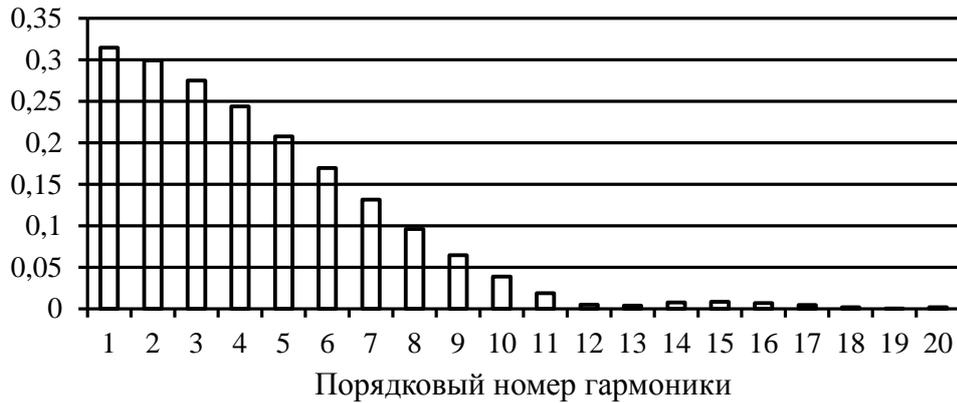


Рисунок 2.5 - Гармонический состав проводимости при  $\frac{b_{\text{ш}}}{t_1} = 0,1$

Используя данные таблицы 2.1 и таблицы 2.2, а также, учитывая результаты вышеуказанных рассуждений о гармонических составах проводимости воздушного зазора и м.д.с., создаваемой постоянными магнитами ротора, можно рассчитать порядковые номера гармоник проводимости и м.д.с. магнитов, участвующих в создании зубцовых моментов, для машин с различным числом пазов на полюс и фазу (таблица 2.3). Для машин с  $q=1/2$  ( $z_1=6$ ,  $p=2$ ) необходимо сделать следующее уточнение. В случае машин с четными числами  $z_1$  и  $p$  составляющая момента

$$\pi l_{\delta} R_{\delta} p \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin j \frac{p z_1}{2} \theta$$

обусловлена взаимодействием гармоник проводимости с комбинационными гармониками м.д.с.

Таблица 2.3 - Порядковые номера гармоник м.д.с. магнитов и проводимости воздушного зазора, обуславливающих зубцовые пульсации момента в машинах с различным числом пазов на полюс и фазу

	1/2			2/5			3/8			4/11			5/14		
	k	v	$n_{ct}$	k	v	$n_{ct}$	k	v	$n_{ct}$	k	v	$n_{ct}$	k	v	$n_{ct}$
1	3	2	<u>12</u>	1,13 3,15	5	<u>60</u>	9	8	<u>144</u>	1,25 3,27	11	<u>264</u>	15	14	<u>420</u>
				...						1,11 3,9 5,7					
2	1,7 3,9	2	<u>12</u>	1,25 3,27	10	<u>120</u>	1,19 3,21	8	<u>144</u>	1,49 3,51	22	<u>528</u>	1,31 3,33	14	<u>420</u>
	...			1,23 3,21			...			1,17 3,15 5,13 7,11			1,47 3,45		
3	9	6	<u>36</u>	1,37 3,39	15	<u>180</u>	27	24	<u>432</u>	1,73 3,75	33	<u>792</u>	45	42	<u>1260</u>
				...						1,35 3,33					
4	3,13 5,15	4	<u>24</u>	1,49 3,51	20	<u>240</u>	1,37 3,39	16	<u>288</u>				1,61 3,63	28	<u>840</u>
	...			1,47 3,45			...			1,35 3,33	...	1,59 3,57	...		
5	15	10	<u>60</u>	1,61 3,63	25	<u>300</u>	45	40	<u>720</u>						
6	1,19 3,21	6	<u>36</u>	1,73 3,75	30	<u>360</u>	1,55 3,57	24	<u>432</u>						
	...			1,71 3,69			...			1,53 3,51	...				
7	21	14	<u>84</u>												
8	1,25 3,27	8	<u>48</u>							1,73 3,75	32	<u>576</u>			
	...			1,23 3,21	...	1,71 3,69	...								

Согласно таблице 2.1 комбинационные гармоники м.д.с., взаимодействующие с гармониками проводимости в таких машинах связаны равенством

$$k \pm i = j \frac{z_1}{2}.$$

Но для всех нечетных  $j$  для машин с  $q=1/2$  ( $z_1=6, p=2$ )

$$k \pm i = 3j.$$

Следовательно, либо  $k$ , либо  $i$  должны быть четными. Ранее было показано, что кривая распределения м.д.с. при разложении в ряд Фурье имеет только нечетные гармоники. Поэтому для машин с  $q=1/2$  ( $z_1=6, p=2$ ) составляющая момента от комбинационных гармоник м.д.с. не равна нулю только при четных  $j$ , т.е. порядок ее, как и порядок составляющей момента от основных гармоник м.д.с., кратен произведению  $jpz_1$ . Этот вывод справедлив для всех машин с четным числом зубцов и пар полюсов, отношение  $\frac{z_1}{2}$  которых является нечетным.

Зная номера взаимодействующих гармоник проводимости зазора и м.д.с. магнитов можно, например, конструктивными методами формировать кривые распределения этих величин таким образом, чтобы исключить из их спектрального состава эти гармоники.

## **2.4. Исследование зубцовых пульсаций момента с помощью численного моделирования**

В последние годы в методах исследования электрических машин наблюдается следующая тенденция. Практически все работы, рассмотренные и описанные в первой главе, имеют в своем содержании следующую последовательность. После постановки задачи, авторы находят некоторые аналитические решения, описывающие те или иные характеристики. В зависимости от принятых допущений получаемые в результате аналитические модели имеют различную адекватность. Причем в большинстве случаев эти модели являются очень грубыми и лишь качественно описывают исследуемые зависимости. Поэтому далее авторы прибегают к помощи численных методов и развивают свою модель на основе полученных при численном моделировании результатов. Таким образом, с одной стороны, авторы получают аналитическую модель, качественно, но наглядно описывающую исследуемые зависимости, с другой стороны, представляются достаточно точные и хорошо подтверждаемые экспериментальными данными результаты численного расчета.

Современные программные пакеты по расчету численными методами магнитных, электрических и тепловых полей, как правило, используют в своем инструментарии метод конечных элементов. Многие из них позволяют рассчитывать не только двухмерные, но и трехмерные модели, учитывать насыщение участков магнитопровода машины, решать в совокупности электромагнитные и тепловые задачи, а также проводить механический расчет деталей и узлов.

### **2.4.1. Описание используемого программного продукта**

В данной работе использовался имеющийся в свободном доступе программный пакет FEMM 4.2. Данный пакет позволяет производить расчет магнито- и электростатических полей, а также тепловых полей в плоскопараллельных и осесимметричных двухмерных моделях. Возможно

решение как линейных, так и нелинейных стационарных и квазистационарных магнитных полей.

Пакет использует метод конечных элементов [69, 70]. Первым этапом является построение расчетной сетки треугольных конечных элементов. Значения параметров поля рассчитывается в узлах, которые являются вершинами элементов сетки. Скалярный магнитный потенциал каждого элемента сетки описывается полиномом с постоянными в пределах этого элемента коэффициентами [71]:

$$\Phi_{M(i)} = a(i) + b(i) + c(i),$$

где  $a(i)$ ,  $b(i)$ ,  $c(i)$  - неизвестные постоянные коэффициенты. Коэффициенты определяются при решении системы уравнений, которая получается из условия минимума энергии, запасенной в поле. После определения скалярного магнитного потенциала можно определить напряженность, индукцию и другие параметры магнитного поля в любом узле.

Пакетный режим используемой программы позволяет посредством скриптов, написанных на встроенном языке программирования Lua, организовывать алгоритмы расчета. Это позволяет автоматизировать повторяющиеся действия по построению модели, изменению геометрических или других параметров, получению и обработке результатов расчета.

#### 2.4.2. Исследование зубцовых пульсаций момента машин с $q=1/2$ ( $z_1=6$ , $p=2$ )

В соответствии с результатами предыдущего параграфа, порядковый номер гармоник зубцовых пульсаций момента в машинах с четными числами зубцов статора и пар полюсов ротора, отношение  $\frac{z_1}{2}$  которых является четным, равен:

$$n_{ct} = j \cdot \frac{p \cdot z_1}{2}, j = 1, 2, 3, \dots,$$

а во всех других случаях:

$$n_{ct} = j \cdot p \cdot z_1, j = 1, 2, 3, \dots$$

Для того чтобы проверить эти выводы, построим численные модели в FEMM машин с различными конструкциями ротора с числом пазов на полюс и фазу  $q=1/2$  (рисунок 2.6), параметры которых приведены таблице 2.4.

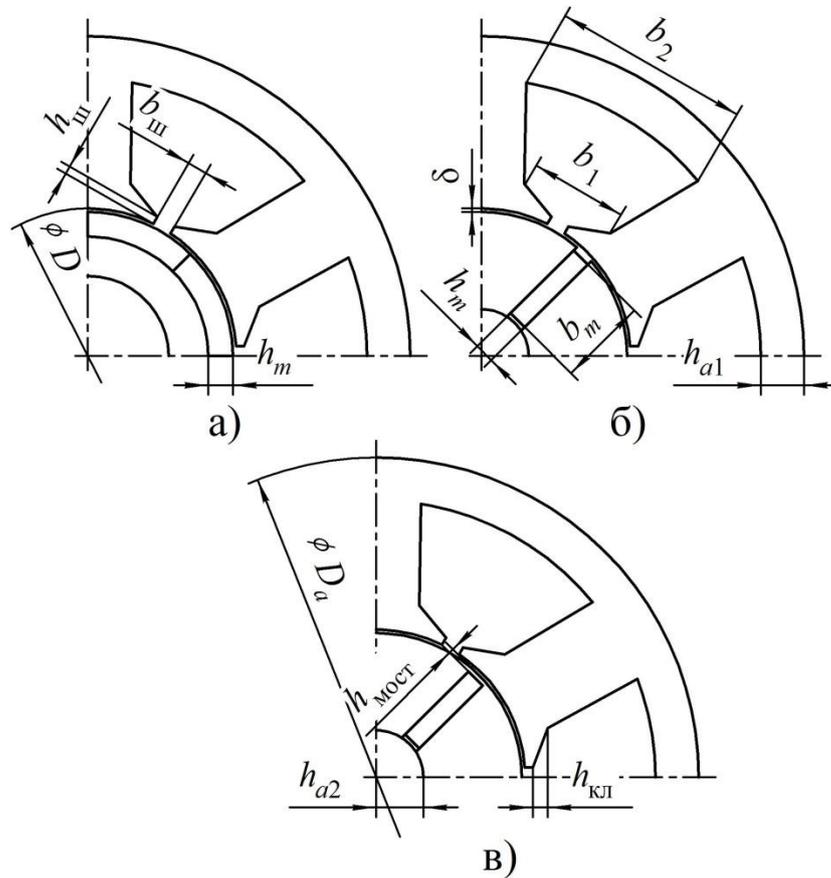


Рисунок 2.6 - Исследуемые модели машин  $q=1/2$  ( $z_1=6, p=2$ )

Таблица 2.4 - Параметры моделей машин с  $q=1/2$  ( $z_1=6, p=2$ )

Конструкция ротора	С рад. расп. магнитов	Кол. типа с мост. нас.	Кол. типа без мост. нас.
Внешний диаметр статора $D_a$ , мм	65	65	65
Диаметр расточки статора $D$ , мм	30	30	30
Высота открытия паза $h_{ш}$ , мм	0,8	0,8	0,8
Ширина открытия паза $b_{ш}$ , мм	2	2	2
Высота клиновидной части паза $h_{кЛ}$ , мм	1,5	1,5	1,5

Окончание таблицы 2.4

Конструкция ротора	С рад. расп. магнитов	Кол. типа с мост. нас.	Кол. типа без мост. нас.
Высота ярма статора $h_{a1}$ , мм	4	4	4
Величина воздушного зазора $\delta$ , мм	0,35	0,35	0,35
Ширина паза у клиновидной части $b_1$ , мм	10	10	10
Ширина дна паза $b_2$ , мм	20	20	20
Активная длина машины $l_\delta$ , мм	40	40	40
Высота магнитов $h_m$ , мм	2,5	2	2
Высота ярма ротора $h_{a2}$ , мм	4	-	-
Ширина магнитов $b_m$ , мм	-	9	9
Высота мостика насыщения $h_{\text{МОСТ}}$ , мм	-	0,5	-

Фрагмент модели в FEMM, соответствующей геометрии машины на рисунке 2.6 а, представлен на рисунке 2.7. Модель имеет статор 1 с пазами 2, магнитное ярмо 3 на роторе, с наклеенными на ее поверхность радиально намагниченными магнитами 4, отделяемыми от статора воздушным зазором 5.

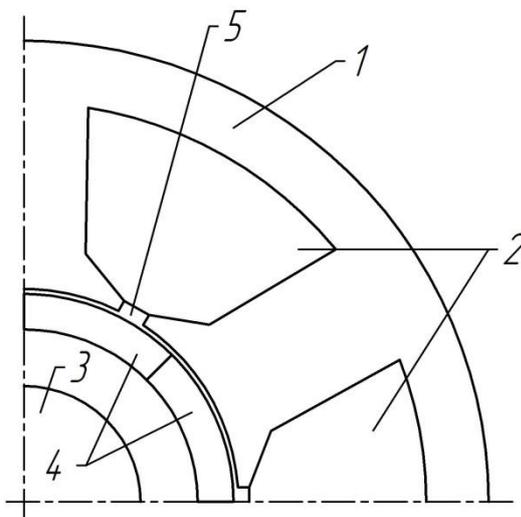


Рисунок 2.7 – Фрагмент модели для расчета зубцовых пульсаций момента

Магнитная проницаемость областей воздушного зазора, пазов и вала задана равной магнитной проницаемости вакуума  $\mu_0$ . Области магнитопроводов статора и ротора имеют магнитные свойства электротехнической стали 2411. При моделировании высококоэрцитивных магнитов, у которых кривая размагничивания является практически прямой, соединяющей точки зависимости при  $B=0$  и  $H=0$ , задается коэрцитивная сила  $H_c$  и относительная магнитная проницаемость материала магнита  $\mu'_M$ . Остаточная индукция  $B_r$  в этом случае определяется из соотношения:

$$B_r = H_c \mu'_M \mu_0.$$

После расчета магнитного поля в объеме модели при различных положениях ротора методом тензора натяжений Максвелла производился расчет момента, действующего на ротор.

Согласно таблице 2.3 в машине с такими числами зубцов и пар полюсов порядковый номер основной гармоники зубцовых пульсаций момента равен  $n_{ct} = p \cdot z_1 = 2 \cdot 6 = 12$ . Соответственно, период этих пульсаций в геометрических градусах:

$$T_{ct} = \frac{360}{n_{ct}} = \frac{360}{12} = 30^\circ.$$

Поэтому, с целью уменьшения времени расчета вычисление момента осуществлялось в пределах изменения угла поворота ротора:

$$\theta = 0 \div T_{ct} = 0 \div 30.$$

Результаты расчета представлены в виде зависимости зубцовых пульсаций момента от относительного угла поворота ротора на рисунке 2.8, где базовой величиной является период основной гармоники зубцовых пульсаций момента  $T_{ct}$ .

Полученные зависимости были разложены в ряд Фурье, и амплитуды их гармоник показаны на рисунке 2.9. Таким образом, из рисунков 2.8-2.9 видно, что полученные зависимости, помимо основной гармоники зубцовых пульсаций

момента с периодом  $T_{ct} = \frac{360^\circ}{p \cdot z_1} = 30^\circ$ , имеют ярко выраженные гармоники более

высокой частоты.

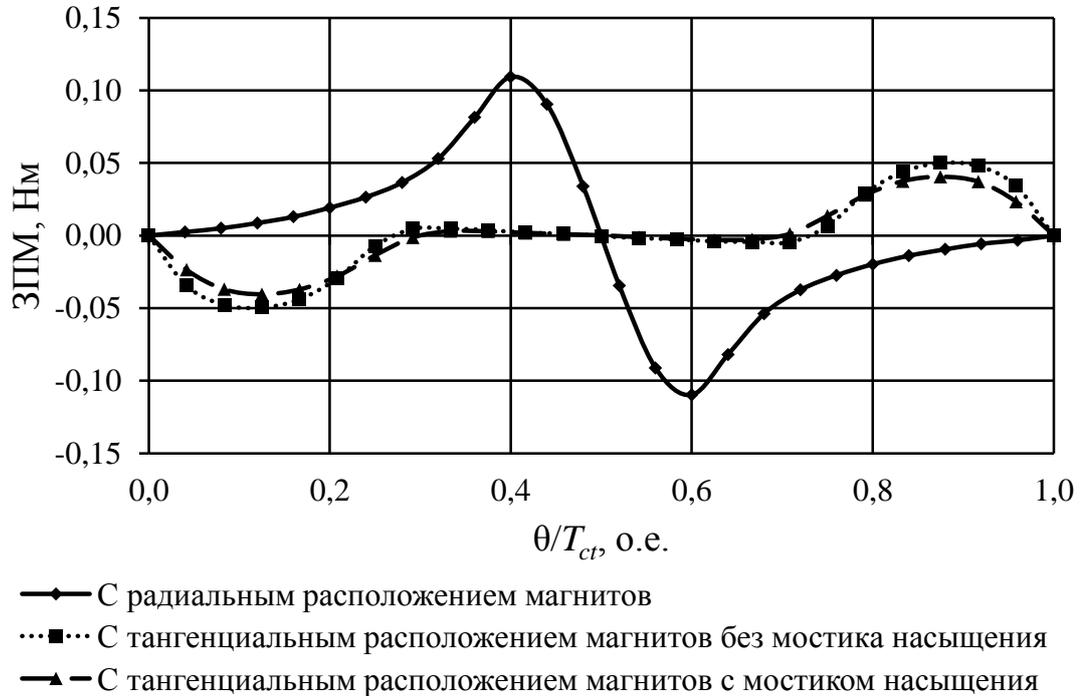


Рисунок 2.8 - Зависимость зубцовых пульсаций момента от относительного углового положения ротора машин с  $q=1/2$  ( $z_1=6$ ,  $p=2$ )



Рисунок 2.9 - Гармонический состав зубцовых пульсаций момента машин с  $q=1/2$  ( $z_1=6$ ,  $p=2$ )

Иными словами, если принять за первую пространственную гармонику ту, период которой равен  $360^\circ$ , то порядковые номера зубцовых пульсаций момента согласно результатам численного моделирования магнитного поля, равны:

$$\begin{aligned} n_{ct1} &= p \cdot z_1 = 12, \\ n_{ct2} &= 2p \cdot z_1 = 24, \\ &\dots \\ n_{ctj} &= j \cdot p \cdot z_1 = 12j. \end{aligned}$$

Результаты численного моделирования магнитного поля подтверждают, таким образом, выводы, сделанные на основе аналитических исследований. В машинах с  $q=1/2$  независимо от типа ротора порядковые номера гармоник зубцовых пульсаций момента определяются произведением  $p \cdot z_1$  и равны  $n_{ctj} = j \cdot p \cdot z_1 = 12j$ . Это также косвенным образом подтверждает правильность выражений для расчета взаимодействующих гармоник м.д.с. магнитов и проводимости воздушного зазора.

#### 2.4.3. Исследование зубцовых пульсаций момента машин с $q=2/5$ ( $z_1=12$ , $p=5$ ) и машин с $q=3/8$ ( $z_1=18$ , $p=8$ )

Аналогичным образом расчет проводился для машин с числом пазов на полюс и фазу  $q=2/5$  и машин с  $q=3/8$  (таблицы 2.5-2.6), имеющих такие же конструкции роторов (рисунок 2.6). Стоит отметить, что модель  $q=2/5$  с радиальным расположением магнитов соответствует реальному опытному образцу электрической машины для привода электромеханического усилителя рулевого управления (ЭМУР) легковым автомобилем, разработанной на кафедре электромеханики Новосибирского государственного технического университета. А модель с  $q=3/8$  с ротором коллекторного типа с мостиком насыщения также соответствует реальному опытному образцу машины для прямого безредукторного привода ЭМУР, разработанного тем же коллективом специалистов.

Таблица 2.5 - Параметры моделей машин с  $q=2/5$  ( $z_1=12, p=5$ )

Конструкция ротора	С рад. расп. магнитов	Кол. типа с мост. нас.	Кол. типа без мост. нас.
Внешний диаметр статора $D_a$ , мм	67	67	67
Диаметр расточки статора $D$ , мм	40	40	40
Высота открытия паза $h_{ш}$ , мм	0,8	0,8	0,8
Ширина открытия паза $b_{ш}$ , мм	2	2	2
Высота клиновидной части паза $h_{кл}$ , мм	1	1	1
Высота ярма статора $h_{a1}$ , мм	3	3	3
Величина воздушного зазора $\delta$ , мм	0,35	0,35	0,35
Ширина паза у клиновидной части $b_1$ , мм	7,3	7,3	7,3
Ширина дна паза $b_2$ , мм	11,6	11,6	11,6
Активная длина машины $l_\delta$ , мм	40	40	40
Высота магнитов $h_m$ , мм	2,5	2	2
Высота ярма ротора $h_{a2}$ , мм	3	-	-
Ширина магнитов $b_m$ , мм	-	9	9
Высота мостика насыщения $h_{мост}$ , мм	-	0,5	-

Таблица 2.6 - Параметры моделей машин с  $q=3/8$  ( $z_1=18, p=8$ )

Конструкция ротора	С рад. расп. магнитов	Кол. типа с мост. нас.	Кол. типа без мост. нас.
Внешний диаметр статора $D_a$ , мм	112	67	67
Диаметр расточки статора $D$ , мм	70	40	40

Окончание таблицы 2.6

Конструкция ротора	С рад. расп. магнитов	Кол. типа с мост. нас.	Кол. типа без мост. нас.
Высота открытия паза $h_{ш}$ , мм	1	0,8	0,8
Ширина открытия паза $b_{ш}$ , мм	3	2	2
Высота клиновидной части паза $h_{кл}$ , мм	1	1	1
Высота ярма статора $h_{a1}$ , мм	4,7	3	3
Величина воздушного зазора $\delta$ , мм	0,4	0,35	0,35
Ширина паза у клиновидной части $b_1$ , мм	7,4	7,3	7,3
Ширина дна паза $b_2$ , мм	10,1	11,6	11,6
Активная длина машины $l_{\delta}$ , мм	65	40	40
Высота магнитов $h_m$ , мм	3	3	3
Высота ярма ротора $h_{a2}$ , мм	4,7	-	-
Ширина магнитов $b_m$ , мм	-	15,5	15,5
Высота мостика насыщения $h_{мост}$ , мм	-	0,6	-

На рисунках 2.10-2.13 представлены результаты расчета моделей с числом пазов на полюс и фазу  $q=2/5$  и  $q=3/8$ . Углы поворота ротора, в пределах которых осуществлялся расчет момента, в соответствии с таблицей 2.3 для машин с  $q=2/5$ :

$$\theta = 0 \div T_{ct} = 0 \div \frac{360^\circ}{n_{ct}} = 0 \div 6^\circ,$$

для машин с  $q=3/8$ :

$$\theta = 0 \div T_{ct} = 0 \div \frac{360^\circ}{n_{ct}} = 0 \div 2,5^\circ.$$

Из рисунков 2.10 и 2.12 видно, что зубцовые пульсации момента имеют гармоники, периоды которых равны  $T_{ct} = \frac{360^\circ}{j \cdot p \cdot z_1}$ .

Т.е. порядковые номера этих гармоник для машин с  $q=2/5$  и  $q=3/8$  соответственно:

$$n_{ctj} = j \cdot p \cdot z_1 = 60j,$$

$$n_{ctj} = j \cdot p \cdot z_1 = 144j.$$

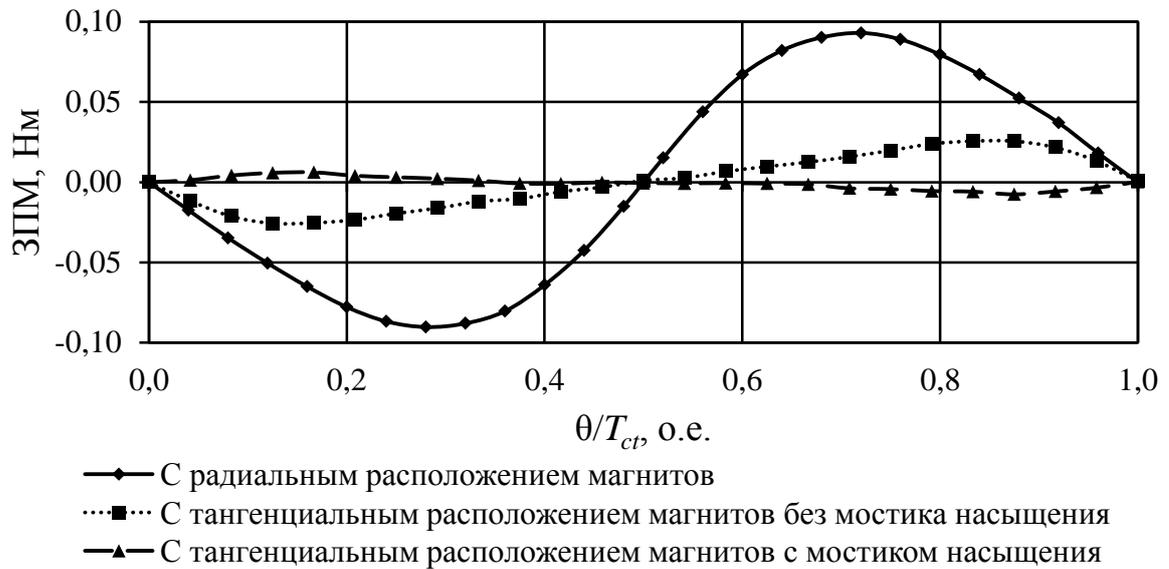


Рисунок 2.10 - Зависимость зубцовых пульсаций момента от относительного углового положения ротора машин с  $q=2/5$  ( $z_1=12$ ,  $p=5$ )

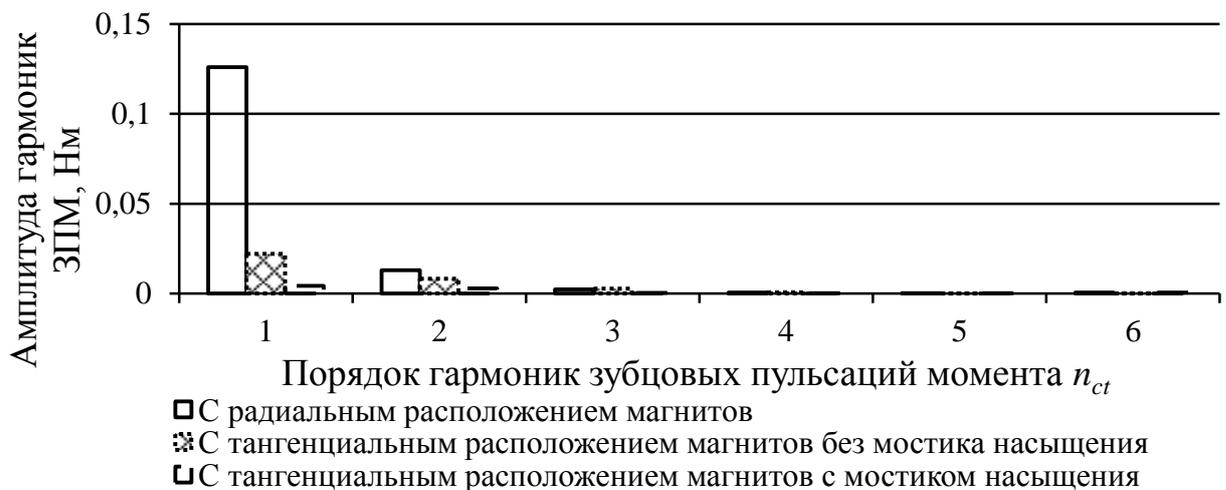


Рисунок 2.11 - Гармонический состав зубцовых пульсаций момента машин с  $q=2/5$  ( $z_1=12$ ,  $p=5$ )

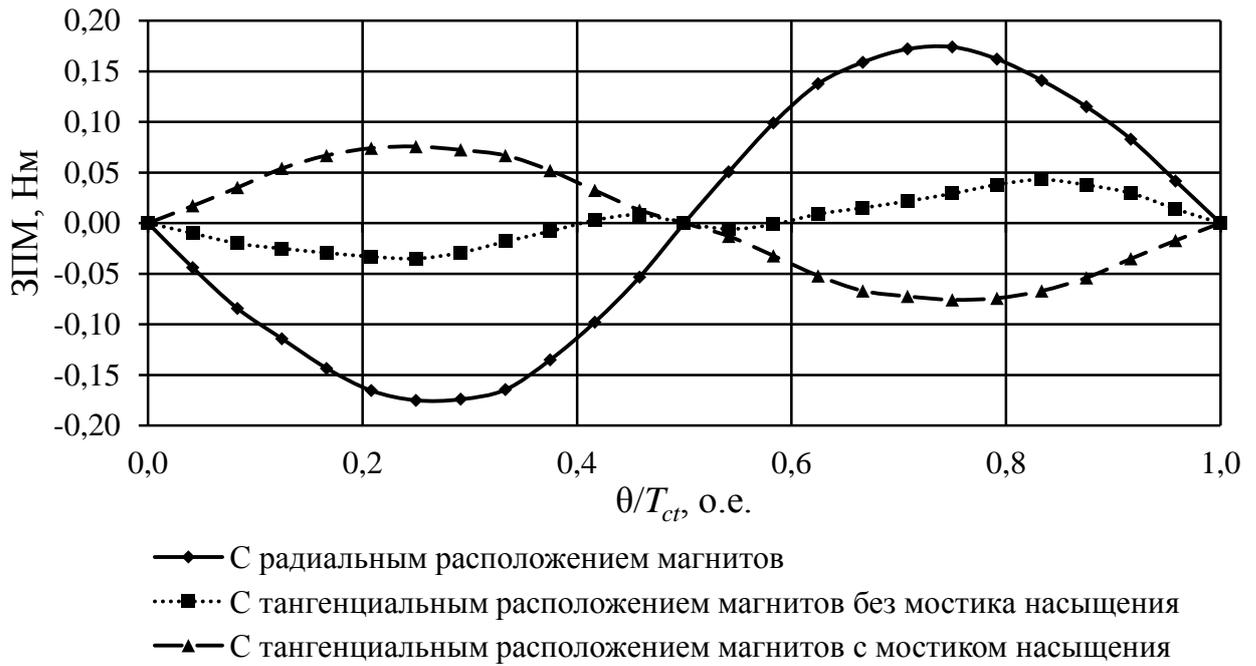


Рисунок 2.12 - Зависимость зубцовых пульсаций момента от относительного углового положения ротора машин с  $q=3/8$  ( $z_1=18$ ,  $p=8$ )



Рисунок 2.13 - Гармонический состав зубцовых пульсаций момента машин с  $q=3/8$  ( $z_1=18$ ,  $p=8$ )

Аналогично предыдущему пункту, результаты расчета момента при различных положениях ротора, проведенного с помощью численного моделирования магнитного поля в моделях машин с  $q=2/5$  и  $q=3/8$ ,

подтверждают выводы, представленные в таблицах 2.1 и 2.3. Независимо от типа конструкции ротора (коллекторного типа с/без мостика насыщения или радиального типа) порядковые номера гармоник зубцовых пульсаций момента определяются произведением  $p \cdot z_1$ :  $n_{ctj} = j \cdot p \cdot z_1 = 60j$  для машин с  $q=2/5$ ,  $n_{ctj} = j \cdot p \cdot z_1 = 144j$  для машин с  $q=3/8$ .

### Выводы

1. Получены выражения, описывающие зависимость зубцовых пульсаций момента от определенных гармоник м.д.с. магнитов и магнитной проводимости воздушного зазора, а также от числа зубцов и пар полюсов для машин с различным числом пазов на полюс и фазу:  $z_1$  и  $p$  - четные;  $z_1$  - четное,  $p$  - нечетное;  $z_1$  - нечетное,  $p$  - четное;  $z_1$  и  $p$  - нечетные. Из полученных выражений видно, что порядковый номер гармоник зубцовых пульсаций момента в машинах с четными числами зубцов статора и пар полюсов ротора, отношение  $\frac{z_1}{2}$  которых является четным, равен:

$$n_{ct} = j \cdot \frac{p \cdot z_1}{2}, j = 1, 2, 3, \dots,$$

а во всех остальных случаях:

$$n_{ct} = j \cdot p \cdot z_1, j = 1, 2, 3, \dots$$

Таким образом, наглядно раскрыт механизм возникновения зубцовых пульсаций момента.

2. Получены формулы для расчета порядковых номеров гармоник м.д.с. магнитов и проводимости воздушного зазора, участвующих в создании зубцовых пульсаций момента для машин с любым числом зубцов и пар полюсов.

3. С помощью численного моделирования методом конечных элементов были получены зависимости зубцовых пульсаций момента от углового положения ротора относительно статора для машин с различными числами пазов на полюс и фазу ( $q=1/2, 2/5, 3/8$ ). В результате гармонического

анализа этих зависимостей было определено, что зубцовые пульсации момента имеют в своем спектральном составе гармоники со следующими порядковыми номерами:

для машины с  $q=1/2$  ( $z_1=6, p=2$ )

$$n_{ctj} = j \cdot p \cdot z_1 = 12j,$$

для машины с  $q=2/5$  ( $z_1=12, p=5$ )

$$n_{ctj} = j \cdot p \cdot z_1 = 60j,$$

для машины с  $q=3/8$  ( $z_1=18, p=8$ )

$$n_{ctj} = j \cdot p \cdot z_1 = 144j.$$

Эти результаты подтверждают выводы, полученные с помощью аналитического исследования о гармоническом составе зубцовых пульсаций момента. Таким образом, можно утверждать, что механизм появления зубцовых пульсаций момента описан справедливо, и выводы второй главы могут быть использованы для анализа зубцовых пульсаций момента в машинах с возбуждением от постоянных магнитов и дробными зубцовыми обмотками с различным числом пазов на полюс и фазу.

### **ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШИРИНЫ ОТКРЫТИЯ ПАЗА НА ВЕЛИЧИНУ ЗУБЦОВЫХ ПУЛЬСАЦИЙ МОМЕНТА**

Большинство существующих методов уменьшения зубцовых пульсаций момента, как уже было отмечено в первой главе данной работы, связаны с изменениями конструкции машины (скос зубцов или полюсов, сегментировка магнитов, несимметричное расположение магнитов и т.д.). Подобные решения приводят к усложнению процесса производства и/или уменьшению развиваемого электромагнитного момента. Все это приводит к повышению себестоимости машины, т.к. в первом случае усложняется технология производства, а во втором – в связи с уменьшением удельной мощности машины появляется необходимость в увеличении ее активного объема. Способ уменьшения зубцовых пульсаций момента, не усложняющий конструкцию электрической машины, позволил бы минимизировать этот паразитный эффект без увеличения себестоимости машины.

Такой способ предложен в работе [50], и основан он на выборе оптимальной ширины открытия паза статора. Однако в представленной работе автор не дает общих рекомендаций к определению ширины открытия паза для машин с различным числом пазов на полюс и фазу, ограничиваясь исследованием нескольких образцов, имеющих 9 зубцов и 4 пары полюсов. Кроме того, автор не приводит анализа зависимости гармонического состава проводимости воздушного зазора от величины открытия паза. Поэтому данная глава посвящена исследованию зависимости величины зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза и разработке рекомендаций по определению ее оптимальной величины на этапе проектирования машины для любых чисел пазов на полюс и фазу.

Из результатов, полученных в предыдущей главе, очевидно, что для уменьшения зубцовых пульсаций момента кривые м.д.с. магнитов и магнитной проводимости воздушного зазора должны быть сформированы таким образом, чтобы величины амплитуд их гармоник, которые могут участвовать в создании

пульсаций момента, стремились к нулю. Из полученного выражения для момента

$$M(\theta) = \frac{\pi l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \left[ \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} k F_{mk}^2 \Lambda_{mv} \sin v z_1 \theta + 2 \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{\infty} k F_{mk} F_{mi} \Lambda_{mv} \sin v z_1 \theta \right], \quad (3.1)$$

$$\frac{k}{v} = \frac{z_1}{2p}, \quad \frac{(k \pm i)}{v} = \frac{z_1}{p} \quad (3.2)$$

видно, что, исключая из спектрального состава проводимости гармоники, номера которых удовлетворяют условию (3.2), теоретически можно добиться полного отсутствия зубцовых пульсаций момента. В предыдущей главе были получены выражения для определения порядковых номеров проводимости воздушного зазора, удовлетворяющих условию (3.2).

Гармонический состав магнитной проводимости воздушного зазора определяется геометрией самого зазора, которая формируется поверхностями статора и ротора. В процессе проектирования выбор той или иной конструкции ротора зависит от многих факторов, связанных с предъявляемыми к машине требованиями. К ним относятся частота вращения ротора, размеры машины, развиваемый электромагнитный момент, форма кривой ЭДС и пр. Число пар полюсов машины определяется частотой питания и требуемой частотой вращения. Если размеры машины относительно малы, а число полюсов должно быть большим, то изготовление ротора коллекторного типа может оказаться невозможным. В то же время, выполнение ротора коллекторного типа при больших размерах машины и малом числе полюсов нецелесообразно. В некоторых машинах, как например в бесколлекторных машинах постоянного тока, магнитная система ротора выполняется такой, чтобы форма ЭДС была близка к трапецеидальной. Также помимо перечисленного к вновь проектируемой машине могут предъявляться требования, косвенным образом влияющие на необходимую величину индуктивностей обмотки. Например, в генераторе с ротором радиального типа индуктивность будет меньше чем с

ротором коллекторного типа, и внешняя характеристика у первого будет более жесткой. В то же время при слишком малых индуктивностях могут возникнуть проблемы при бездатчиковом управлении. В конечном счете, совокупность всех факторов приводит к выбору определенной конструкции ротора, и формирование оптимальной с точки зрения минимума зубцовых пульсаций момента кривой м.д.с. магнитов может противоречить другим требованиям. В этом случае остается формировать кривую магнитной проводимости воздушного зазора. При этом основным параметром, которым можно варьировать без существенного изменения электромагнитного момента, является ширина открытия паза статора.

### 3.1. Зависимость магнитной проводимости воздушного зазора от ширины открытия паза

Вопросы определения проводимости воздушного зазора исследовались в работах [72-76]. В общем случае проводимость воздушного зазора можно представить бесконечным гармоническим рядом. Для того чтобы получить аналитическую зависимость  $\nu$ -ой гармоники этого ряда от ширины открытия паза примем следующие допущения:

- 1) насыщение участков магнитной цепи машины отсутствует;
- 2) энергия на участках магнитопровода пренебрежимо мала  $\mu_{\text{стали}} = \infty$ .
- 3) поверхность статора имеет зубчатую структуру, поверхность ротора гладкая;
- 4) силовые линии магнитного поля в воздушном зазоре направлены по нормали к поверхности ротора.
- 5) проводимость воздушного зазора имеет вид как на рисунке 3.1.

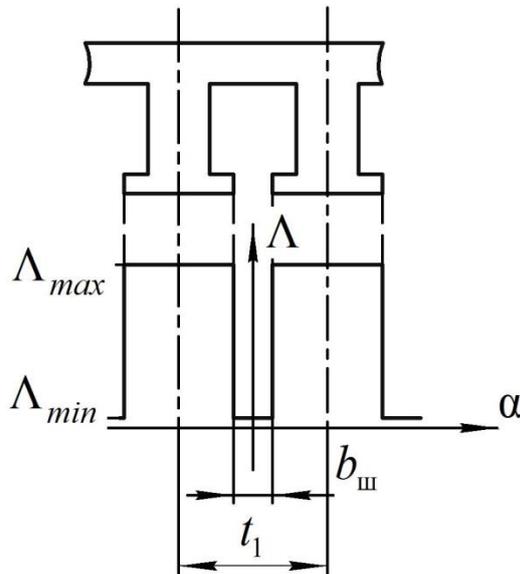


Рисунок 3.1 - Магнитная проводимость воздушного зазора

Представленная на рисунке 3.1 зависимость математически описывается следующим образом:

$$\Lambda_{\delta}(\alpha) = \begin{cases} \Lambda_{max}, \alpha \in \left[ -\frac{t_1}{2}; -\frac{b_{III}}{2} \right], \left[ \frac{b_{III}}{2}; \frac{t_1}{2} \right]; \\ \Lambda_{min}, \alpha \in \left[ -\frac{b_{III}}{2}; \frac{b_{III}}{2} \right]. \end{cases}$$

Данное выражение не позволяет проанализировать влияние ширины открытия на амплитуду  $\nu$ -ой гармоники проводимости. Для удобства анализа разложим эту функцию в ряд Фурье. Так как функция симметрична относительно оси ординат, то раскладывается она только по косинусам. В таком случае коэффициент ряда:

$$\begin{aligned}
 a_\nu &= \frac{2}{t_1} \int_{-\frac{t_1}{2}}^{\frac{t_1}{2}} \Lambda_\delta(\alpha) \cos\left(\frac{2\pi\nu\alpha}{t_1}\right) d\alpha = \frac{2}{t_1} \left[ \int_{-\frac{t_1}{2}}^{\frac{b_{III}}{2}} \Lambda_{max} \cos\left(\frac{2\pi\nu\alpha}{t_1}\right) d\alpha + \right. \\
 &\left. \int_{\frac{b_{III}}{2}}^{\frac{t_1}{2}} \Lambda_{max} \cos\left(\frac{2\pi\nu\alpha}{t_1}\right) d\alpha + \int_{-\frac{t_1}{2}}^{-\frac{b_{III}}{2}} \Lambda_{min} \cos\left(\frac{2\pi\nu\alpha}{t_1}\right) d\alpha + \int_{-\frac{b_{III}}{2}}^{-\frac{t_1}{2}} \Lambda_{min} \cos\left(\frac{2\pi\nu\alpha}{t_1}\right) d\alpha \right] = \\
 &= \frac{2}{t_1} \left[ \Lambda_{max} \cdot \frac{t_1}{2\pi\nu} \left( -\sin\left(\frac{\pi\nu b_{III}}{t_1}\right) + \sin(\pi\nu) \right) + \Lambda_{max} \cdot \frac{t_1}{2\pi\nu} \left( \sin(\pi\nu) - \sin\left(\frac{\pi\nu b_{III}}{t_1}\right) \right) + \right. \\
 &\left. + \Lambda_{min} \cdot \frac{t_1}{2\pi\nu} \left( \sin\left(\frac{\pi\nu b_{III}}{t_1}\right) + \sin\left(\frac{\pi\nu b_{III}}{t_1}\right) \right) \right] = \frac{1}{\pi\nu} \left[ 2\Lambda_{min} \sin\left(\frac{\pi\nu b_{III}}{t_1}\right) - \right. \\
 &\left. - 2\Lambda_{max} \sin\left(\frac{\pi\nu b_{III}}{t_1}\right) \right] = \frac{2}{\pi\nu} (\Lambda_{min} - \Lambda_{max}) \sin\left(\frac{\pi\nu b_{III}}{t_1}\right).
 \end{aligned}$$

Свободный член ряда:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{2}{t_1} \int_{-\frac{t_1}{2}}^{\frac{t_1}{2}} \Lambda_\delta(\alpha) d\alpha = \frac{2}{t_1} \left[ \int_{-\frac{t_1}{2}}^{\frac{b_{III}}{2}} \Lambda_{max} d\alpha + \int_{\frac{b_{III}}{2}}^{\frac{t_1}{2}} \Lambda_{max} d\alpha + \int_{-\frac{t_1}{2}}^{-\frac{b_{III}}{2}} \Lambda_{min} d\alpha + \int_{-\frac{b_{III}}{2}}^{-\frac{t_1}{2}} \Lambda_{min} d\alpha \right] = \\
 &= \frac{2}{t_1} \left[ \Lambda_{max} \left( \frac{t_1 - b_{III}}{2} \right) + \Lambda_{max} \left( \frac{t_1 - b_{III}}{2} \right) + \Lambda_{min} b_{III} \right] = \frac{2}{t_1} \left[ \Lambda_{max} (t_1 - b_{III}) + \Lambda_{min} b_{III} \right].
 \end{aligned}$$

Таким образом, проводимость представиться в виде ряда:

$$\Lambda_\delta(\alpha) = \frac{2}{t_1} \left[ \Lambda_{max} (t_1 - b_{III}) + \Lambda_{min} b_{III} \right] + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{2}{\pi\nu} (\Lambda_{min} - \Lambda_{max}) \sin\left(\frac{\pi\nu b_{III}}{t_1}\right) \cos\left(\frac{2\pi\nu\alpha}{t_1}\right).$$

Стоит отметить, что период основной гармоники проводимости с учетом принятых допущений равен зубцовому делению  $t_1$ , а отношение  $\frac{t_1}{\nu}$  есть не что иное, как период  $\nu$ -ой гармоники  $T_{\Lambda\nu}$ . Тогда в общем виде  $\nu$ -ая гармоника проводимости:

$$\Lambda_{\nu}(\alpha, b_{ш}) = \Lambda_{m\nu}(b_{ш}) \cos\left(\frac{2\pi\alpha}{T_{\nu}}\right), \quad (3.3)$$

где

$$\Lambda_{m\nu}(b_{ш}) = \frac{2}{\pi\nu} (\Lambda_{min} - \Lambda_{max}) \sin\left(\frac{\pi b_{ш}}{T_{\nu}}\right) \quad (3.4)$$

является амплитудой  $\nu$ -ой гармоники проводимости, зависящей от ширины открытия паза. Основываясь на выражениях (3.4) и (3.1), можно сделать следующий вывод. При равенстве или кратности ширины открытия паза периоду  $\nu$ -ой гармоники проводимости, участвующей в создании зубцовых пульсаций момента, амплитуда этих пульсаций будет равна нулю. Если же ширина открытия паза кратна  $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots\right) T_{\Lambda\nu}$ , то амплитуда зубцовых пульсаций момента достигает максимума. Таким образом, амплитуда момента при неизменной форме кривой м.д.с. имеет периодическую зависимость от ширины открытия паза, и периодичность эта определяется периодом  $\nu$ -ой гармоники проводимости, участвующей в создании зубцовых пульсаций момента.

### **3.2. Зависимость зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза**

Необходимо отметить, что принятые при получении сделанного выше вывода допущения, являются грубыми, и не учитывают многих особенностей рассматриваемого класса машин. В отличие от машин с классическими обмотками, в машинах с дробными зубцовыми обмотками число зубцов мало отличается от числа полюсов. Как следствие, зубцовое деление статора практически равно полюсному делению машины. При этом краевые эффекты в области открытия паза оказывают сильное влияние на распределение магнитного поля в воздушном зазоре даже при обесточенной обмотке статора. Это вызвано большей длиной участков, через которые замыкаются силовые линии поля в области открытия паза, и, как следствие, увеличением магнитного сопротивления, и концентрацией силовых линий в углах коронок зубцов. Поэтому применение выражения (3.4) может привести не только к ошибке в определении амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента, но и к ложности сделанного выше вывода о периодичном характере зависимости зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза.

#### **3.2.1. Проводимость воздушного зазора с учетом насыщения стали и краевых эффектов в области открытия паза**

Для того чтобы получить зависимость проводимости воздушного зазора от угловой координаты с учетом краевых эффектов, необходимо рассчитать магнитное поле в области воздушного зазора с достаточно высокой точностью. Это позволяет сделать метод конечных элементов. С этой целью в программном продукте FEMM 4.2 была создана двухмерная модель (рисунок 3.2), представляющая собой участок развернутого статора 2 с пазами 1, развернутого магнита 3 и разделяющего их воздушного зазора 4. Для того чтобы исключить влияние изменения м.д.с. магнитов на распределение магнитной индукции в воздушном зазоре, в построенной модели постоянные магниты моделировались

следующим образом. Вдоль границ модели 5 и 6 (рисунок 3.2) равномерно задан векторный потенциал магнитного поля  $A$  в соответствии с уравнением:

$$A = (A_0 + A_x x + A_y y) e^{j\phi}.$$

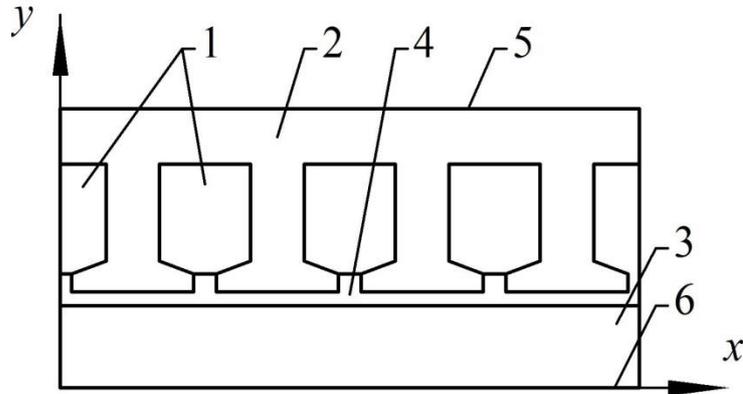


Рисунок 3.2 - Двухмерная модель для расчета распределения индукции в воздушном зазоре

Составляющие  $A_0$ ,  $A_y$  и угол  $\phi$  приняты равными нулю, поэтому из уравнений магнитостатики:

$$B = \nabla \cdot A,$$

а составляющие вектора магнитной индукции на границе 6 соответственно равны:

$$B_y = \frac{\partial A}{\partial x} = A_1,$$

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y} = 0.$$

С учетом принятого допущения, что магнитная проницаемость стали равна бесконечности, всем остальным границам областей, заданы однородные граничные условия Неймана:

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0.$$

Таким образом, магнитный поток проходит эти границы под углом  $90^\circ$ . Области магнита 3 и пазов 1 имеют свойства пассивного элемента с магнитной проницаемостью, близкой к магнитной проницаемости воздуха. Магнитные

свойства магнитопровода статора 2 заданы в виде зависимости индукции от напряженности магнитного поля  $B(H)$  и соответствуют стали марки 2411. Относительная магнитная проницаемость области воздушного зазора и открытия пазов 4 задана равной 1, что соответствует магнитным свойствам вакуума.

В результате расчета магнитного поля получено распределение магнитной индукции в области модели (рисунок 3.3). В области воздушного зазора получена зависимость составляющей индукции  $B_y$ , которая соответствует радиальной составляющей в цилиндрической системе координат, от отношения  $x/t_1$  (рисунок 3.4). На рисунке видно ярко выраженный всплеск, вызванный краевыми эффектами в области углов коронок зубцов.

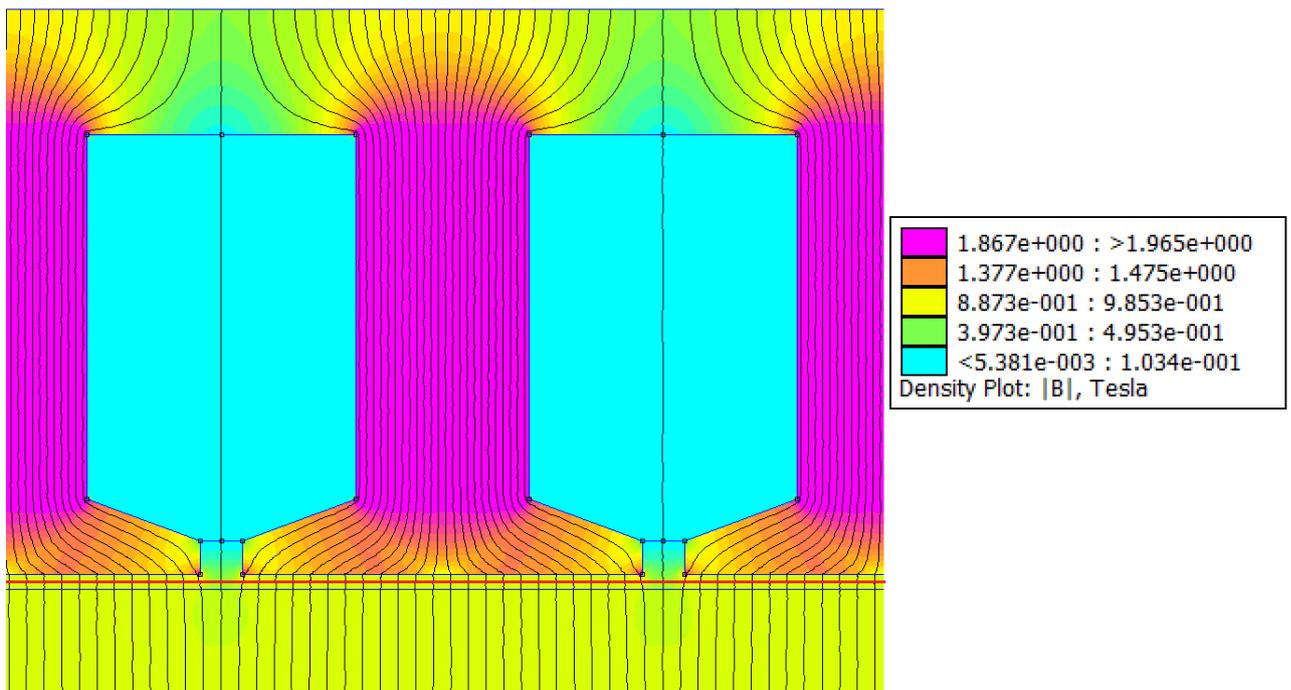


Рисунок 3.3 - Силовые линии магнитного поля в модели

Если предположить, что магнитная проницаемость стали равна бесконечности, а разность магнитных потенциалов между ротором и статором равна единице, можно утверждать, что:

$$B_y(x) = \Lambda(x) = \frac{\mu_0}{\delta'(x)}. \quad (3.5)$$

где  $\delta'(x)$  - фиктивный воздушный зазор.

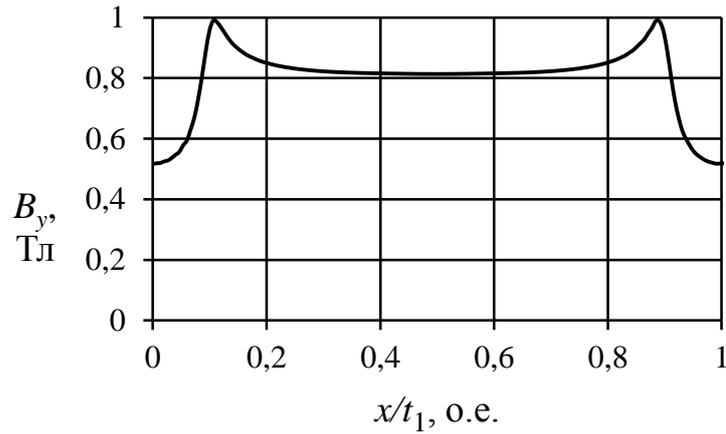


Рисунок 3.4 - Распределение магнитной индукции в воздушном зазоре на одном зубцовом делении

Для дальнейших рассуждений примем допущение, что высота коронок зубцов статора во много раз меньше величины воздушного зазора (рисунок 3.5). В этом случае, длина силовых линий магнитного поля в воздушном зазоре под открытием паза или, иначе говоря, фиктивный воздушный зазор может быть приближенно определен из прямоугольного треугольника:

$$\delta'(x) = \sqrt{\delta^2 + (0.5b_{III} - x)^2}.$$

Тогда проводимость воздушного зазора равна:

$$\Lambda(x) = \frac{\mu_0}{\sqrt{\delta^2 + (0.5b_{III} - x)^2}}. \quad (3.6)$$

Очевидно, что функция (3.6) имеет в качестве своей асимптоты ось абсцисс (рисунок 3.6). Для того чтобы функция проводимости стала близкой к тому виду, что представлен на рисунке 3.4, запишем ее на половине периода в следующем виде:

$$\Lambda(x) = \begin{cases} \Lambda_{min} + \frac{\delta(\Lambda_{max} - \Lambda_{min})}{\sqrt{\delta^2 + (0.5b_{III} - x)^2}}, x \in \left[0; \frac{b_{III}}{2}\right]; \\ \Lambda_{\delta} + \frac{\delta(\Lambda_{min} - \Lambda_{\delta})}{\sqrt{\delta^2 + (x - 0.5b_{III})^2}}, x \in \left[\frac{b_{III}}{2}; \frac{t_1}{2}\right]. \end{cases} \quad (3.7)$$

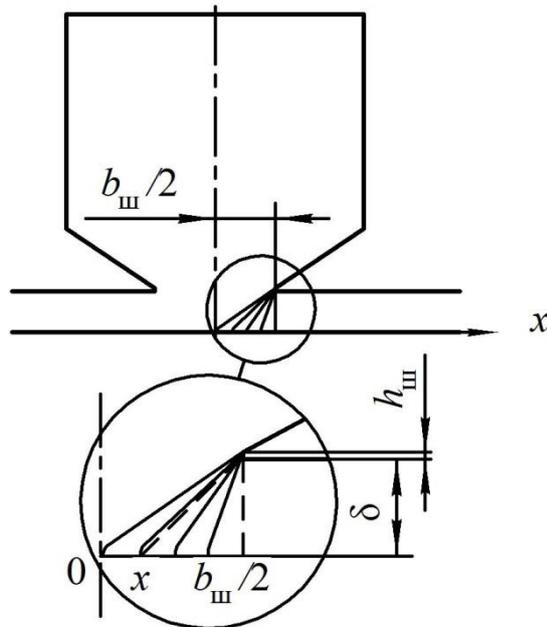


Рисунок 3.5 - Распределение силовых линий магнитного поля в области воздушного зазора под открытием паза

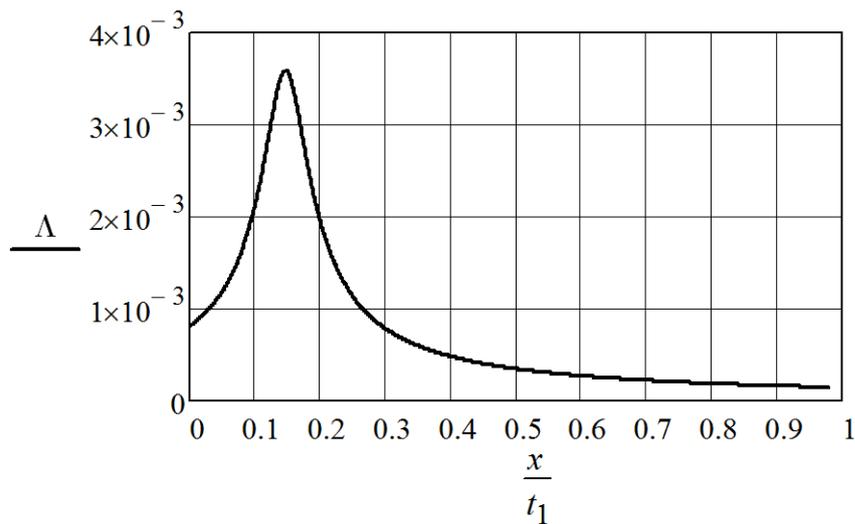


Рисунок 3.6 - Функция проводимости воздушного зазора по выражению (3.6)

где  $\Lambda_{max}$  - максимальное значение проводимости зазора под границей коронки зубца и открытия паза,  $\Lambda_{\delta}$  - постоянное значение, к которому стремится функция при  $x = 0,5b_{ш}$ ,  $\Lambda_{min}$  - постоянное значение, к которому стремится функция при  $x = 0$ . На рисунке 3.7 представлены полученная с помощью численной модели функция распределения магнитной индукции в области воздушного зазора и рассчитанная по (3.7) функция проводимости. Оба результата соответствуют машине с шириной открытия паза  $b_{ш} = 3,15$  мм,

зубцовым делением  $t_1 = 12,2$  мм и воздушным зазором  $\delta = 0,4$  мм. При этом в соответствии с выражением (3.5) в (3.7) заданы величины:  $\Lambda_{max} = 1,1$ ;  $\Lambda_\delta = 0,8$ ;  $\Lambda_{min} = 0,34$ . Величина  $\Lambda_{min}$  подобрана таким образом, чтобы  $\Lambda(0) = B(0)$ .

Коэффициент ряда Фурье функции (3.7) равен:

$$\Lambda_{mv}(b_{III}) = \frac{4}{t_1} \left[ \int_0^{0.5b_{III}} \left( \Lambda_{min} + \frac{\delta(\Lambda_{max} - \Lambda_{min})}{\sqrt{\delta^2 + (0.5b_{III} - x)^2}} \cos\left(\frac{2\pi vx}{t_1}\right) \right) dx + \right. \\ \left. + \int_{0.5b_{III}}^{0.5t_1} \left( \Lambda_\delta + \frac{\delta(\Lambda_{max} - \Lambda_\delta)}{\sqrt{\delta^2 + (x - 0.5b_{III})^2}} \cos\left(\frac{2\pi vx}{t_1}\right) \right) dx \right]. \quad (3.8)$$

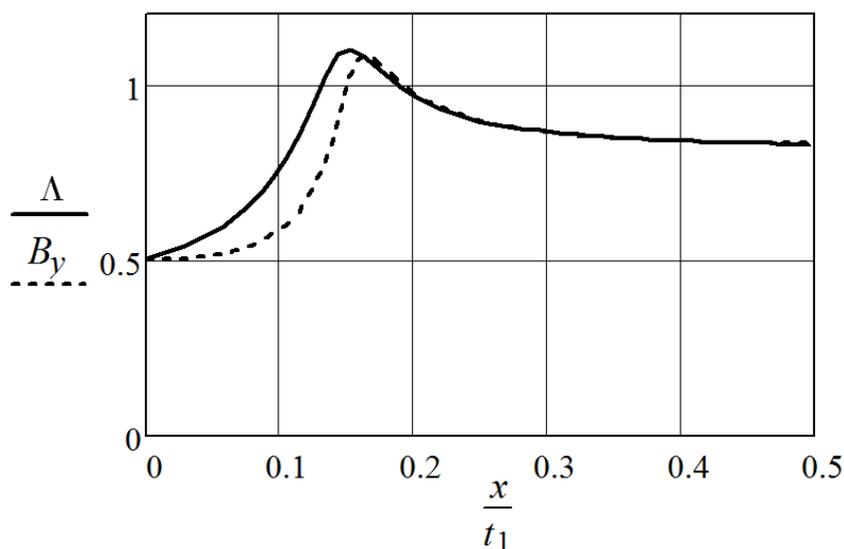


Рисунок 3.7 - Функция проводимости воздушного зазора по (3.6) и распределение индукции в воздушном зазоре по численной модели

Рассмотрим в качестве примера машину, параметры которой представлены в таблице 3.1. Параметры функции проводимости приняты следующими:

- $\Lambda_\delta = \frac{1}{\frac{\delta}{\mu_0} + \frac{h_M}{\mu_0 \mu'_M}} = 4,208 \cdot 10^{-4}$  Гн;
- $\Lambda_{max} = 1,375 \Lambda_\delta = 5,786 \cdot 10^{-4}$  Гн;
- $\Lambda_{min} = 0,425 \Lambda_\delta = 1,788 \cdot 10^{-3}$  Гн.

Значения  $\Lambda_{max}$  и  $\Lambda_{min}$  выбраны так, что отношения  $\frac{\Lambda_{\delta}}{\Lambda_{max}}$  и  $\frac{\Lambda_{\delta}}{\Lambda_{min}}$  остаются теми же, как и при допущении, что м.д.с. магнитов равна единице. Далее в данной главе также будем использовать эти параметры.

Таблица 3.1 - Геометрические параметры исследуемой электрической машины

Параметр	обозначение	значение
внешний диаметр статора, м	$D_a$	0,112
диаметр расточки статора, м	$D$	0,07
высота ярма статора, м	$h_{a1}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$
высота открытия паза, м	$h_{ш}$	$1 \cdot 10^{-3}$
число зубцов статора	$z_1$	18
зубцовое деление, м	$t_1 = \frac{\pi D}{z_1}$	0,0122
величина воздушного зазора, м	$\delta$	$0,4 \cdot 10^{-3}$
высота магнитов, м	$h_M$	$3 \cdot 10^{-3}$
высота магнитного ярма ротора, м	$h_{a2}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$
число пар полюсов	$p$	8

Подынтегральные выражения (3.8) нельзя интегрировать аналитически, и единственным выходом здесь является численное интегрирование. Поэтому с помощью численного интегрирования была получена зависимость  $\Lambda_{mv}(b_{ш})$  для такой машины в табличной форме.

Согласно таблице 2.3 в машине с таким числом зубцов и пар полюсов основная гармоника зубцовых пульсаций момента создается гармоникой проводимости с порядковым номером  $\nu = p = 8$ . Полученная зависимость 8-ой гармоники проводимости от относительного открытия паза  $\frac{b_{ш}}{t_1}$  представлена на рисунке 3.8. В качестве базовой величины выбрано зубцовое деление.

Согласно выводам, сделанным в п. 3.1, периодичность зависимости  $\Lambda_{mv}(b_{\text{ш}})$ , а значит и  $M(b_{\text{ш}})$ , должна определяться периодом  $\nu$ -ой гармоники  $T_{\Lambda\nu} = \frac{t_1}{\nu}$ . Для рассматриваемого случая

$$T_{\Lambda 8} = \frac{t_1}{\nu} = \frac{0,0122}{8} = 1,525 \cdot 10^{-3} \text{ м,}$$

или в относительных единицах:

$$\frac{T_{\Lambda 8}}{t_1} = \frac{1,525 \cdot 10^{-3}}{12,2 \cdot 10^{-3}} = 0,125 \text{ о.е.}$$

Маркерами на рисунке 3.8 обозначены относительные открытия паза, соответствующие максимальным и минимальным значениям проводимости.

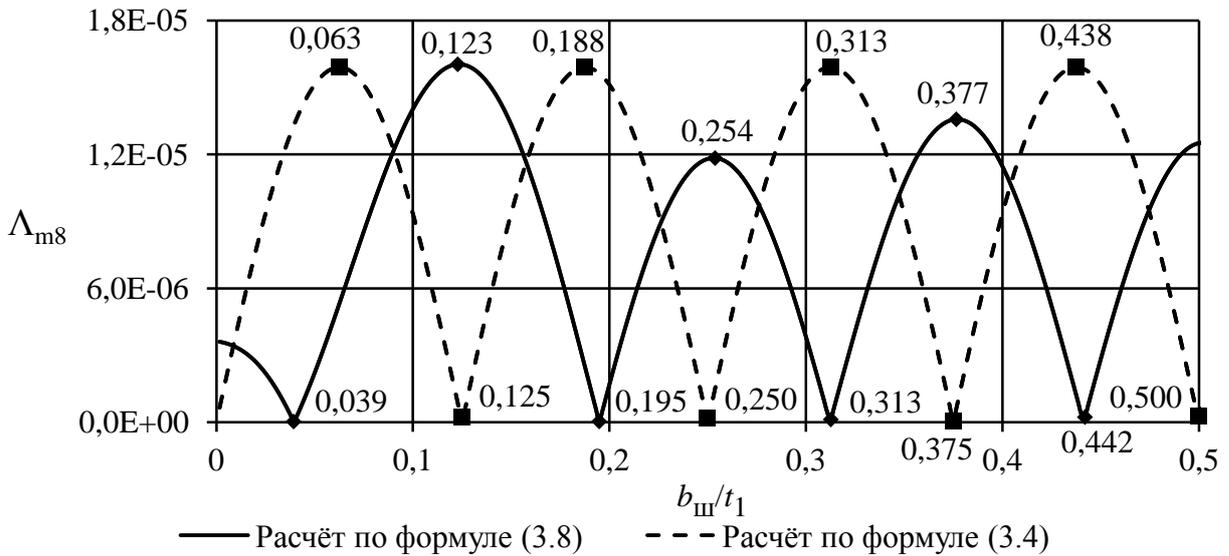


Рисунок 3.8 - Зависимость гармонической проводимости от относительной ширины открытия паза

В соответствии с выражением (3.4) когда  $\frac{b_{\text{ш}}}{t_1} = (1, 2, 3 \dots) \frac{T_{\Lambda 8}}{t_1}$  амплитуда гармоники  $\Lambda_{m8}$  должна быть равна нулю, а при  $\frac{b_{\text{ш}}}{t_1} = \left( \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \dots \right) \frac{T_{\Lambda 8}}{t_1}$  - иметь максимальное значение (рисунок 3.8). Однако, расчет по выражению (3.8), учитывающий насыщение стали и краевые эффекты, дает полностью противоположный результат.

### 3.2.2. Распределение намагничивающей силы, создаваемой ротором с радиальным расположением магнитов

Для того чтобы рассчитать зубцовые пульсации момента по выражению (3.1) необходимо иметь распределение м.д.с. магнитов. Так как в это выражение входит только одна определенная гармоника м.д.с., а в рассматриваемом случае, в соответствии с выводами, сделанными в предыдущей главе, это 9-ая гармоника, то зависимость м.д.с. магнитов от угловой координаты необходимо представить в виде ряда Фурье.

Рассмотрим случай с гладким зазором и радиальным расположением магнитов на роторе. На рисунке 3.9 представлена модель для численного расчета такого случая методом конечных элементов.

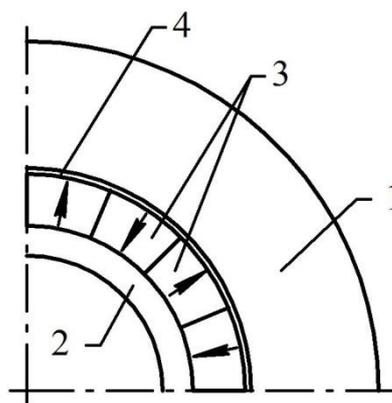


Рисунок 3.9 - Модель для расчета м.д.с. магнитов

С целью исключения влияния насыщения стали на распределение м.д.с. магнитов ярмо статор 1 имеет высоту, превышающую величину полюсного деления. Ярмо ротора 2 посажено на немагнитный вал, и, как и ярмо статора, имеет магнитные свойства электротехнической стали 2411. Радиально намагниченные магниты 3 в совокупности образуют замкнутое кольцо, т.е. длина полюсной дуги равна полюсному делению. Магниты и статор разделены воздушным зазором 4. Магнитные свойства элементов модели заданы практически таким же образом, как и в предыдущем случае (рисунок 3.2). Двумя отличиями являются способы задания магнитов и граничного условия

для внешней границы модели. Для внешних границ заданы нулевые однородные граничные условия Дирихле.

В данной модели приняты следующие магнитные свойства магнитов: коэрцитивная сила  $H_c = 760000$  А/м; относительная магнитная проницаемость  $\mu'_M = 1,16$  о.е.; остаточная магнитная индукция  $B_r = 1,108$  Тл. Эти величины соответствуют высококоэрцитивным магнитам  $NdFeB$  марки  $N30M$ .

В результате расчета методом конечных элементов было получено распределение нормальной составляющей индукции в области воздушного зазора  $B_n = f(\alpha)$ . М.д.с. магнитов определялась как отношение:

$$F(\alpha) = \frac{B_n(\alpha)}{\Lambda_\delta} = B_n(\alpha) \left( \frac{\delta}{\mu_0} + \frac{h_M}{\mu_0 \mu'_M} \right).$$

На рисунке 3.10 представлена полученная в итоге численного моделирования зависимость м.д.с. магнитов от относительной угловой координаты, где в качестве базовой величины принят угол, соответствующий полюсному делению  $\alpha_\tau = \frac{\pi}{p}$ . Данная кривая может быть описана выражением:

$$F(\alpha) = \begin{cases} F_{max} \left( 1 - e^{-\alpha/\alpha_0} \right), \alpha \in [0; \alpha_\tau / 2]; \\ F_{max} \left( 1 - e^{(\alpha - \alpha_\tau)/\alpha_0} \right), \alpha \in (\alpha_\tau / 2; \alpha_\tau]. \end{cases}$$

После разложения этой кривой в ряд Фурье получим:

$$F(\alpha) = \sum_{k=1}^{50} F_{mk} \sin kp\alpha,$$

где амплитуда  $k$ -ой гармоники:

$$F_m = \frac{F_{max}\alpha_0}{\alpha_\tau} \left[ \frac{1}{k^2 p^2 \alpha_0^2 + 1} \left[ 2 \cdot e^{-\frac{\alpha_\tau}{2\alpha_0}} \sin \frac{kp\alpha_\tau}{2} - kp\alpha_0 (1 - \cos kp\alpha_\tau) - \sin kp\alpha_\tau \right] + \frac{1}{kp\alpha_0} (1 - \cos kp\alpha_\tau) \right] \quad (3.9)$$

Распределение м.д.с., рассчитанное аналитически, также приведено на рисунке 3.10.

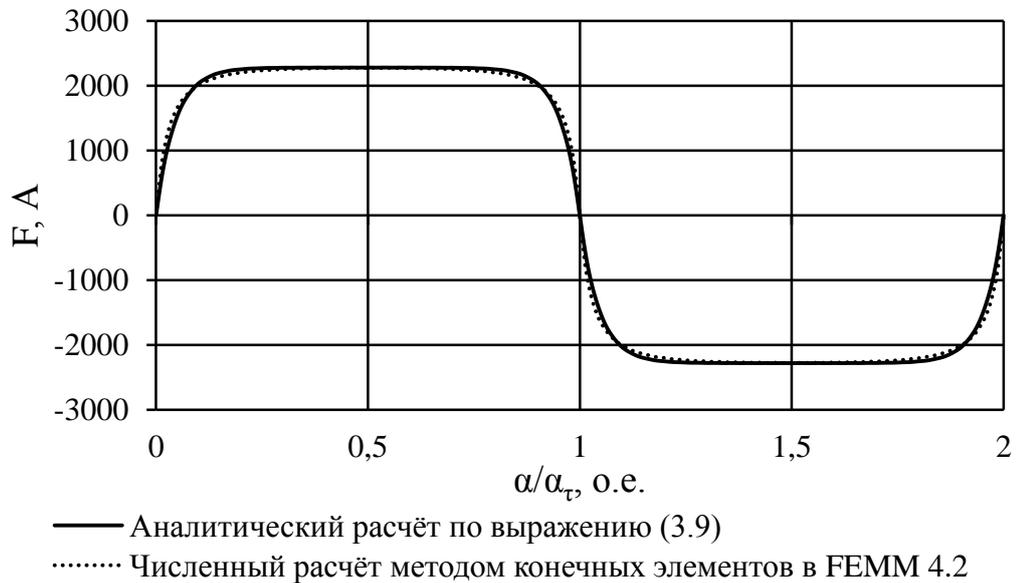


Рисунок 3.10 - Намагничивающая сила постоянных магнитов

### 3.2.3. Аналитический расчет зависимости зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза

Для того чтобы рассчитать аналитически амплитуду зубцовых пульсаций момента, воспользуемся выражением (3.1). Ограничимся при этом только основной гармоникой пульсаций:

$$M(b_{\text{ш}}) = \frac{\pi}{2} l_{\delta} R_{\delta} p k F_{mk}^2 \Lambda_{m8}(b_{\text{ш}}), \quad (3.10)$$

где  $l_{\delta} = 0,065$  - активная длина машины, м;

$R_{\delta} = \frac{D}{2} - \delta = \frac{0,07}{2} - 0,4 \cdot 10^{-3} = 34,6 \cdot 10^{-3}$  - средний радиус воздушного зазора, м;

$\Lambda_{m8}(b_{\text{ш}})$  - амплитуда 8-ой гармоники проводимости по (3.8), Гн;

$F_{mk} = F_{m9} = 123,2$  - амплитуда 9-ой гармоники м.д.с. магнита, рассчитанная по (3.9), А;  $k = 9$  - порядковый номер гармоники м.д.с., участвующей в создании основной гармоники зубцовых пульсаций момента.

Результат расчета приведен на рисунке 3.11. Также на рисунке представлен результат расчета момента по формулам (3.10) и (3.4). Таким образом, результаты, полученные путем решения этих уравнений, являются противоположными, т.е. при одном и том же открытии паза расчет по (3.4) дает максимальное значение момента, а расчет по (3.8) - практически нулевое значение, и наоборот.

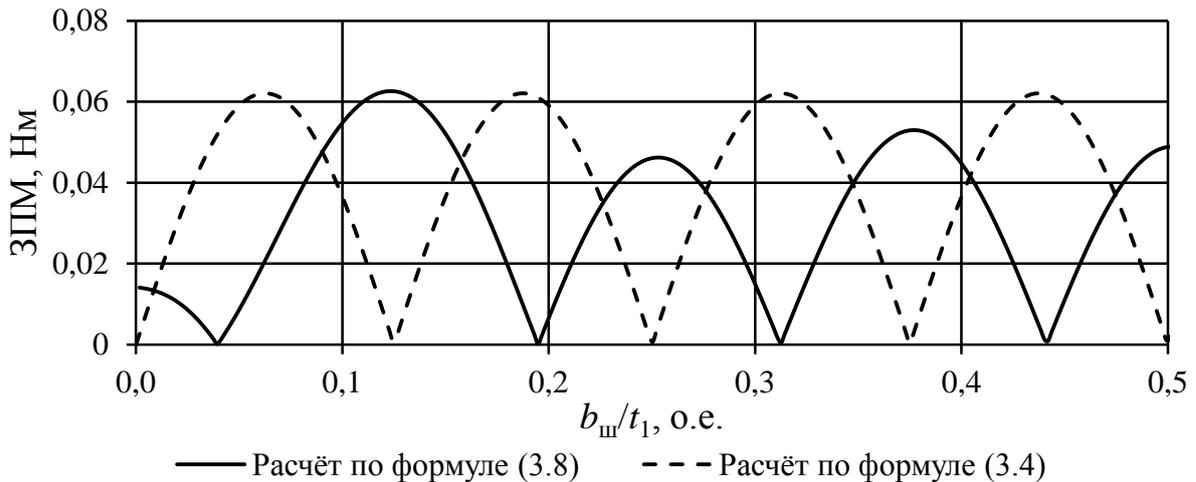


Рисунок 3.11 - Зависимость амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента от относительной ширины открытия паза

Не смотря на то, что расчет по уравнению (3.8) учитывает насыщение стали и краевые эффекты в области открытия паза, он основан на решении выражения для проводимости воздушного зазора, не дающего полного соответствия с кривой, полученной с помощью численного моделирования (рисунок 3.7). Кроме того, в выражения (6) и (7) входят такие коэффициенты как  $\Lambda_{max}$ ,  $\Lambda_{min}$  и  $\Lambda_{\delta}$ , значения которых в различных машинах могут существенно отличаться. Их значения будут зависеть от величины остаточной индукции магнитов, от формы коронок зубцов, от самой ширины открытия паза, от величины воздушного зазора, от материала магнитопровода статора и пр. Для получения более точного результата расчет момента следует проводить на основе исходной кривой проводимости, т.е. численным методом.

### 3.2.4. Численный расчет зависимости зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза машины с числом пазов на полюс и фазу $q=3/8$ ( $z_1=18, p=8$ )

Расчет момента проведем на двухмерной модели, соответствующей поперечному сечению цилиндрической машины (рисунок 3.12), имеющей геометрические параметры как в таблице 3.1.

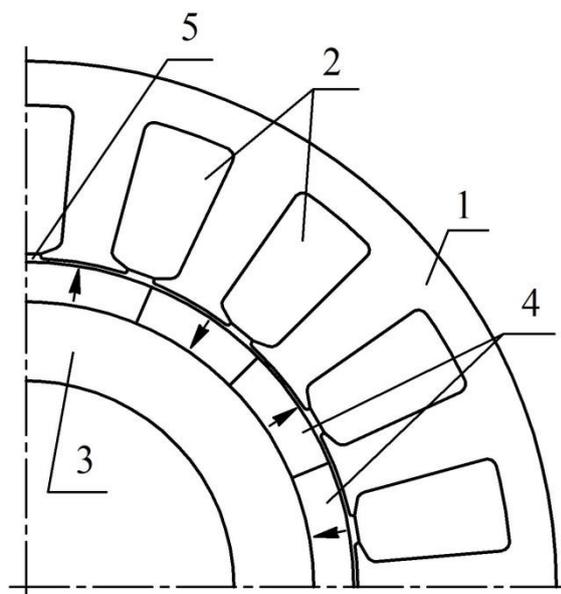


Рисунок 3.12 - Модель для расчета зубцовых пульсаций момента

Модель имеет статор 1 с пазами 2, магнитное ярмо 3 на роторе, с наклеенными на ее поверхность радиально намагниченными магнитами 4, отделяемыми от статора воздушным зазором 5. Ширина открытия паза  $b_{\text{ш}}$  является варьируемой величиной.

Расчет момента осуществлялся методом тензора натяжений Максвелла при различных положениях ротора относительно статора (внутренний цикл), и при различных величинах открытия паза (внешний цикл) в соответствии с алгоритмом, представленным на рисунке 3.13. Угол поворота ротора изменялся в пределах от нуля до значения  $\theta_{ct}$ , равного периоду основной гармоники зубцовых пульсаций момента:

$$\theta_{ct} = \frac{360^\circ}{z_1 p} = \frac{360^\circ}{18 \cdot 8} = 2,5^\circ .$$

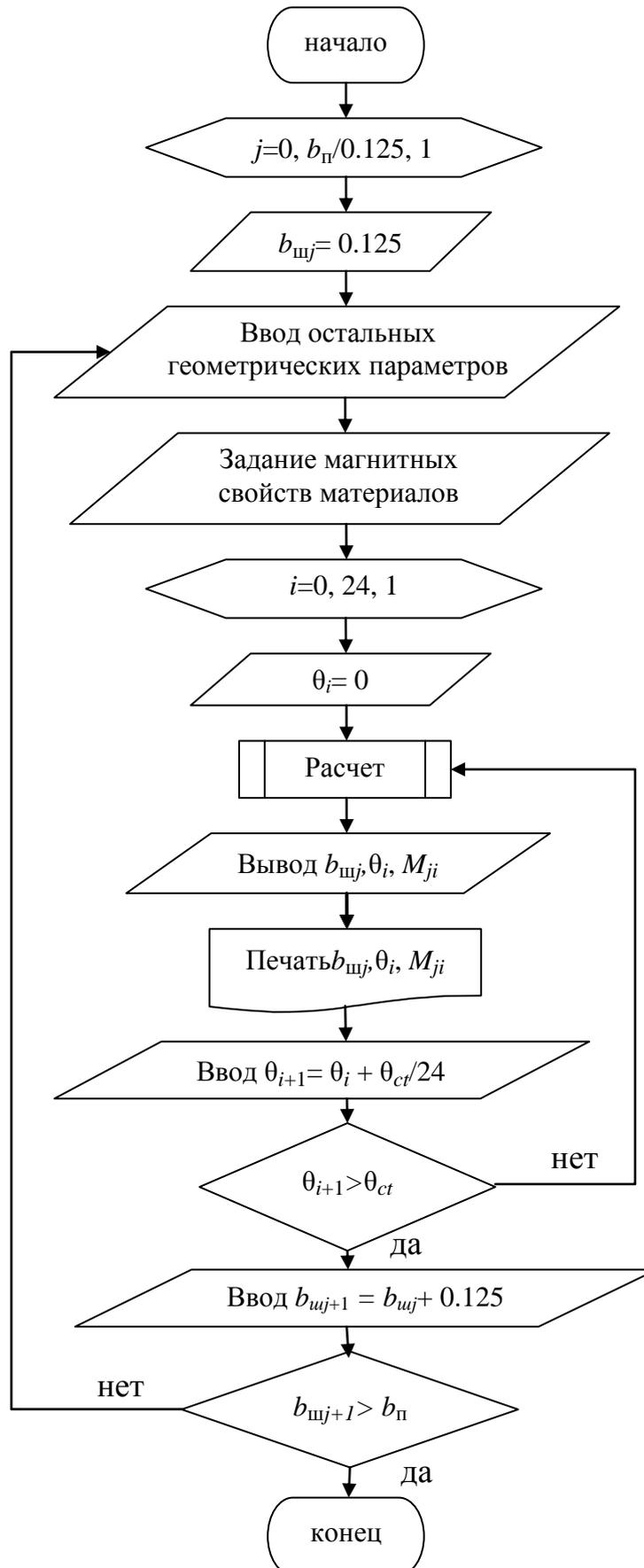


Рисунок 3.13 - Алгоритм расчета зависимости зубцовых пульсаций момента от углового положения ротора при различных величинах открытия паза численным методом

Ширина открытия паза варьировалась от нуля, что соответствует закрытому пазу, до величины, равной ширине паза  $b_{\Pi}$ , что соответствует полностью открытому пазу.

В результате расчета было получено семейство зависимостей зубцовых пульсаций момента от углового положения ротора при различных величинах открытия паза. Некоторые из них приведены на рисунке 3.14.

По форме кривых на рисунке 3.14 видно, что многие из них имеют вторую гармоническую составляющую. Поэтому для того чтобы более точно определить амплитуду основной гармоники зубцовых пульсаций момента, полученные зависимости были разложены в ряд Фурье. Таким образом, каждой величине открытия паза соответствует определенное значение амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента.

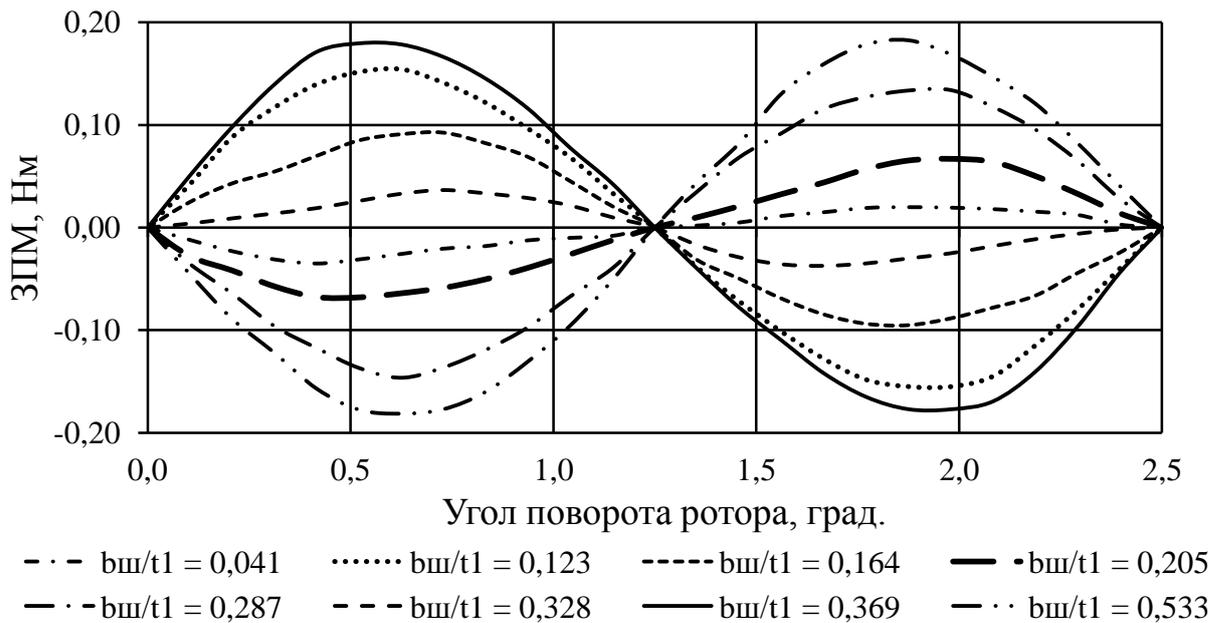


Рисунок 3.14 - Семейство зависимостей зубцовых пульсаций момента от угла поворота ротора при различных величинах открытия паза

Окончательный результат численного моделирования представлен на рисунке 3.15 как зависимость амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента от относительной ширины открытия паза. На этом же рисунке изображена зависимость, соответствующая исследуемой модели, и рассчитанная с помощью выражений (3.10) и (3.8).

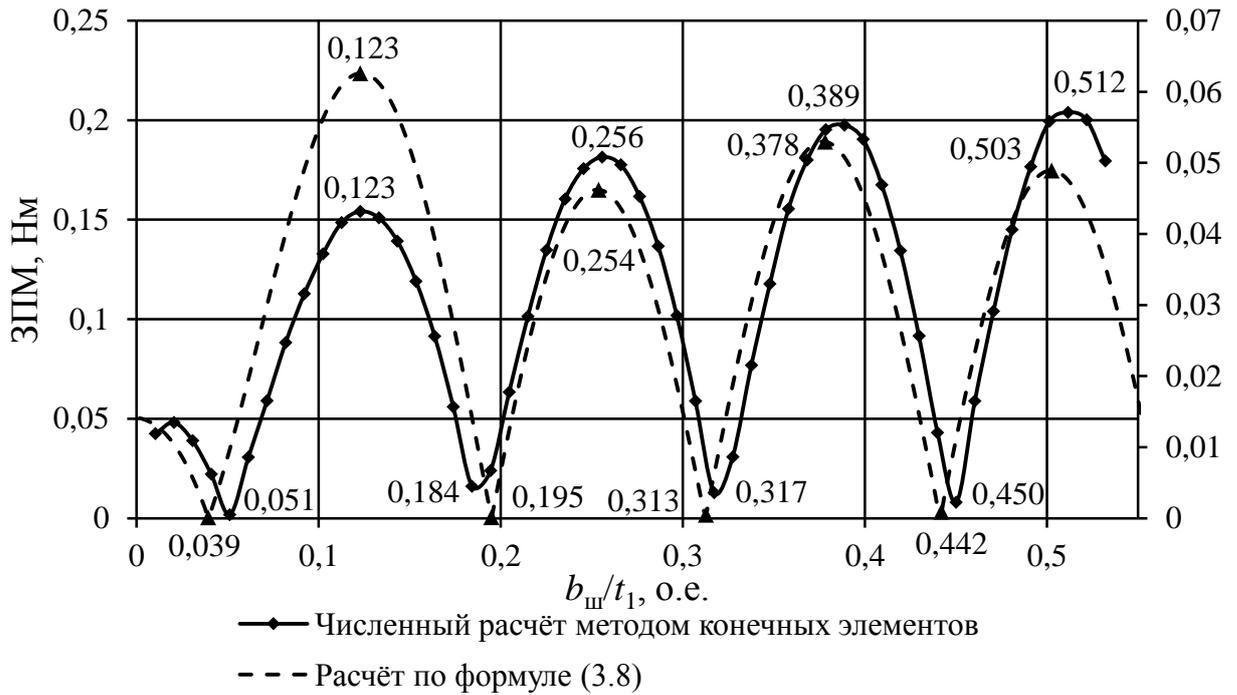


Рисунок 3.15 – Зависимость амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента от относительного открытия паза

При этом значения зависимости, рассчитанной с помощью численного моделирования, откладывались по оси ординат, находящейся слева от области графика, а значения зависимости, рассчитанной по выражениям (3.10) и (3.8) – на оси ординат справа. Также на рисунке маркерами с подписями обозначены значения относительного открытия паза, соответствующие максимумам и минимумам представленных функций.

Из рисунка видно, что предложенный метод расчета зубцовых пульсаций момента по выражениям (3.10) и (3.8) дает расхождение с более точным численным методом в 2-3 раза. Тем не менее локальные максимумы и минимумы зубцовых пульсаций момента, рассчитанных этими методами, соответствуют практически одним и тем же значениям открытия паза.

Периодичность зависимостей на рисунке 3.15 определяется периодом гармоники проводимости воздушного зазора, участвующей в создании зубцовых пульсаций момента. Для исследуемой машины он равен:

$$T_{\Lambda 8} = \frac{t_1}{v} = \frac{0,0122}{8} = 1,525 \cdot 10^{-3} \text{ мм},$$

или в относительных единицах:

$$\frac{T_{\Lambda 8}}{t_1} = \frac{1,525 \cdot 10^{-3}}{12,2 \cdot 10^{-3}} = 0,125 \text{ о.е.}$$

В таблице 3.2 представлено сравнение значений относительного открытия паза, при которых рассчитанные аналитически и методом конечных элементов зависимости имеют экстремумы. Видно, что максимумы и минимумы сравниваемых функций соответствуют величинам открытия паза, отличающимся между собой не более чем на 1,2 % от величины зубцового деления.

Таблица 3.2 - Значения относительного открытия паза, соответствующие экстремумам амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента

Max	$jT_{\Lambda 8}$	0,125	0,25	0,375	0,5
	FEMM	0,123	0,254	0,389	0,512
	Расчет по 3.8	0,123	0,256	0,378	0,503
Min	$\frac{j}{2}T_{\Lambda 8}$	0,0625	0,1875	0,3125	0,4375
	FEMM	0,051	0,184	0,317	0,45
	Расчет по 3.8	0,039	0,195	0,313	0,442

Если, основываясь на результатах расчета по выражению (3.8), принять ширину открытия паза соответствующей относительному открытию  $\frac{b_{\text{ш}}}{t_1} = 0,195$ , то амплитуда основной гармоники зубцовых пульсаций момента, в соответствии с результатом численного моделирования, будет равна  $M_{\text{сг}} = 0,0241$  Н·м. Это соответствует 13,3 % от величины ближайшего максимума амплитуды пульсаций (при  $\frac{b_{\text{ш}}}{t_1} = 0,256$ ) или 11,8 % от величины абсолютного максимума амплитуды пульсаций (при  $\frac{b_{\text{ш}}}{t_1} = 0,512$ ) на всем

исследуемом диапазоне относительного открытия паза. Аналогичное сравнение проведено для всех точек экстремума зависимости, полученной по (3.10) и (3.8), и представлено в таблице 3.3.

Таблица 3.3–Сравнение результатов аналитического и численного расчета момента

$b_{III}/t_1$ , о.е.	$M_{ct}(b_{III}/t_1)$ Н·м	$M_{max.loc}$ , Н·м	$M_{max.abs}$ , Н·м	$\frac{M_{ct}(b_{III}/t_1)}{M_{max.loc}} \cdot 100\%$ %	$\frac{M_{ct}(b_{III}/t_1)}{M_{max.abs}} \cdot 100\%$ %
0,039	0,0222	0,154	0,204	14,4	10,9
0,123	0,154	0,154		100	75,5
0,195	0,0241	0,181		13,3	11,8
0,254	0,18	0,181		99,4	88,2
0,313	0,0304	0,197		15,4	14,9
0,378	0,195	0,197		99	95,6
0,442	0,0405	0,204		19,8	19,8
0,503	0,199	0,204		97,5	97,5

Таким образом, если при выборе оптимальной с точки зрения минимума основной гармоники зубцовых пульсаций момента ширины открытия паза основываться на выражениях (3.10) и (3.8), то, как показывает сравнение с результатами численного моделирования, амплитуду этих пульсаций можно уменьшить как минимум в 5 раз по отношению к максимальному ее значению в исследуемых пределах.

### 3.2.5. Численный расчет зависимости зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза машины с числом пазов на полюс и фазу $q=1/2$

$$(z_1=6, p=2)$$

Расчет момента проведем на двухмерной модели, соответствующей

поперечному сечению цилиндрической машины с радиальным расположением магнитов, имеющей геометрические параметры как в таблице 2.4.

Угол поворота ротора изменялся в пределах от нуля до значения  $\theta_{ct}$ , равного периоду основной гармоники зубцовых пульсаций момента:

$$\theta_{ct} = \frac{360^\circ}{z_1 p} = \frac{360^\circ}{6 \cdot 2} = 30^\circ.$$

В результате расчета было получено семейство зависимостей зубцовых пульсаций момента от углового положения ротора при различных величинах открытия паза. Некоторые из них приведены на рисунке 3.16.

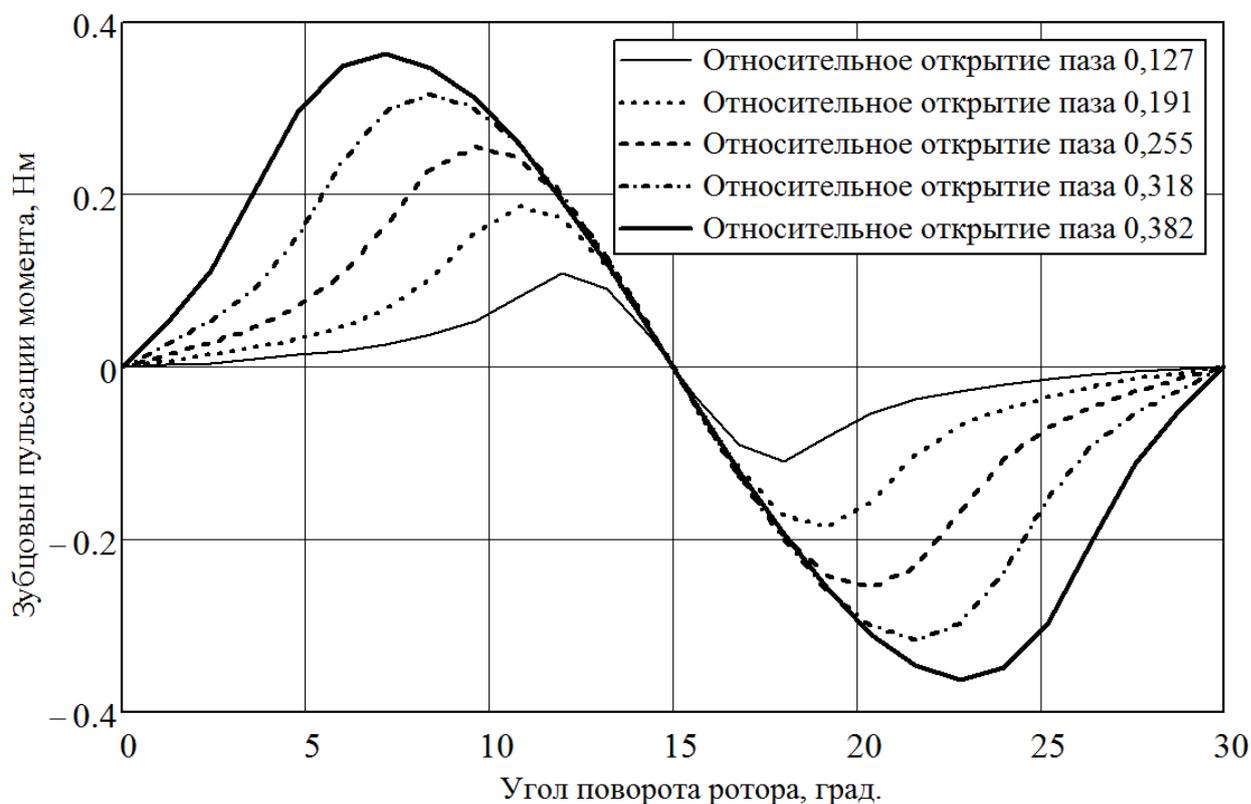


Рисунок 3.16 - Семейство зависимостей зубцовых пульсаций момента от угла поворота ротора при различных величинах открытия паза машины с  $q=1/2$  ( $z_1=6$ ,  $p=2$ )

По форме кривых на рисунке 3.16, видно, что многие из них имеют вторую гармонику. Поэтому полученные зависимости были разложены в ряд Фурье. Окончательный результат численного моделирования представлен на рисунке 3.17 как зависимость амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций

момента от относительной ширины открытия паза. На этом же рисунке изображена зависимость, соответствующая исследуемой модели, и рассчитанная с помощью выражений (3.10) и (3.8). Также на рисунке маркерами с подписями обозначены значения относительного открытия паза, соответствующие максимумам и минимумам представленных функций. Сравнение кривых на рисунке 3.17 приведено в таблице 3.4.

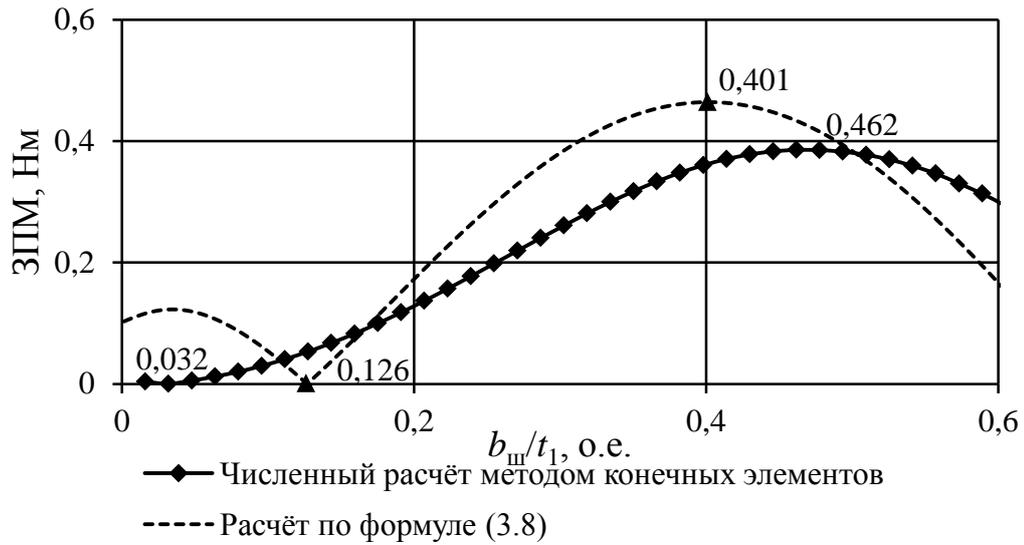


Рисунок 3.17 - Зависимость зубцовых пульсаций момента от относительного открытия паза машины с  $q=1/2$  ( $z_1=6, p=2$ )

Таблица 3.4 - Сравнение результатов аналитического и численного расчета момента

$b_{ш}/t_1$ , о.е.	$M_{ct}\left(b_{ш}/t_1\right)$ , Н·м	$M_{max}$ , Н·м	$\frac{M_{ct}\left(b_{ш}/t_1\right)}{M_{max}} \cdot 100\%$ , %
0,126	0,051	0,385	13,2
0,401	0,362		94

Из таблицы 3.4 видно, что если при выборе оптимальной с точки зрения минимума основной гармонике зубцовых пульсаций момента ширины открытия паза основываться на выражениях (3.10) и (3.8), то, как показывает сравнение с

результатами численного моделирования, амплитуду этих пульсаций можно уменьшить как минимум в 7 раз по отношению к максимальному ее значению.

### 3.2.6. Численный расчет зависимости зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза машины с числом пазов на полюс и фазу $q=2/5$ ( $z_1=12, p=5$ )

Расчет момента проведен на двухмерной модели, соответствующей поперечному сечению машины с радиальным расположением магнитов, имеющей геометрические параметры как в таблице 2.5. В результате расчета было получено семейство зависимостей зубцовых пульсаций момента от углового положения ротора при различных открытиях паза. Некоторые из них приведены на рисунке 3.18.

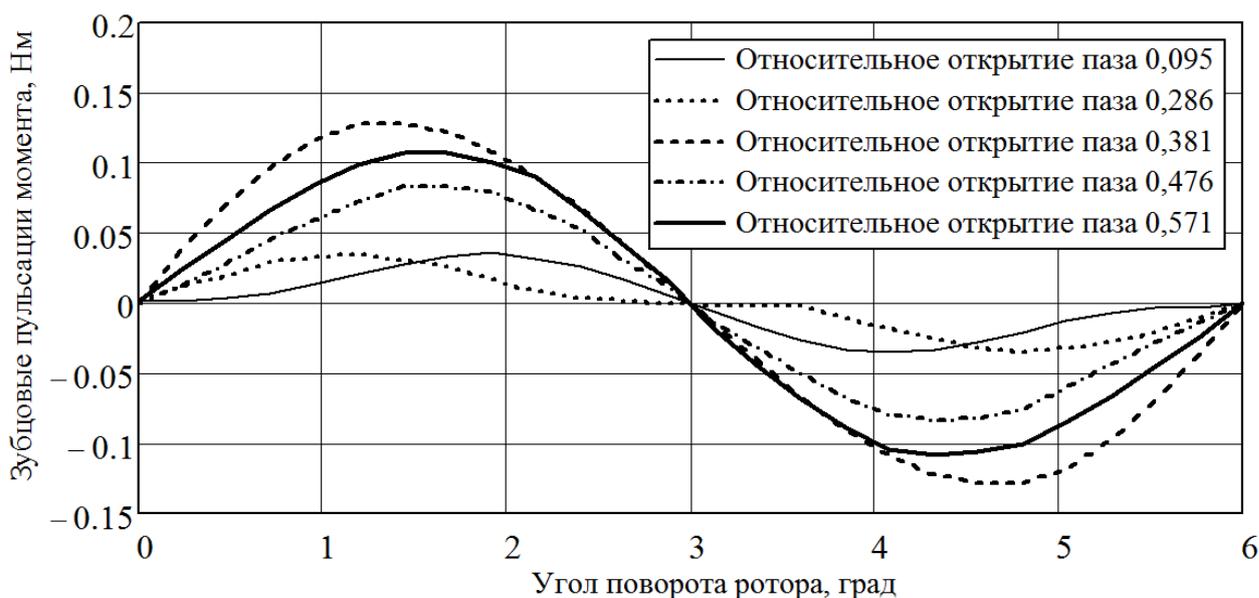


Рисунок 3.18 - Семейство зависимостей зубцовых пульсаций момента от угла поворота ротора при различных величинах открытия паза машины с  $q=2/5$  ( $z_1=12, p=5$ )

Расчет момента осуществлялся при различных положениях ротора относительно статора, и при различных величинах открытия паза. Угол поворота ротора изменялся в пределах от нуля до значения  $\theta_{ct}$ , равного периоду основной гармоники зубцовых пульсаций момента:

$$\theta_{ct} = \frac{360^\circ}{z_1 p} = \frac{360^\circ}{12 \cdot 5} = 6^\circ.$$

Зависимость амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента от относительной ширины открытия паза представлена на рисунке 3.19. На этом же рисунке изображена зависимость, соответствующая исследуемой модели, и рассчитанная с помощью выражений (3.10) и (3.8). Также на рисунке маркерами с подписями обозначены значения относительного открытия паза, соответствующие максимумам и минимумам представленных функций.

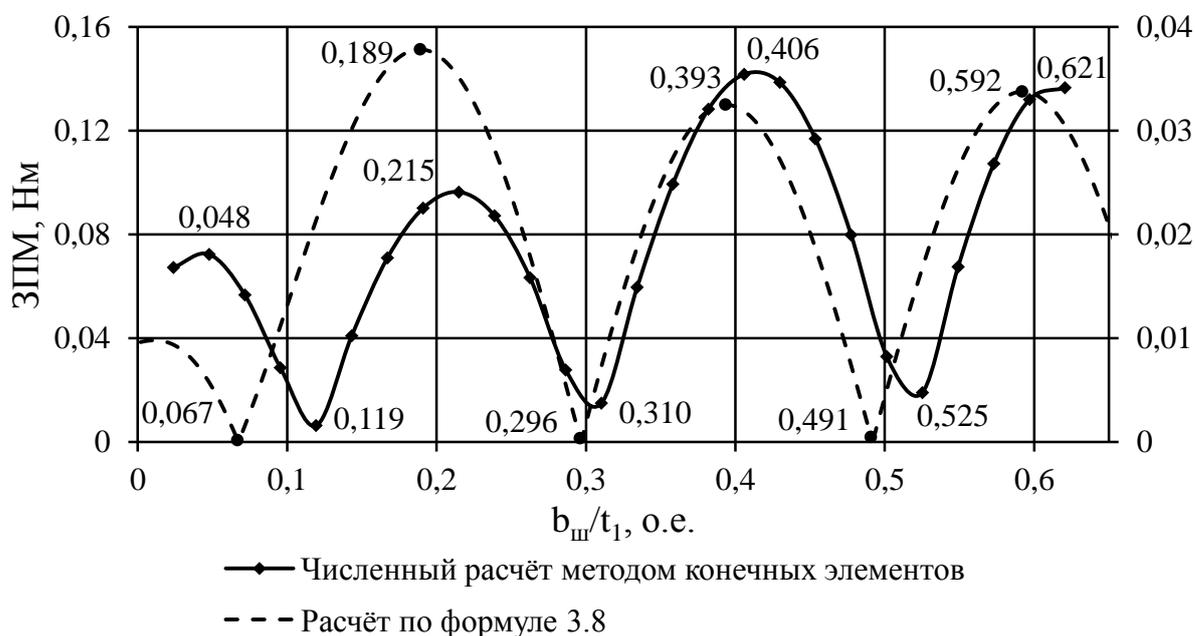


Рисунок 3.19 - Зависимость зубцовых пульсаций момента от относительного открытия паза машины с  $q=2/5$  ( $z_1=12$ ,  $p=5$ )

Периодичность зависимости на рисунке 3.19 определяется периодом гармоники проводимости воздушного зазора, участвующей в создании зубцовых пульсаций момента. Для исследуемой машины он равен:

$$T_{\Lambda 5} = \frac{t_1}{v} = \frac{0,0105}{5} = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ мм},$$

или в относительных единицах:

$$\frac{T_{\Lambda 5}}{t_1} = \frac{2,1 \cdot 10^{-3}}{10,5 \cdot 10^{-3}} = 0,2 \text{ о.е.}$$

В таблице 3.5 представлено сравнение значений относительного открытия паза, при которых рассчитанные аналитически и методом конечных элементов зависимости имеют экстремумы. Видно, что максимумы и минимумы сравниваемых функций соответствуют величинам открытия паза, отличающимся на 1,4-5,2% от величины зубцового деления. Результаты сравнения зависимостей, изображенных на рисунке 3.19, сведены в таблицу 3.6.

Таблица 3.5 - Значения относительного открытия паза, соответствующие экстремумам амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента

Max	$jT_{\Lambda 5}$	0	0,2	0,4	0,6
	FEMM	0,048	0,215	0,406	0,621
	Расчет по 3.8	0,012	0,189	0,398	0,592
Min	$\frac{j}{2}T_{\Lambda 5}$	0,1	0,3	0,5	-
	FEMM	0,119	0,31	0,525	-
	Расчет по 3.8	0,067	0,296	0,491	-

Таблица 3.6 - Сравнение результатов аналитического и численного расчета момента

$\frac{b_{ш}}{t_1}$ о.е.	$M_{ct}\left(\frac{b_{ш}}{t_1}\right)$ Н·м	$M_{max.loc}$ , Н·м	$M_{max.abs}$ Н·м	$\frac{M_{ct}\left(\frac{b_{ш}}{t_1}\right)}{M_{max.loc}} \cdot 100\%$ %	$\frac{M_{ct}\left(\frac{b_{ш}}{t_1}\right)}{M_{max.abs}} \cdot 100\%$ , %
0,067	0,06	0,072	0,142	83,3	42,2
0,189	0,0903	0,0961		93,9	63,6
0,296	0,016	0,142		11,3	11,3
0,393	0,138	0,142		97,2	97,2
0,491	0,048	0,142		33,8	33,8
0,592	0,134	0,136		98,5	94,4

Таким образом, если при выборе оптимальной с точки зрения минимума основной гармоники зубцовых пульсаций момента ширины открытия паза

основываться на выражениях (3.10) и (3.8), то, как показывает сравнение с результатами численного моделирования, амплитуду этих пульсаций можно уменьшить более чем в 2-8 раза по отношению к максимальному ее значению.

### 3.2.7. Исследование влияния величины коэффициента полюсного перекрытия на зубцовые пульсации момента

Как было показано, зубцовые пульсации момента зависят не только от гармонического состава проводимости воздушного зазора, но и от гармонического состава м.д.с. магнитов. В машинах с радиальным расположением магнитов спектральный состав м.д.с. зависит, помимо всего прочего, от коэффициента полюсного перекрытия:

$$\alpha_p = \frac{b_p}{\tau},$$

где  $b_p$  - длина полюсной дуги,  $\tau$  - полюсное деление (рисунок 3.20).

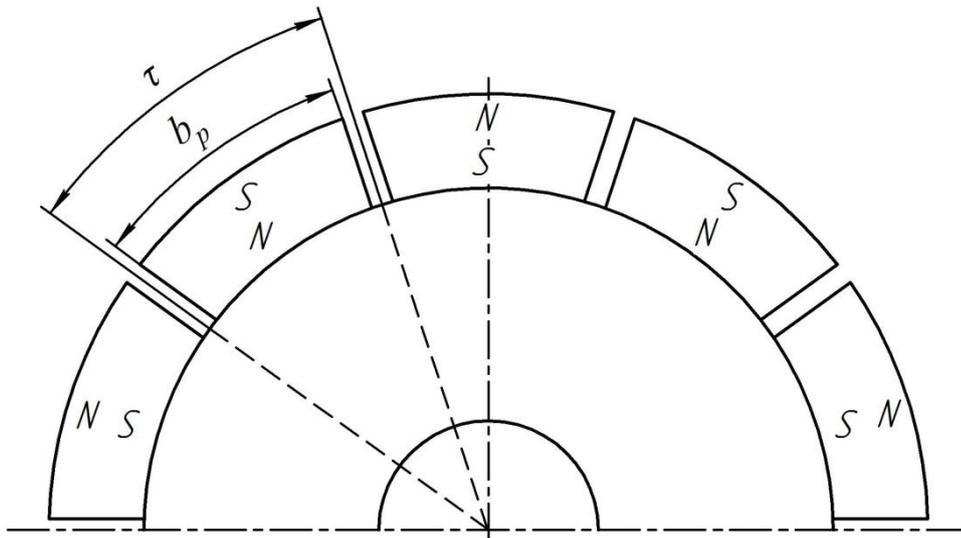


Рисунок 3.20 - Ротор с радиальным расположением магнитов

Изменение длины полюсной дуги приводит к изменению амплитуды гармоник м.д.с., участвующих в создании зубцовых пульсаций момента, и как следствие, к изменению амплитуды этих пульсаций.

Представление зависимости м.д.с. магнитов в аналитическом виде при коэффициенте полюсного перекрытия меньше единицы является сложной

задачей. Кроме того, на эту зависимость сильно влияет от направления намагниченности, что еще больше усложняет ее. Поэтому для адекватной оценки влияния величины коэффициента полюсного перекрытия на амплитуду зубцовых пульсаций момента целесообразно использовать для каждой конкретной машины метод конечных элементов.

Для того чтобы оценить характер влияния длины полюсной дуги на зубцовые пульсации момента, рассчитаем с помощью метода конечных элементов момент в машинах с различной величиной  $b_p$ . Результаты такого расчета для машины с  $z_1=6$ ,  $p=2$  ( $q=1/2$ ), параметры которой приведены в таблице 2.4, представлены на рисунке 3.21. Коэффициент полюсного перекрытия изменялся в пределах  $0,6 \div 1$ , высота магнитов при этом оставалась постоянной.

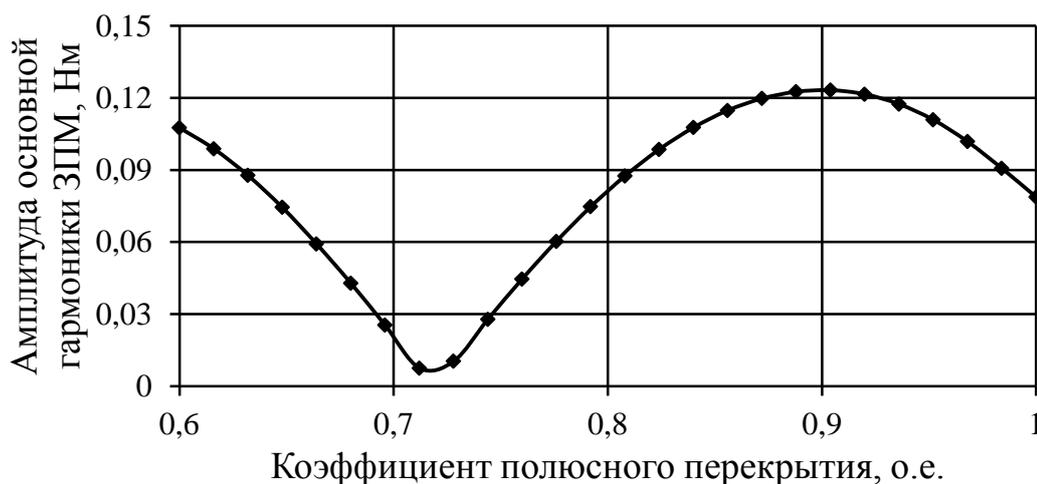


Рисунок 3.21 - Зависимость амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента от коэффициента полюсного перекрытия машины с  $z_1=6$ ,  $p=2$  ( $q=1/2$ )

Из полученной зависимости очевидно, что зубцовые пульсации момента могут быть существенно уменьшены за счет оптимального выбора ширины магнитов. При значении коэффициента полюсного перекрытия  $\alpha_p = 0,72$  амплитуда основной гармоники зубцовых пульсаций момента практически равно нулю. Однако при уменьшении ширины магнита уменьшается и рабочий магнитный поток, что приводит к уменьшению развиваемого машиной момента.

Поэтому оптимизация ширины магнитов должна осуществляться не только с точки зрения минимума зубцовых пульсаций момента, но и с точки зрения максимума развиваемого электромагнитного момента.

Аналогичный расчет был проведен и для машин с  $z_1=12$ ,  $p=5$  ( $q=2/5$ ) и с  $z_1=18$ ,  $p=8$  ( $q=3/8$ ), параметры которых приведены в таблицах 2.5 и 2.6 соответственно. Результаты этих расчетов представлены на рисунках 3.22 и 3.23. Так как эти машины имеют большую полюсность, то в пределах изменения коэффициента полюсного перекрытия  $0,6 \div 1$  зависимости имеют большее число экстремумов. Причем в машинах с такими числами пазов на полюс и фазу зубцовые пульсации момента имеют минимумы в том числе и при значениях коэффициента полюсного перекрытия, близкого к единице:  $\alpha_p = 0,96$  для машины с  $z_1=12$ ,  $p=5$  ( $q=2/5$ ), и  $\alpha_p = 0,93$  для машины с  $z_1=18$ ,  $p=8$  ( $q=3/8$ ).

Таким образом, ширина магнитов может быть оптимизирована с точки зрения минимума зубцовых пульсаций момента практически без ущерба развиваемому машинами электромагнитному моменту.

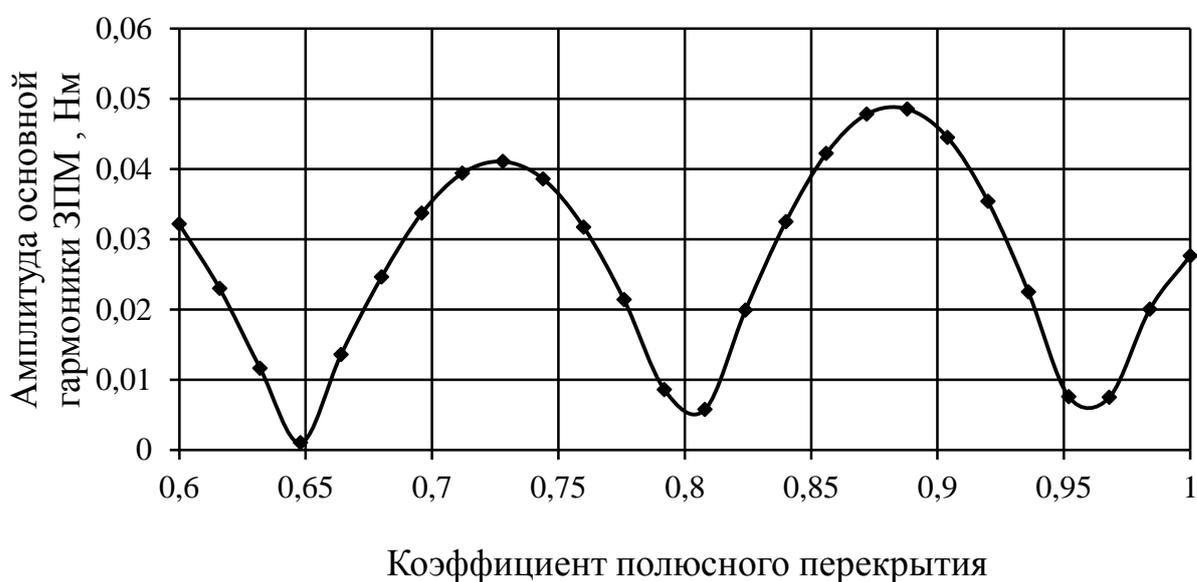


Рисунок 3.22 - Зависимость амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента от коэффициента полюсного перекрытия машины с  $z_1=12$ ,  $p=5$  ( $q=2/5$ )

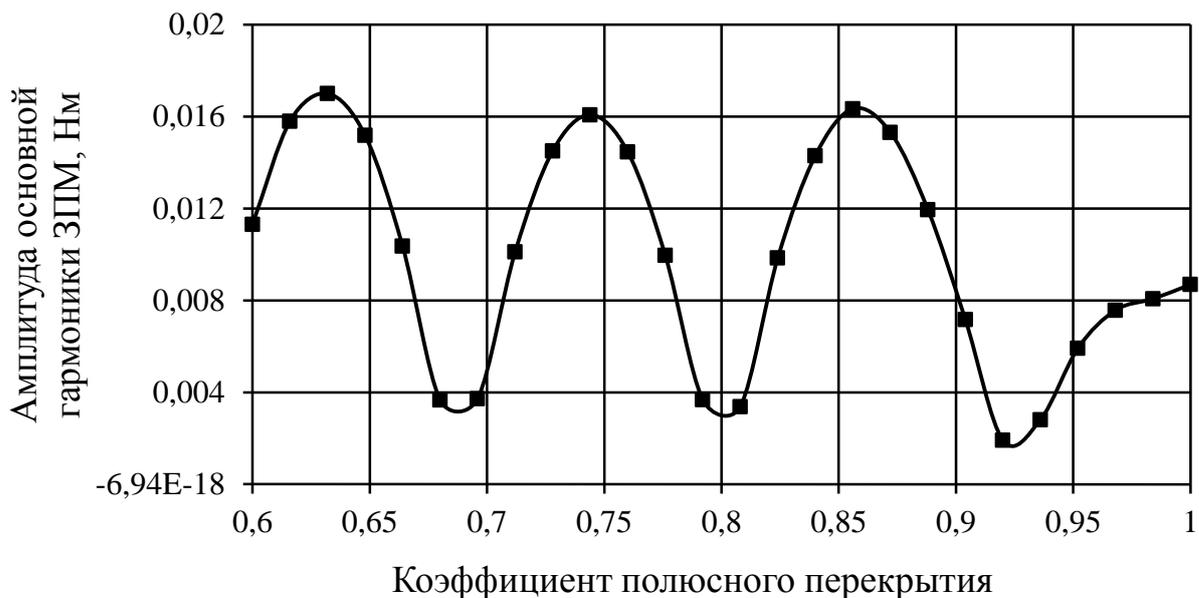


Рисунок 3.23 - Зависимость амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента от коэффициента полюсного перекрытия машины с  $z_1=18$ ,  $p=8$  ( $q=3/8$ )

### Выводы

1. Аналитические исследования зависимости зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза показали, что эта зависимость имеет периодический характер, и период ее определяется периодом гармоники проводимости, участвующей в создании зубцовых пульсаций момента. Расчет, основанный на кривой распределения проводимости вдоль воздушного зазора, полученной с помощью численного расчета поля с учетом насыщения и краевых эффектов в области открытия паза, подтвердил вывод о периодичности исследуемой зависимости. Проведенное сравнение результатов этого расчета с результатами расчета, основанного на численном определении момента методом тензора натяжений Максвелла, показало, что выбор оптимальной ширины открытия паза, определенной предложенным методом, позволяет уменьшить зубцовые пульсации момента в 2-8 раз. Для более точного определения оптимального открытия паза необходимо использовать расчет момента методом тензора натяжений на основе численного расчета поля. Это позволит практически полностью исключить основную гармонику зубцовых

пульсаций момента, и величина ее в этом случае будет зависеть от адекватности расчетной модели и от размеров элементов сетки.

2. Исследования влияния ширины магнитов в машинах с ротором радиального типа показали, что выбором оптимальной величины коэффициента полюсного перекрытия можно добиться существенного уменьшения зубцовых пульсаций момента. Однако для машин с небольшим числом полюсов  $z_1=6$ ,  $p=2$  ( $q=1/2$ ), минимум зубцовых пульсаций момента соответствует коэффициенту полюсного перекрытия  $\alpha_p = 0,72$ . Уменьшение ширины магнитов почти на 30% при прочих равных условиях может привести к сильному падению развиваемого электромагнитного момента. Поэтому для таких машин оптимизация ширины магнитов должна осуществляться не только с точки зрения минимума зубцовых пульсаций момента, но и с точки зрения максимума развиваемого электромагнитного момента.

В машинах с  $z_1=12$ ,  $p=5$  ( $q=2/5$ ) и  $z_1=18$ ,  $p=8$  ( $q=3/8$ ) зубцовые пульсации момента имеют несколько локальных минимумов, в том числе и при значениях коэффициента полюсного перекрытия, близкого к единице:  $\alpha_p = 0,96$  для машины с  $q=2/5$ , и  $\alpha_p = 0,93$  для машины с  $q=3/8$ . Таким образом, ширина магнитов для машин с такой дробностью может быть оптимизирована с точки зрения минимума зубцовых пульсаций момента практически без ущерба развиваемому машиной электромагнитному моменту.

## **ГЛАВА 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА РОТОРА НА ДОБАВОЧНЫЕ МОМЕНТЫ В МАШИНАХ С ВОЗБУЖДЕНИЕМ ОТ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ АНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ**

Какое бы высокоточное оборудование не использовалось при изготовлении электрических машин, неизбежны дефекты деталей, вызванные износом инструмента и ненадлежащим контролем оборудования (несвоевременное обслуживание). Дефекты в электрических машинах, связанные с производством, могут привести к появлению дополнительных гармонических составляющих в кривых проводимости и/или м.д.с. магнитов. Взаимодействие этих гармоник может привести к появлению добавочных моментов. Поэтому вопрос влияния различных производственных дефектов и технологических неточностей на гармонический состав и величину добавочных моментов требует отдельного рассмотрения.

Как показывает практика производства электрических машин самыми распространенными и оказывающими наибольшее влияние на характеристики машины дефектами являются эксцентриситет ротора и эллипсность статора. Причем различают динамический и статический эксцентриситет. При статическом эксцентриситете ось вращения ротора совпадает с осью его геометрической симметрии, но не совпадает с осью симметрии статора (рисунок 4.1). Таким образом, форма зазора неравномерна, но не меняется при вращении ротора. В случае динамического эксцентриситета ось вращения ротора совпадает с осью симметрии статора, но не совпадает с осью симметрии самого ротора. Это приводит к тому, что неравномерный воздушный зазор периодически изменяется при вращении ротора.

Рассмотрим случай, когда в машине имеет место статический эксцентриситет ротора.

#### 4.1. Основные допущения и определение порядковых номеров гармоник дополнительных моментов от статического эксцентриситета ротора

Наличие статического эксцентриситета ротора приводит к появлению первой гармонической составляющей проводимости воздушного зазора, период которой соответствует  $360^\circ$ .

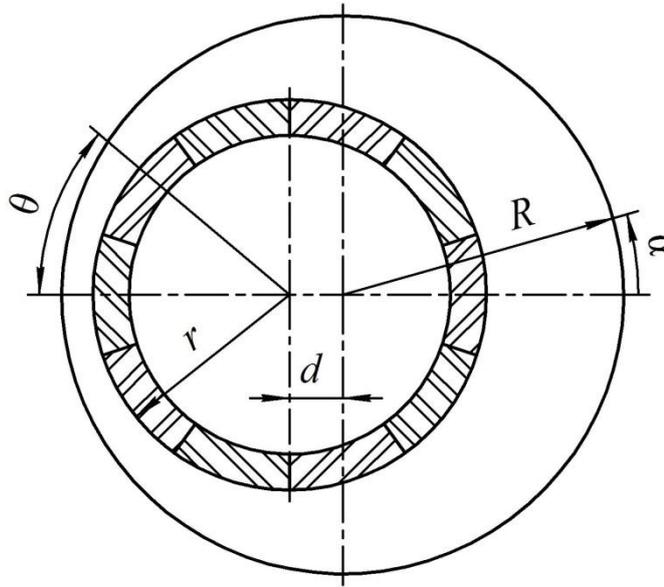


Рисунок 4.1 - Эксцентриситет ротора

В [68] рассмотрена модель машины с гладким беспазовым статором с внутренним радиусом  $R$  и ротором радиусом  $r$ , ось которого смещена относительно оси статора на величину  $d$ . Следовательно, зависимость воздушного зазора от угловой координаты  $\alpha$  определяется следующим выражением:

$$\delta(\alpha) = \delta_m - d \cos \alpha,$$

где  $\delta_m = R - r$  - номинальный воздушный зазор. Тогда удельная магнитная проводимость воздушного зазора равна:

$$\lambda(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta(\alpha)} = \frac{\mu_0}{\delta_m (1 - \varepsilon \cos \alpha)}, \quad (4.1)$$

где  $\varepsilon = \frac{d}{\delta_m}$  - относительный эксцентриситет,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  - магнитная

проницаемость воздуха.

В [68] функция проводимости (4.1) раскладывается в ряд Фурье, и в дальнейшем рассматриваются только первые два слагаемых ряда. В данном исследовании воспользуемся разложением в степенной ряд. Учитывая, что

$$\frac{1}{1-x} = 1 + \sum_{v=1}^{\infty} x^v \text{ при } |x| < 1,$$

и что произведение  $\varepsilon \cos \alpha$  меньше единицы, выразим проводимость следующим образом:

$$\lambda(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta_m} \left( 1 + \sum_{v=1}^{\infty} \varepsilon^v \cos^v \alpha \right) = \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_v \cos^v \alpha, \quad (4.2)$$

где  $\Lambda_0 = \frac{\mu_0}{\delta_m}$  - постоянная составляющая проводимости;  $\Lambda_v = \frac{\mu_0}{\delta_m} \varepsilon^v$  - амплитуда

$v$ -ой гармоники ряда. Продолжим рассуждения, принимая те же допущения, что и во второй главе, но для упрощения допустим, что кривые м.д.с. магнитов и эквивалентной поверхностной плотности тока представлены только своими первыми гармониками, т.е.

$$F_{\delta}(\alpha, \theta) = F_m \sin p(\theta - \alpha),$$

$$j(\alpha, \theta) = -\frac{dF(\alpha, \theta)}{R_{\delta} d\alpha} = \frac{p}{R_{\delta}} F_m \cos p(\theta - \alpha).$$

В таком случае индукция в воздушном зазоре:

$$B_{\delta}(\alpha, \theta) = F_m \sin p(\theta - \alpha) \left( \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_v \cos^v \alpha \right).$$

Добавочный момент в машине со статическим эксцентриситетом, исходя из вышесказанного, равен:

$$\begin{aligned} M(\theta) &= l_{\delta} R_{\delta}^2 \int_0^{2\pi} B_{\delta}(\alpha, \theta) j(\alpha, \theta) d\alpha = \\ &= l_{\delta} R_{\delta} p \int_0^{2\pi} \left[ F_m^2 \sin p(\theta - \alpha) \cos p(\theta - \alpha) \left( \Lambda_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_v \cos^v \alpha \right) \right] d\alpha = \end{aligned}$$

$$= \frac{l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \int_0^{2\pi} \left[ \Lambda_0 F_m^2 \sin 2p(\theta - \alpha) + F_m^2 \sin 2p(\theta - \alpha) \sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_v \cos^v \alpha \right] d\alpha.$$

Первое слагаемое подынтегрального выражения после интегрирования на полном периоде обратиться в ноль. Выражение  $\Lambda_v \cos^v \alpha$  можно представить в виде суммы:

$$\frac{\Lambda_v}{2^{v-1}} (\cos v\alpha + a_1 \cos(v-2)\alpha + a_2 \cos(v-4)\alpha + \dots + a_v), \quad (4.3)$$

где  $a_v$  - коэффициенты суммы. Т.е. ряд  $\sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_v \cos^v \alpha$  равен бесконечному ряду

сумм (4.3). Учитывая это, а также то, что интеграл

$$\int_0^{2\pi} [\sin 2p(\theta - \alpha) \cos v\alpha] d\alpha$$

не равен нулю только при  $v = 2p$ , можно, ограничив число гармонических составляющих ряда  $\sum_{v=1}^{\infty} \Lambda_v \cos^v \alpha$  порядком  $v = 2p$ , выразить момент следующим образом:

$$\begin{aligned} M(\theta) &= \frac{l_{\delta} R_{\delta} p}{2} \int_0^{2\pi} \left[ F_m^2 \sin 2p(\theta - \alpha) \frac{\Lambda_{2p}}{2^{2p-1}} \cos 2p\alpha \right] d\alpha = \\ &= \frac{l_{\delta} R_{\delta} p}{2^{2p}} \int_0^{2\pi} F_m^2 \Lambda_{2p} (\sin 2p(\theta - 2\alpha) + \sin 2p\theta) d\alpha. \end{aligned}$$

Окончательно получим:

$$M(\theta) = \left( \frac{\varepsilon}{2} \right)^{2p} \frac{2\pi\mu_0}{\delta} l_{\delta} R_{\delta} p F_m^2 \sin 2p\theta. \quad (4.4)$$

Если не ограничивать количество гармоник рядов, входящих в выражение момента, то выражение (4.4) резко усложнится и в нем появятся слагаемые, содержащие  $\sin 2jp\theta$ , где  $j = 1, 2, 3, \dots$ . Очевидно, что при наличии статического эксцентриситета ротора в машине с постоянными магнитами появляются

добавочные моменты, число периодов которых на один оборот ротора кратно числу полюсов. Необходимо отметить, что полученное выражение качественно описывает зависимость момента от величины эксцентриситета и углового положения ротора, и его нельзя использовать для точного количественного расчета величины добавочных моментов.

Полученный результат подтверждается следующими физическими соображениями. Допустим, что ротор находится в положении, как показано на рисунке 4.2, а. В таком случае, в воздушном зазоре длина силовых линий магнитного поля, замыкающихся через магниты 1 и 2 минимальна. Эта точка устойчивого равновесия. Если повернуть ротор против часовой стрелки на угол  $\theta_{\varepsilon}/2$  (рисунок 4.2, б), то система попадет в точку неустойчивого равновесия. В таком положении длина силовых линий магнитного поля в воздушном зазоре, замыкающихся через пары магнитов 1-2 и 2-3 будет больше по сравнению со случаем на рисунке 4.2, а.

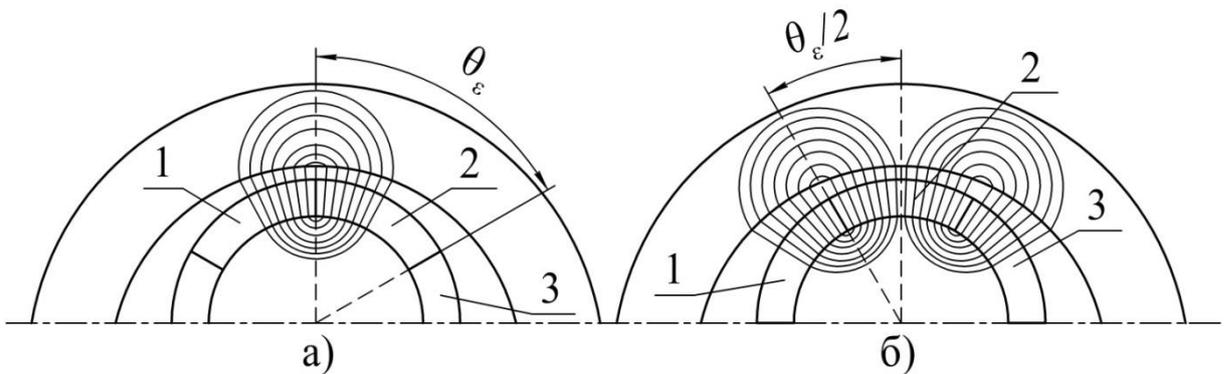


Рисунок 4.2 - Длина силовых линий в воздушном зазоре машины при различных положениях ротора

При дальнейшем повороте ротора против часовой стрелки длина силовых линий пары магнитов 1-2 будет дальше увеличиваться, а длина силовых линий пары магнитов 2-3 - уменьшаться. В этот момент на ротор начнет действовать вращающий момент, и ротор будет стремиться занять такое устойчивое положение, когда длина силовых линий пары магнитов 2-3 будет минимальной, т.е. когда граница магнитов 2 и 3 совпадает с минимальным значением

величины воздушного зазора. Количество таких устойчивых положений на один оборот ротора равно числу полюсов, а значит угол между этими положениями

$$\theta_{\varepsilon} = \frac{2\pi}{2p} = \frac{\pi}{p},$$

а число пульсаций добавочного момента, вызванного статическим эксцентриситетом ротора равно:

$$n_{\varepsilon} = \frac{2\pi}{\theta_{\varepsilon}} = 2p.$$

Таким образом, при наличии статического эксцентриситета ротора в машине с возбуждением от постоянных магнитов возникают добавочные моменты, вызванные взаимодействием основной гармоники м.д.с. магнитов с субгармоникой проводимости, обусловленной эксцентричностью воздушного зазора. Уменьшение этих моментов может быть обеспечено уменьшением амплитуды основной гармоники м.д.с. магнитов. Однако это приведет к уменьшению развиваемого машиной электромагнитного момента.

## 4.2 Исследование добавочных моментов, вызванных эксцентриситетом ротора, численным методом

Результаты аналитического исследования машин с возбуждением от постоянных магнитов, имеющих статический эксцентриситет ротора, показывают, что наличие статического эксцентриситета ротора приводит к появлению добавочных моментов, период которых на один оборот ротора определяется числом полюсов  $2p$ . Воспользуемся так же методом численного моделирования для подтверждения этого вывода, используя те же модели что и в п. 2.4.

### 4.2.1 Определение гармонического состава добавочных моментов, вызванных эксцентриситетом ротора

Рассмотрим более подробно алгоритм расчета на примере машины с  $q=1/2$  ( $z_1=6$ ,  $p=2$ ) (таблица 2.4). Зададим величину относительного эксцентриситета  $\varepsilon$ , равную 80 % от величины воздушного зазора, что соответствует:

$$\varepsilon_{0,8} = 0,8 \cdot \delta = 0,8 \cdot 0,35 = 0,07, \text{ мм.}$$

Момент рассчитывался при различных положениях ротора. Угол поворота ротора менялся от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  с шагом  $1^\circ$ . На рисунке 4.3 представлены полученные в результате численного моделирования зависимости момента от угла поворота ротора машины без эксцентриситета и машины со статическим эксцентриситетом ротора  $\varepsilon_{0,8} = 0,8 \cdot \delta$ .

Полученные зависимости были разложены в ряд Фурье, и их спектральный состав представлен на рисунке 4.4. Гармонический анализ показывает, что в машине без эксцентриситета присутствуют только гармоники зубцовых пульсаций момента:

$$n_{ct12} = p \cdot z_1 = 12,$$

$$n_{ct24} = 2p \cdot z_1 = 24.$$

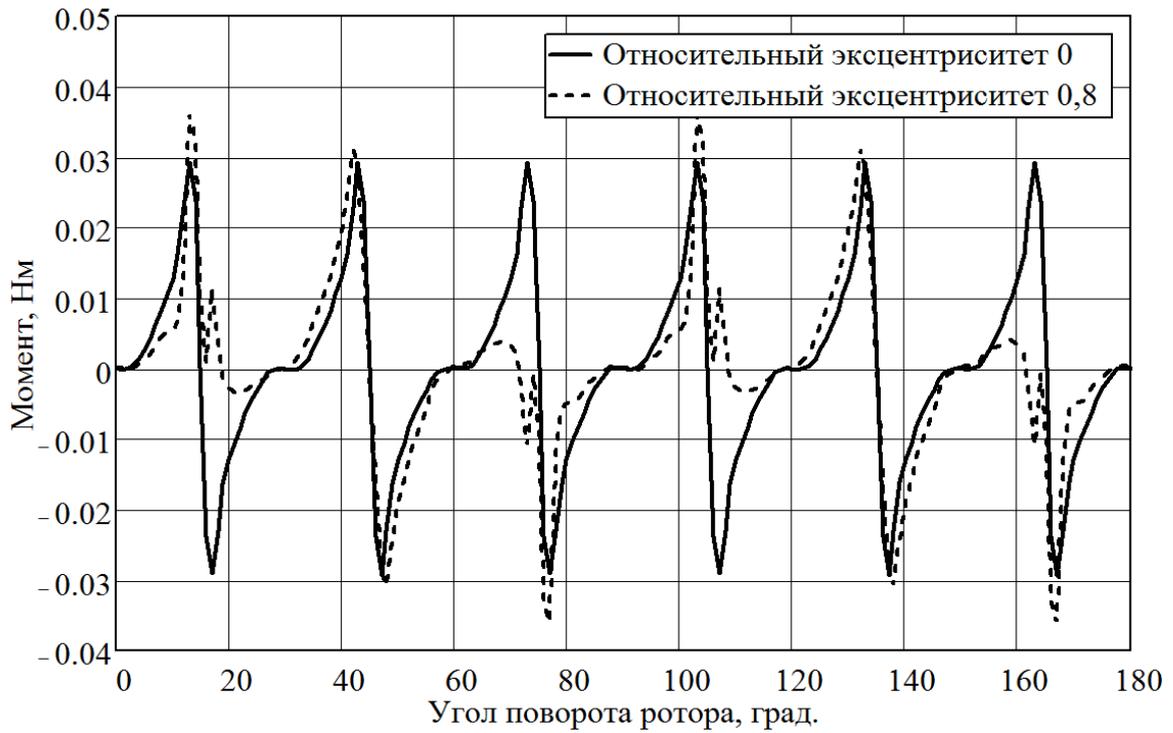


Рисунок 4.3 - Зависимость момента от угла поворота ротора при наличии эксцентриситета ротора в машине с  $q=1/2$  ( $z_1=6$ ,  $p=2$ )

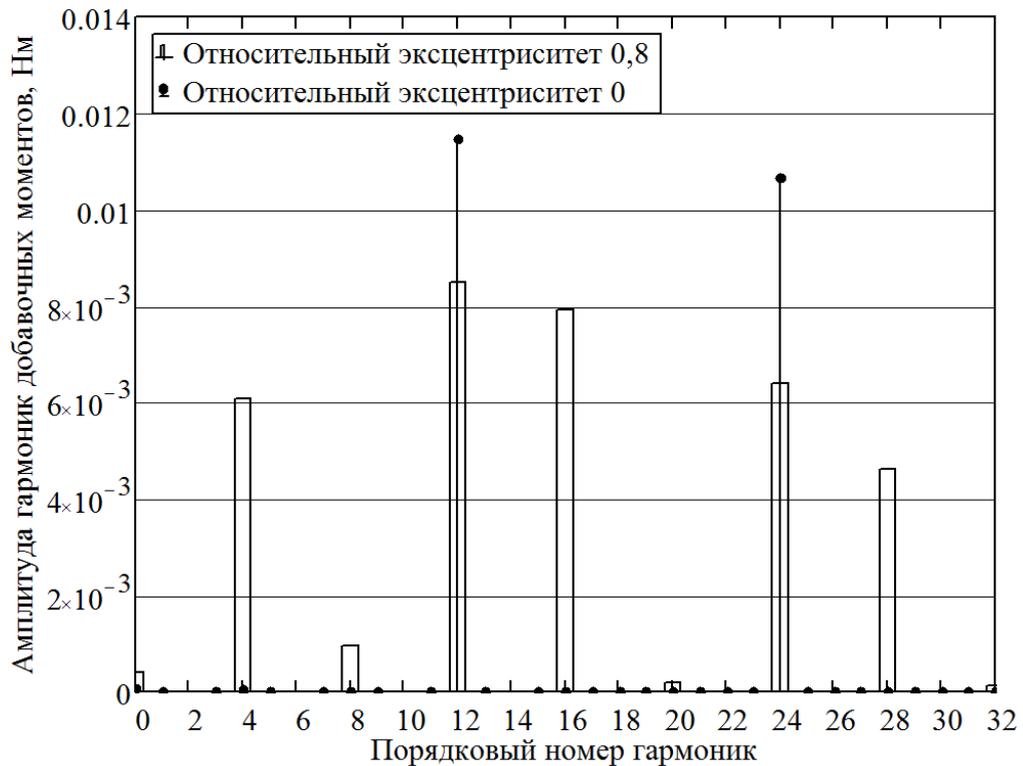


Рисунок 4.4 - Спектральный состав момента машины с  $q=1/2$  ( $z_1=6$ ,  $p=2$ ) при наличии статического эксцентриситета ротора

При наличии эксцентриситета в кривой момента появляются гармоники добавочного момента с порядковыми номерами, кратными  $2p$ :

$$n_{at} = 2j \cdot p = 4, 8, 12, \dots$$

Наибольшую амплитуду в машине с эксцентриситетом имеют гармоники с порядковыми номерами 4, 8, 12, 16, 24 и 28, амплитуды остальных гармоник не превышает 5 % от амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момент при отсутствии эксцентриситета. Причем порядковые номера гармоник зубцовых пульсаций момента совпадают с некоторыми номерами гармоник добавочного момента, т.е. амплитуда их определяется не только величиной эксцентриситета, но и амплитудами гармоник проводимости воздушного зазора и м.д.с. магнитов, создающих зубцовые пульсации момента.

#### 4.2.2 Исследование влияния величины эксцентриситета на добавочный момент в машине с $q=1/2$ ( $z_1=6, p=2$ )

Рассмотрим влияние величины эксцентриситета в машине с  $q=1/2$  ( $z_1=6, p=2$ ) на те гармоники, номера которых не совпадают с гармониками зубцовых пульсаций момента. Для этого рассчитаем зависимости как на рисунке 4.3 для эксцентриситетов  $0,2\delta, 0,4\delta, 0,6\delta$ , и разложим их в ряд Фурье. На рисунке 4.5 маркерами обозначены относительные амплитуды 4, 8, 16 и 28 гармоник добавочного момента, рассчитанные с помощью численного моделирования при различных значениях относительного эксцентриситета  $\varepsilon' = \varepsilon/\delta = (0 \div 0,8)$ .

Также эти значения сведены в таблицу 4.1. За базовое значение момента принято значение амплитуды 12-ой гармоники момента, обусловленной зубцовыми пульсациями при отсутствии эксцентриситета ( $M_{ct12} = 0,0115 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ).

$$M_{at_i} = \frac{M_i}{M_{ct12}},$$

где  $M_i$  - амплитуда гармоники добавочного момента, полученная с помощью численного моделирования.

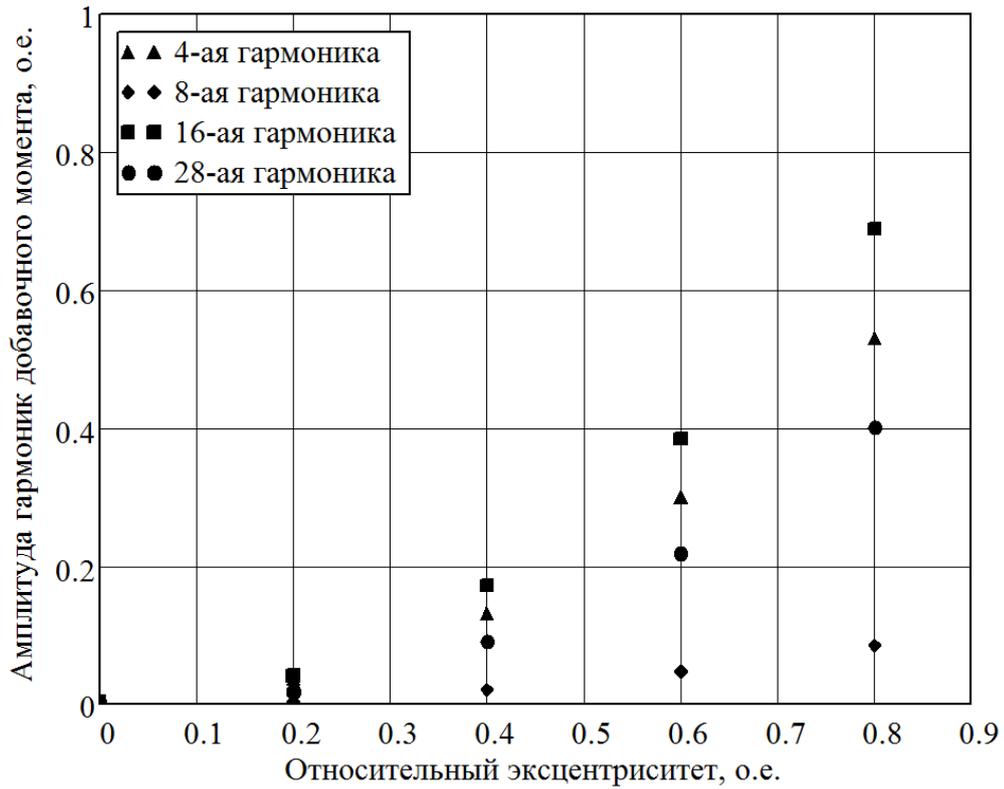


Рисунок 4.5 - Зависимость амплитуд гармоник добавочного момента от относительного эксцентриситета машины с  $q=1/2$  ( $z_1=6, p=2$ )

Таблица 4.1 - Результаты численного моделирования машины с  $q=1/2$  ( $z_1=6, p=2$ ) с наличием статического эксцентриситета

	$\varepsilon_i$ , о.е.	0	0,2	0,4	0,6	0,8	a	b	c	$R^2$
n=4	$M_{at_i}$ , о.е.	0,0033	0,034	0,131	0,298	0,528	0,837	-0,012	0,003	1
	$\hat{M}_{at_i}$ , о.е.	0,003	0,034	0,132	0,297	0,529				
n=8	$M_{at_i}$ , о.е.	0,0033	0,0038	0,021	0,048	0,083	0,142	-0,012	0,0025	1
	$\hat{M}_{at_i}$ , о.е.	0,0025	0,0057	0,02	0,046	0,084				
n=16	$M_{at_i}$ , о.е.	0,0033	0,041	0,171	0,383	0,688	1,102	-0,026	0,003	1
	$\hat{M}_{at_i}$ , о.е.	0,003	0,042	0,169	0,384	0,687				
n=28	$M_{at_i}$ , о.е.	0,0033	0,018	0,089	0,217	0,402	0,708	-0,068	0,0033	1
	$\hat{M}_{at_i}$ , о.е.	0,0033	0,018	0,089	0,217	0,402				

Для получения аналитических зависимостей проведем аппроксимацию полученных табличных значений методом наименьших квадратов. Рассмотрим этот процесс подробно на примере зависимости 4-ой гармоники. Из рисунка 4.5 видно, что зависимость близка к квадратичной, т.е. имеют вид:

$$\hat{M}_{at}(\varepsilon') = a(\varepsilon')^2 + b\varepsilon' + c.$$

Сумма квадратов отклонений:

$$S(a, b, c) = \sum_{i=1}^5 \left( M_{at}(\varepsilon'_i) - \hat{M}_{at}(\varepsilon'_i) \right)^2,$$

где  $M_{at}(\varepsilon'_i)$  -  $i$ -ое значение относительной амплитуды 4-ой гармоники добавочного момента при  $\varepsilon' = \varepsilon'_i$ , полученное с помощью численного моделирования. Условия минимума квадратов отклонений в известных точках:

$$\begin{cases} \frac{\partial S(a, b, c)}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial S(a, b, c)}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial S(a, b, c)}{\partial c} = 0. \end{cases} \quad (4.5)$$

Решение системы (4.5) дает значения коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$ :

$$a = 0,837, \quad b = -0,012, \quad c = 0,003.$$

Тогда зависимость 4-ой гармоники добавочного момента исследуемой модели от относительного эксцентриситета может быть описана выражением:

$$\hat{M}_{at}(\varepsilon') = 0,837(\varepsilon')^2 - 0,012\varepsilon' + 0,003.$$

Для оценки погрешности рассчитаем достоверность аппроксимации:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^5 \left( M_{at_i} - \hat{M}_{at_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^5 \left( M_{at_i} \right)^2 - \frac{1}{5} \left( \sum_{i=1}^5 M_{at_i} \right)^2} = 1.$$

Результаты для всех гармоник представлены на рисунке 4.6 и в таблице 4.1.

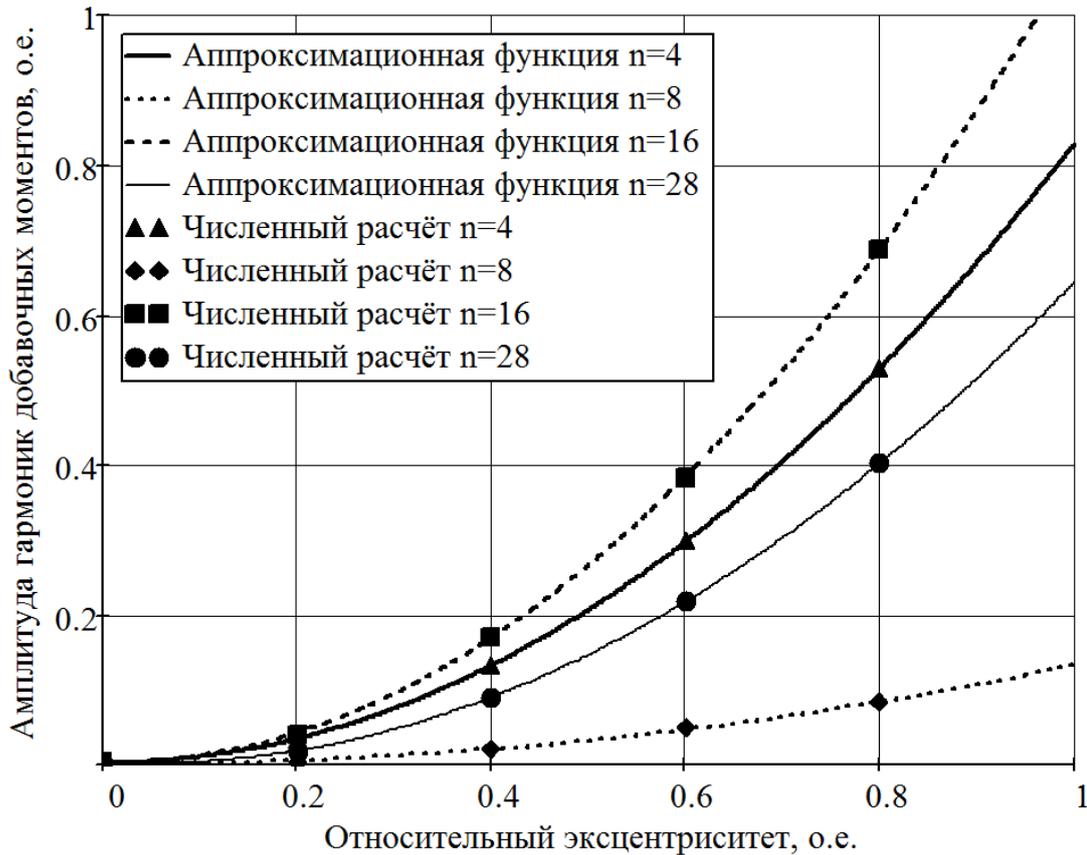


Рисунок 4.6 - Зависимость амплитуд гармоник добавочного момента от относительного эксцентриситета машины с  $q=1/2$  ( $z_1=6, p=2$ )

Таким образом, полученные с помощью численного расчета зависимости относительных амплитуд гармоник добавочного момента, обусловленного статическим эксцентриситетом, от относительного эксцентриситета могут быть с высокой точностью описаны выражениями:

для 4-ой гармоники

$$\hat{M}_{at4}(\varepsilon') = 0,837(\varepsilon')^2 - 0,012\varepsilon' + 0,003,$$

для 8-ой гармоники

$$\hat{M}_{at8}(\varepsilon') = 0,142(\varepsilon')^2 - 0,012\varepsilon' + 0,0025,$$

для 16-ой гармоники

$$\hat{M}_{at16}(\varepsilon') = 1,102(\varepsilon')^2 - 0,026\varepsilon' + 0,003,$$

для 28-ой гармоники

$$\hat{M}_{at28}(\varepsilon') = 0,708(\varepsilon')^2 - 0,068\varepsilon' + 0,033.$$

Полученные выражения справедливы для машин с  $z_1=6$ ,  $p=2$  ( $q=1/2$ ), ротором радиального типа, относительным открытием паза  $\frac{b_{\text{ш}}}{t_1}=0,19$  и амплитудой рабочей гармоники магнитной индукции в воздушном зазоре  $B_{\delta}=0,8$  Тл.

#### 4.2.3. Исследование влияния величины эксцентриситета на добавочный момент в машине с $q=2/5$ ( $z_1=12$ , $p=5$ )

Рассмотрим влияние величины эксцентриситета на добавочный момент в машине с  $q=2/5$  ( $z_1=12$ ,  $p=5$ ). Порядок расчета при этом остается таким же, как и в предыдущем пункте. На рисунке 4.7 представлены полученные в результате численного моделирования зависимости момента от угла поворота ротора машины без эксцентриситета и машины со статическим эксцентриситетом  $\varepsilon_{0,8}=0,8 \cdot \delta$ . Полученные зависимости были разложены в ряд Фурье, и их спектральный состав представлен на рисунке 4.8.

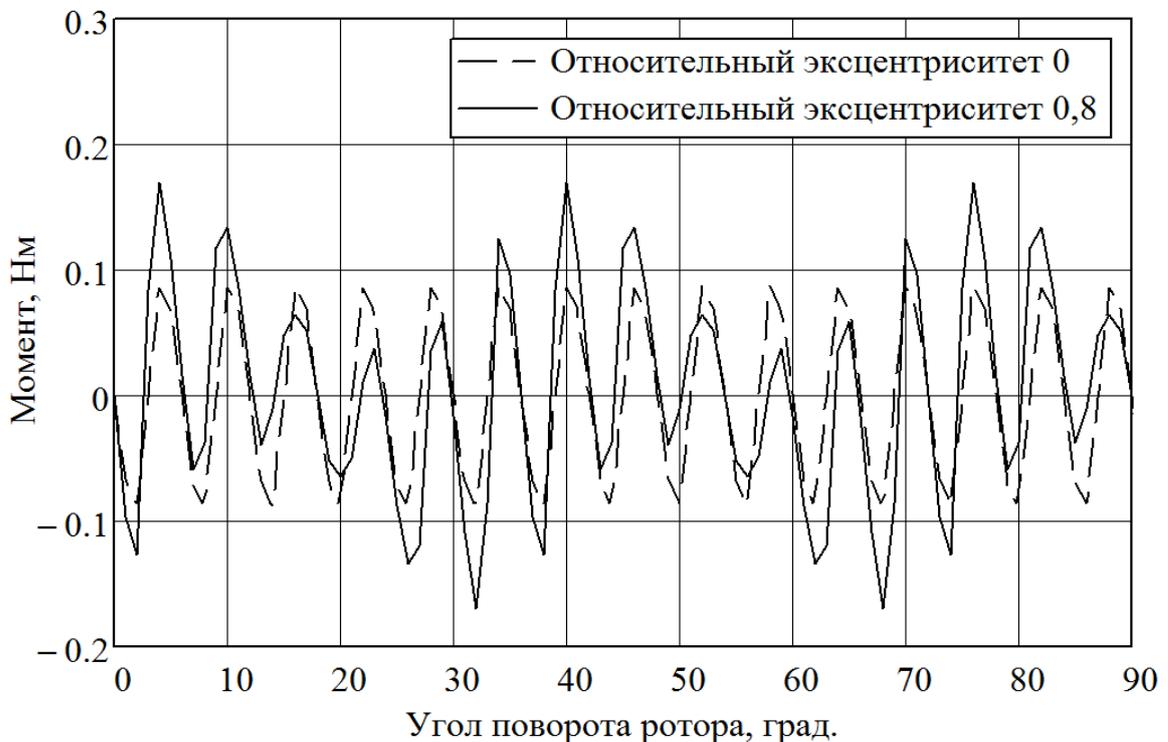


Рисунок 4.7 - Зависимость момента от угла поворота ротора при наличии эксцентриситета ротора в машине с  $q=2/5$  ( $z_1=12$ ,  $p=5$ )

Гармонический анализ показывает, что в машине без эксцентриситета присутствуют только гармоника зубцовых пульсаций момента:

$$n_{ct60} = p \cdot z_1 = 60,$$

При наличии эксцентриситета в кривой момента появляются гармоники добавочного момента с порядковыми номерами, кратными  $2p$ :

$$n_{at} = 2j \cdot p = 10, 20, 30 \dots$$

Однако только 10-ая и 70-ая составляющие превышают 5 % от амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций момента. Поэтому рассмотрим влияние величины эксцентриситета только на эти гармонические составляющие добавочного момента.

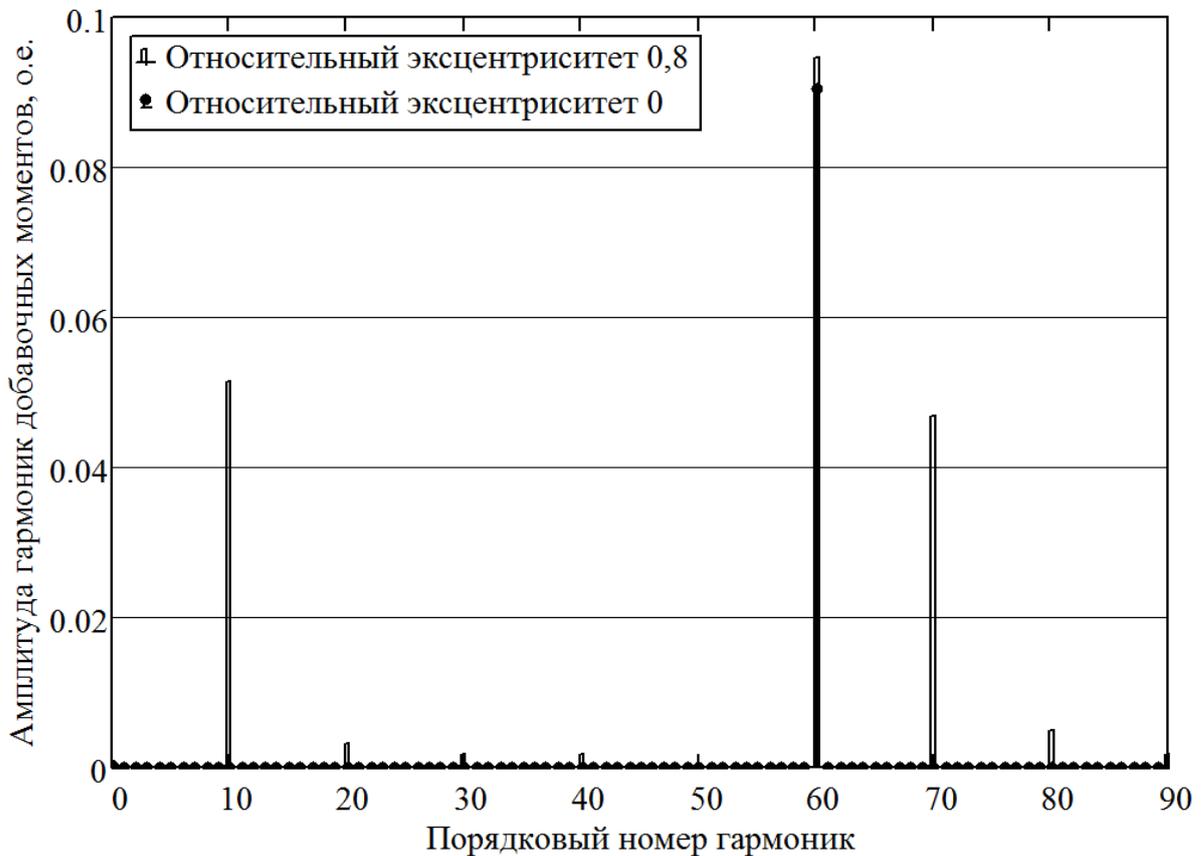


Рисунок 4.8 - Спектральный состав момента машины с  $q=2/5$  ( $z_1=12$ ,  $p=5$ ) при наличии статического эксцентриситета ротора

Из предыдущего пункта известно, что эти зависимости имеют квадратичный характер. Рассчитаем момент при различных величинах эксцентриситета и разложим их в ряд Фурье. Относительные амплитуды 10-ой и

70-ой гармоник при различных эксцентриситетах, рассчитанные с помощью численного моделирования, обозначены маркерами на рисунке 4.9. За базовое значение момента принята амплитуда основной гармоники зубцовых пульсаций момента в модели без эксцентриситета ( $M_{ct60} = 0,09$  Н·м). Методом наименьших квадратов проведена аппроксимация зависимостей, результаты сведены в таблицу 4.2. Таким образом, полученные зависимости с высокой точностью описываются выражениями:

для 10-ой гармоники

$$\hat{M}_{at10}(\varepsilon') = 0,92(\varepsilon')^2 - 0,025\varepsilon' + 0,0013,$$

для 70-ой гармоники

$$\hat{M}_{at70}(\varepsilon') = 0,837(\varepsilon')^2 - 0,02\varepsilon' + 0,0015.$$

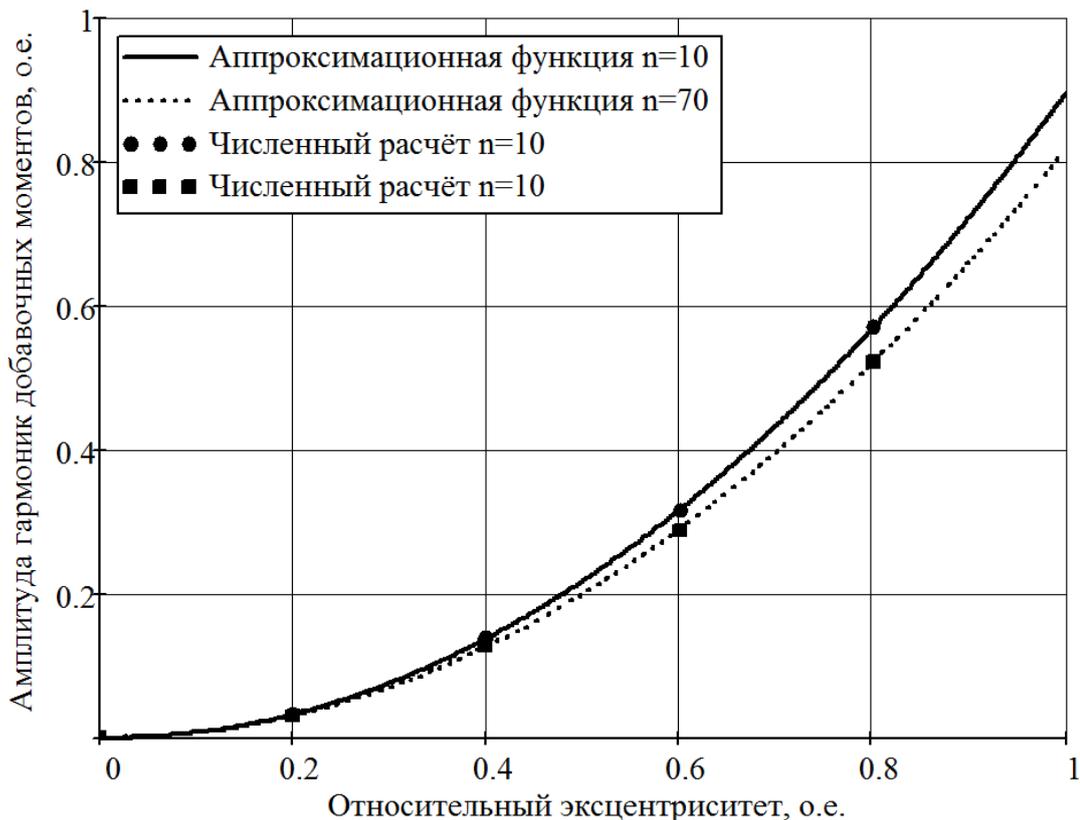


Рисунок 4.9 - Зависимость амплитуд гармоник добавочного момента от относительного эксцентриситета машины с  $q=2/5$  ( $z_1=12$ ,  $p=5$ )

Полученные выражения справедливы для машин с  $q=2/5$  ( $z_1=12$ ,  $p=5$ ), ротором радиального типа, относительным открытием паза  $\frac{b_{\text{ш}}}{t_1} = 0,19$  и амплитудой рабочей гармоники магнитной индукции в воздушном зазоре  $B_{\delta} = 0,8$  Тл.

Таблица 4.2 - Результаты численного моделирования машины с  $q=2/5$  ( $z_1=12$ ,  $p=5$ ) с наличием статического эксцентриситета

	$\varepsilon_i$ , о.е.	0	0,2	0,4	0,6	0,8	a	b	c	$R^2$
n=10	$M_{at_i}$ , о.е.	0,0011	0,033	0,139	0,316	0,57	0,92	-0,025	0,0013	1
	$\hat{M}_{at_i}$ , о.е.	0,0013	0,033	0,0138	0,317	0,57				
n=70	$M_{at_i}$ , о.е.	0,0007	0,032	0,128	0,289	0,522	0,837	-0,02	0,0015	1
	$\hat{M}_{at_i}$ , о.е.	0,0015	0,031	0,127	0,291	0,521				

### Выводы.

1. Таким образом, при наличии статического эксцентриситета ротора в машине с возбуждением от постоянных магнитов появляются добавочные пульсации момента. Качественно эти моменты могут быть описаны уравнением (4.4). Число добавочных пульсаций на один оборот ротора равно числу полюсов машины, а их амплитуда может оказаться значительной.

2. Методом конечных элементов рассчитаны зависимости зубцовых пульсаций момента от углового положения ротора относительно статора при наличии статического эксцентриситета ротора для машин с различными числами пазов на полюс и фазу ( $q=1/2, 2/5, 3/8$ ). Гармонический анализ этих зависимостей показал, что наличие статического эксцентриситета приводит к появлению гармоник момента с порядковыми номерами  $n_{at} = 2j \cdot p$ , что подтверждает результаты аналитических исследований. Амплитуды отдельных гармоник этих добавочных моментов зависят от величины эксцентриситета и могут достигать 70 % от амплитуды основной гармоники зубцовых пульсаций

момента. Таким образом, наличие статического эксцентриситета в машинах с возбуждением от постоянных магнитов приводит к появлению добавочного момента, который, как и зубцовые пульсации момента, может приводить к нежелательным шумам и вибрациям в процессе работы машины.

На основе численного моделирования методом наименьших квадратов получены полиномиальные выражения для определения амплитуд отдельных гармоник добавочного момента от эксцентриситета:

для машины с  $z_1=6, p=2 (q=1/2)$ :

для 4-ой гармоники

$$\hat{M}_{at4}(\varepsilon') = 0,837(\varepsilon')^2 - 0,012\varepsilon' + 0,003;$$

для 8-ой гармоники

$$\hat{M}_{at8}(\varepsilon') = 0,142(\varepsilon')^2 - 0,012\varepsilon' + 0,0025;$$

для 16-ой гармоники

$$\hat{M}_{at16}(\varepsilon') = 1,102(\varepsilon')^2 - 0,026\varepsilon' + 0,003;$$

для 28-ой гармоники

$$\hat{M}_{at28}(\varepsilon') = 0,708(\varepsilon')^2 - 0,068\varepsilon' + 0,033;$$

для машины с  $z_1=12, p=5 (q=2/5)$ :

для 10-ой гармоники

$$\hat{M}_{at10}(\varepsilon') = 0,92(\varepsilon')^2 - 0,025\varepsilon' + 0,0013;$$

для 70-ой гармоники

$$\hat{M}_{at70}(\varepsilon') = 0,837(\varepsilon')^2 - 0,02\varepsilon' + 0,0015.$$

Полученные выражения справедливы для машин с ротором радиального типа, относительным открытием паза  $\frac{b_{\text{ш}}}{t_1} = 0,19$  и амплитудой рабочей гармоники магнитной индукции в воздушном зазоре  $B_{\delta} = 0,8$  Тл.

## **ГЛАВА 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗУБЦОВЫХ ПУЛЬСАЦИЙ МОМЕНТА И ДОБАВОЧНЫХ МОМЕНТОВ ОТ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА**

В предыдущих главах работы были проведены аналитические исследования, в результате которых были сделаны выводы о гармоническом составе зубцовых пульсаций момента и о влиянии статического эксцентриситета на добавочные моменты. Результаты численного моделирования магнитного поля методом конечных элементов подтвердили выводы аналитических исследований. Тем не менее результаты численного моделирования не могут претендовать на абсолютную точность, так как при их получении не учитывались процессы, протекающие в торцевых частях машин и пр. Поэтому в данной главе с целью проверки полученных в ходе аналитических исследований результатов были проведены экспериментальные исследования электрических машин с дробными зубцовыми обмотками с возбуждением от постоянных магнитов.

## 5.1. Описание объектов исследования

Объектами исследования являются электрические машины для привода электромеханического усилителя рулевого управления автомобиля. На кафедре электромеханики НГТУ в 2002 году была разработана конструкция с электродвигателем, интегрированным в рулевую колонку, так называемая двигатель-рулевая колонка (рисунок 5.1). Такие усилители начали устанавливать сначала на легковой автомобиль ОАО «Автоваз» Лада Калина в 2005 году, а начиная с 2007 – на Лада Приора. Поперечный разрез активной части машины представлен на рисунке 5.2. Она имеет 18 зубцов, 8 пар полюсов ( $q=3/8$ ). Назовем эту машину условно ЭМУР-1.

В разработанной ДРК пакет ротора электродвигателя расположен непосредственно на валу рулевой колонки. Таким образом, усилитель не имеет передаточных механизмов, что повышает надежность системы в целом. Такая конструкция позволяет освободить значительный объем пространства под рулевым колесом, не требует дополнительного обслуживания в силу отсутствия редуктора. Кроме того, в прямом приводе момент инерции вращающихся масс гораздо меньше, чем в случае редукторного исполнения, что повышает быстродействие усилителя – один из основных показателей системы рулевого управления.

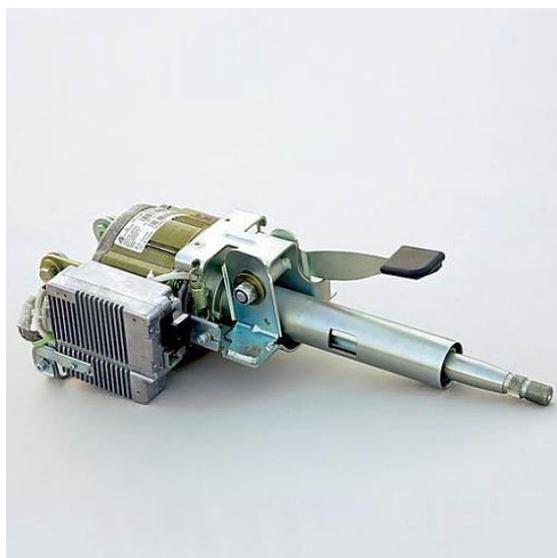


Рисунок 5.1 - Двигатель-рулевая колонка

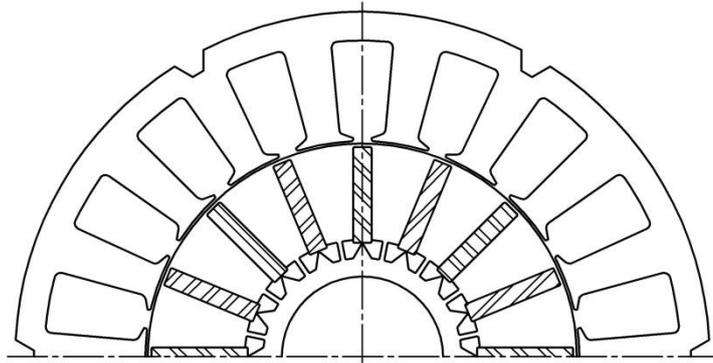


Рисунок 5.2 - Геометрия активной части ЭМУР-1

На рисунке 5.3 изображен поперечный разрез активной части электродвигателя с  $z_1=12$  и  $p=5$  для привода ЭМУР с редуктором. Полюса ротора имеют форму лепестков, что приближает форму м.д.с. магнитов к синусоиде. Обозначим эту машину условно ЭМУР-2.

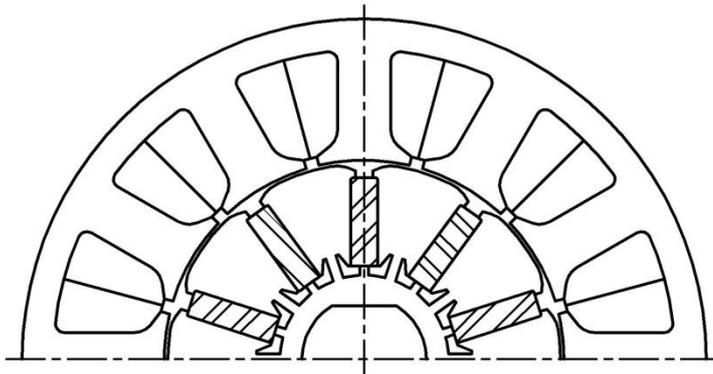


Рисунок 5.3 - Геометрия активной части ЭМУР-2

Электродвигатель с такими же числами зубцов, пар полюсов и диаметром расточки статора представлен на рисунке 5.4. Эта машина (условное обозначение ЭМУР-3) имеет гладкий ротор и спрямленные коронки зубцов статора, что приближает форму проводимости воздушного зазора к синусоиде.

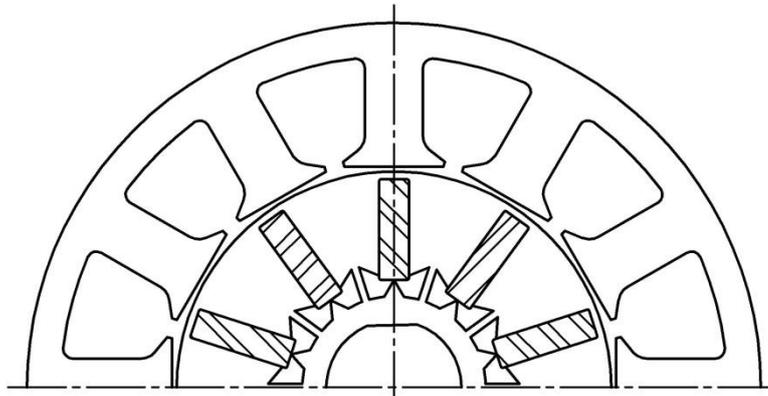


Рисунок 5.4 - Геометрия активной части ЭМУР-3

## 5.2. Описание экспериментальной установки и результаты эксперимента

Исследование зубцовых пульсаций момента выполнено на установке, представленной на рисунке 5.5. При проведении экспериментальных исследований угловое положение ротора относительно статора задавалось с помощью оптической головки, позволяющей фиксировать это положение с точностью до одной секунды. Вал исследуемой машины соединялся с валом делительной головки через компенсационные муфты и датчик момента компании Magtrol. Показания датчика момента записывались на полном обороте ротора с шагом в  $1^\circ$  геометрический.

На рисунке 5.6 представлены результаты эксперимента ЭМУР-1. Полученная зависимость была разложена в ряд Фурье, и ее спектр показан на рисунке 5.7. Из рисунка отчетливо видно, что момент имеет гармоники с порядковыми номерами 16, 18, 32, 36, 48, 54, 64, 72, 80, 90, 96..., 144. Гармоника с порядковым номером 144 является основной гармоникой зубцовых пульсаций момента и определяется произведением числа зубцов на число пар полюсов:

$$n_{ct} = z_1 p = 18 \cdot 8 = 144.$$

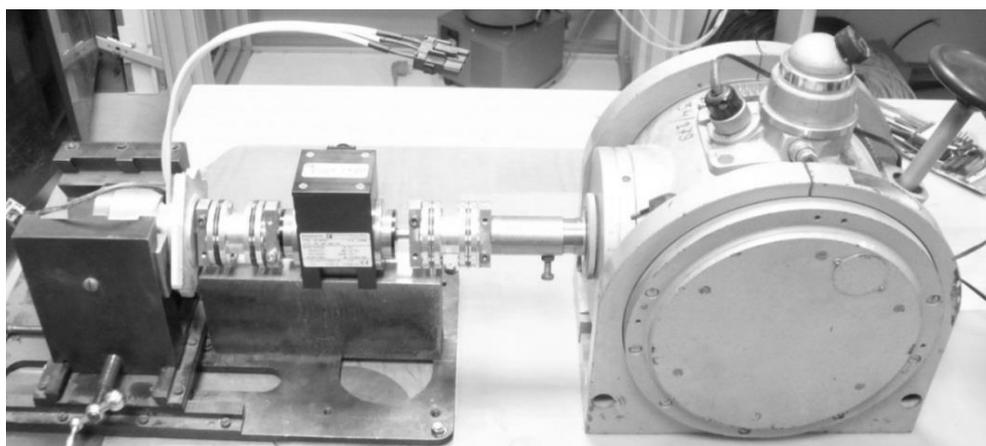


Рисунок 5.5 - Экспериментальная установка для измерения момента

Все остальные представленные гармоники кратны либо 16-ти, либо 18-ти. Гармоники с порядковыми номерами, кратными 16-ти обусловлены наличием в

машине статического эксцентриситета:

$$n_{atr} = j \cdot p = 16, 32, 48 \dots,$$

а гармоники с номерами, кратными 18-ти – наличием динамического эксцентриситета:

$$n_{atz} = j \cdot z_1 = 18, 36, 54 \dots$$



Рисунок 5.6 - Зависимость момента от угла поворота ротора ЭМУР-1

Это подтверждает результаты аналитических исследований и расчеты методом конечных элементов.

Гармоника с порядковым номером 1 обусловлена несоосностью между валом оптической головки и валом двигателя.

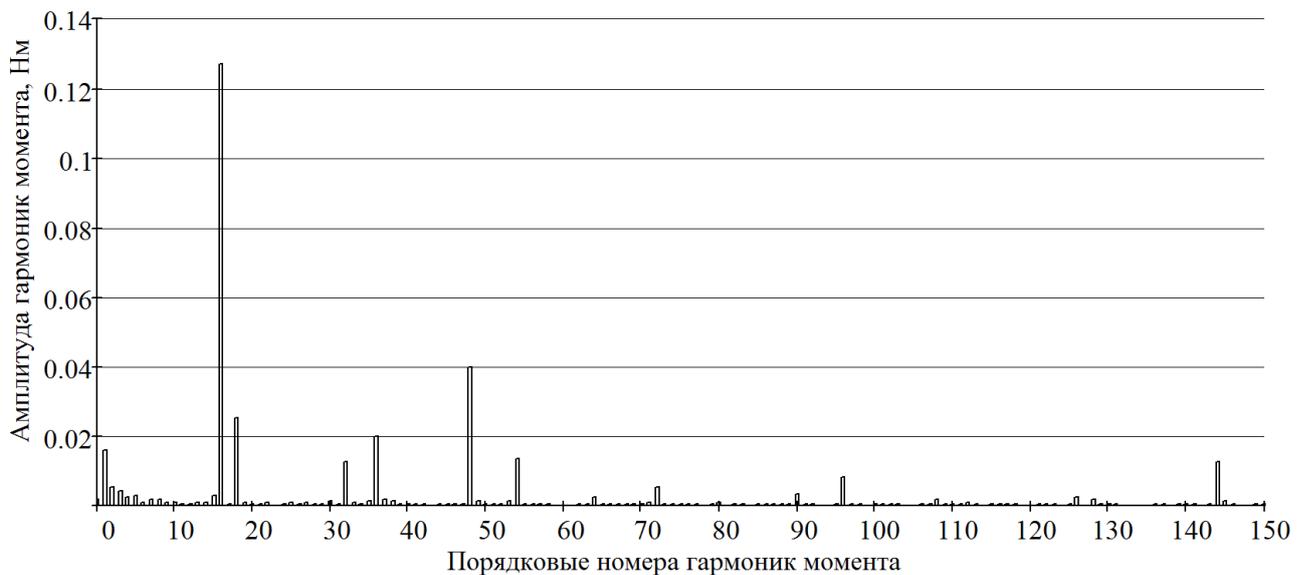


Рисунок 5.7 - Гармонический состав момента ЭМУР-1

На рисунках 5.8 и 5.9 представлены результаты экспериментального исследования ЭМУР-2. Зависимость момента от угла поворота ротора имеет ярко выраженную десятую гармонику, что подтверждается и результатом гармонического анализа, обусловленную статическим эксцентриситетом ротора

$$n_{атр} = 2 \cdot p = 10.$$



Рисунок 5.8 - Зависимость момента от угла поворота ротора ЭМУР-2

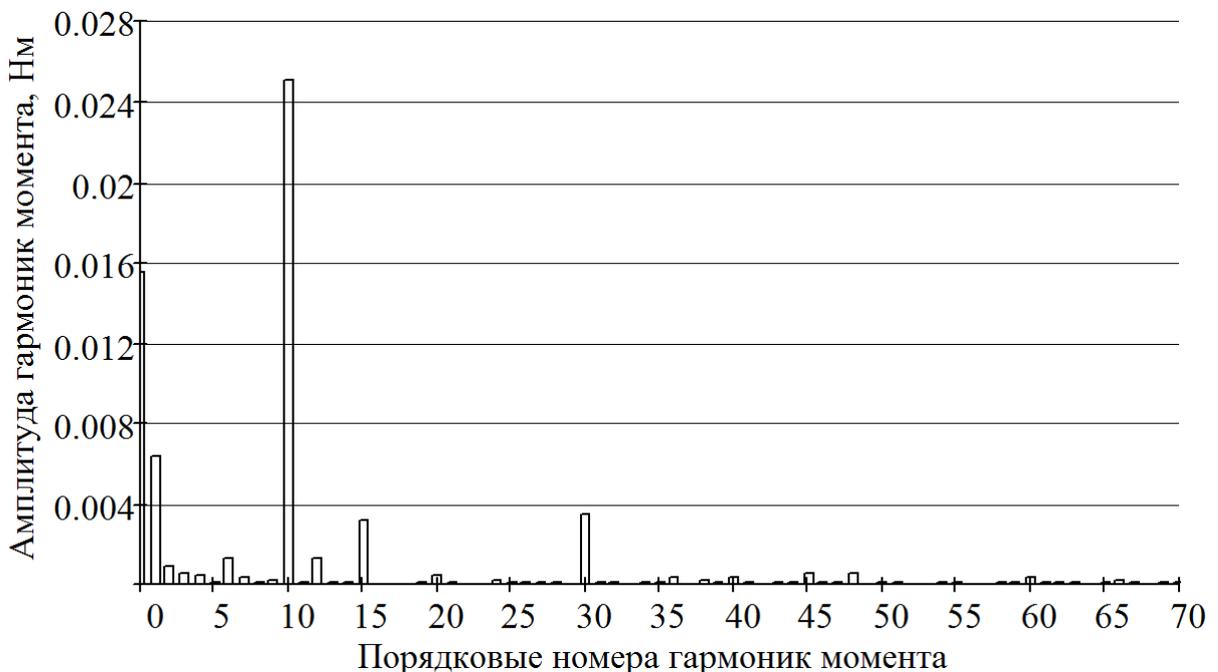


Рисунок 5.9 - Гармонический состав момента ЭМУР-2

Гармоника добавочного момента (12-ая) от динамического эксцентриситета имеет существенно меньшую амплитуду. Стоит отметить, что в этой машине

практически отсутствует основная гармоника зубцовых пульсаций момента. Это может быть объяснено удачным выбором геометрии ротора и ширины открытия паза.

Первая гармоника, как и в предыдущем случае обусловлена несоосным расположением валов, а постоянная составляющая объясняется неудачной тарировкой датчика.

Результаты экспериментального исследования момента в ЭМУР-3 приведены на рисунках 5.10 и 5.11. Спектр момента имеет ярко выраженные 10-ую, 12-ую и 60-ую гармоники. Первые две также обусловлены технологическими погрешностями при производстве.



Рисунок 5.10 - Зависимость момента от угла поворота ротора ЭМУР-3

Причем 10-ая гармоника имеет меньшую амплитуду по сравнению с машиной ЭМУР-2. Вероятно, это объясняется тем, что ЭМУР-2 имеет тонкий корпус, выполненный операцией вытяжки, а корпус ЭМУР-3 выточен и имеет более толстые стенки. Поэтому машина ЭМУР-2 по сравнению с ЭМУР-3 более подвержена деформации, а кроме эксцентриситета может возникнуть эллипсность, которая приводит к появлению гармоник того же порядка. Кроме того, выполненные вытяжкой детали имеют гораздо большее поле допусков по сравнению с деталями, обработанными на токарном станке. Поэтому погрешности могут быть вызваны не приобретенной после изготовления деформацией, а заложены технологическими операциями.

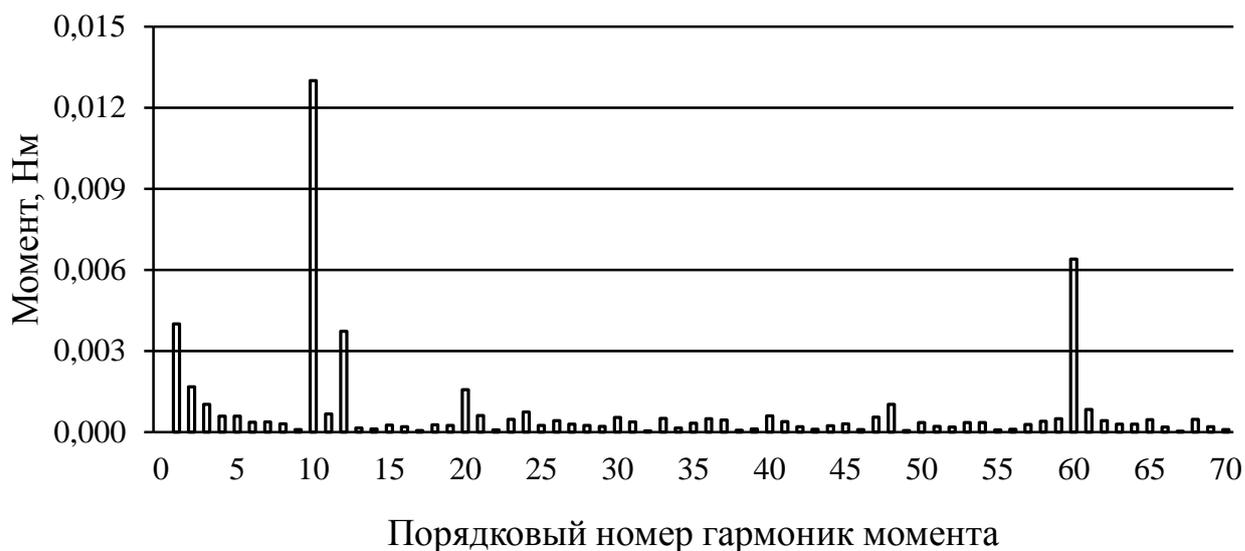


Рисунок 5.11 - Гармонический состав момента ЭМУР-3

Основная гармоника зубцовых пульсаций момента  $n_{ct} = z_1 p = 12 \cdot 5 = 60$  имеет большую амплитуду по сравнению с ЭМУР-2 (0,0064 Н·м против 0,0005 Н·м). Однако проводить сравнение этих машин с точки зрения зубцовых пульсаций момента некорректно, так как информация о характеристиках магнитов ЭМУР-2 отсутствует.

Также стоит отметить, что во всех исследуемых образцах амплитуда гармоник момента, обусловленных статическим эксцентриситетом ротора, больше чем амплитуда зубцовых пульсаций момента.

С одной стороны это говорит о том, что геометрия воздушного зазора в машинах выбрана удачным образом, и позволила улучшить гармонический состав проводимости зазора и/или м.д.с. магнитов. С другой стороны, встает вопрос об уменьшении добавочных моментов от эксцентриситета. И в этом случае возникает необходимость в ужесточении требований к качеству изготавливаемых машин, к уменьшению их статического и динамического эксцентриситета.

## Выводы

Результаты проведенных экспериментальных исследований в целом подтверждают выводы, сделанные на основе аналитических исследований, и результаты численного моделирования методом конечных элементов. А именно, получено, что все исследованные машины имеют в своих спектральных составах момента гармоники с порядками  $n_{ct} = z_1 p$ ,  $n_{atp} = j \cdot p$ ,  $n_{atz} = j \cdot z_1$ . Первая является основной гармоникой зубцовых пульсаций момента, а вторая и третья вызваны технологическими погрешностями изготовления машин, такими как статический и динамический эксцентриситет, а также эллипсность статора и ротора.

## Заключение

В результате работы выполнены следующие задачи:

1. Разработана математическая модель, описывающая механизм возникновения зубцовых пульсаций момента в синхронных машинах с дробными зубцовыми обмотками и возбуждением от постоянных магнитов при отсутствии тока в обмотке статора. Показано, что зубцовые пульсации момента являются результатом взаимодействия определенных гармоник магнитной проводимости воздушного зазора и м.д.с. магнитов. Число этих пульсаций на один оборот ротора определяется произведением числа зубцов и числа пар полюсов  $z_1 \cdot p$  машины. Порядковый номер гармоник зубцовых пульсаций момента в машинах с четными числами зубцов статора и пар полюсов ротора, отношение  $\frac{z_1}{2}$  которых является четным, равен:

$$n_{ct} = j \cdot \frac{p \cdot z_1}{2}, j = 1, 2, 3, \dots,$$

в машинах со всеми другими сочетаниями:

$$n_{ct} = j \cdot p \cdot z_1, j = 1, 2, 3, \dots$$

2. Получены выражения для расчета порядковых номеров гармоник магнитной проводимости воздушного зазора и м.д.с. магнитов, обуславливающих возникновение зубцовых пульсаций момента. Таким образом, задача уменьшения зубцовых пульсаций момента сводится к задаче уменьшения амплитуды этих гармоник.

3. Аналитическими и численными методами исследовано влияние ширины открытия паза статора на величину зубцовых пульсаций момента. Основная гармоника зубцовых пульсаций момента имеет периодическую зависимость от ширины открытия паза, и период этот определяется периодом гармоники проводимости, участвующей в создании зубцовых пульсаций момента.

Предложено математическое описание проводимости воздушного зазора в

машинах с постоянными магнитами и дробными зубцовыми обмотками, учитывающее насыщение стали и краевые эффекты в области коронок зубцов статора. На основании этого выражения получены зависимости основных гармоник зубцовых пульсаций момента от ширины открытия паза для машин с  $q=1/2$ ,  $2/5$  и  $3/8$ . Сравнение этих зависимостей с результатами численного расчета показало, что на основе предложенного выражения амплитуда основной гармоники зубцовых пульсаций момента может быть уменьшена за счет оптимизации ширины открытия паза в 2-8 раз.

4. Численными методами исследовано влияние коэффициента полюсного перекрытия на величину зубцовых пульсаций момента. Выбором оптимальной величины этого параметра можно добиться существенного уменьшения зубцовых пульсаций момента. В машинах с  $z_1=12$ ,  $p=5$  ( $q=2/5$ ) и  $z_1=18$ ,  $p=8$  ( $q=3/8$ ) амплитуда основной гармоники зубцовых пульсаций момента приближаются к нулю при значениях коэффициента полюсного перекрытия, близкого к единице:  $\alpha_p = 0,96$  для машины с  $q=2/5$ , и  $\alpha_p = 0,93$  для машины с  $q=3/8$ . Однако для машин с небольшим числом полюсов  $z_1=6$ ,  $p=2$  ( $q=1/2$ ), минимум зубцовых пульсаций момента соответствует коэффициенту полюсного перекрытия  $\alpha_p = 0,72$ . Для таких машин оптимизация ширины магнитов должна осуществляться не только с точки зрения минимума зубцовых пульсаций момента, но и с точки зрения необходимого развиваемого электромагнитного момента.

5. Получено выражение, описывающее добавочные моменты, обусловленные эксцентриситетом ротора. Число пульсаций этих добавочных моментов на оборот ротора определяется полюсностью машины. Наличие статического эксцентриситета приводит к взаимодействию возникшей вследствие его гармоники проводимости с основной гармоникой м.д.с. магнитов. Поэтому единственным путем его уменьшения является повышение точности изготовления машины. Численное моделирование показало, что величина этих моментов квадратично зависит от величины воздушного зазора.

6. Результаты экспериментальных исследований показали, что момент во всех исследованных образцах в своем спектральном составе имеет гармоники с порядковыми номерами кратными  $z_1 \cdot p$  (зубцовые пульсации момента) и  $2p$  (добавочные моменты от статического эксцентриситета ротора). Кроме того, имеются гармоники кратные числу зубцов, которые могут быть вызваны наличием динамического эксцентриситета, эллипсностью статора либо другими дефектами и требуют отдельного изучения.

7. Результаты диссертационной работы представляют практический интерес для ОАО «Калужский электромеханический завод» (г. Калуга) и ООО «Технологическая компания Шлюмберже» (г. Тюмень) и могут быть использованы в виде рекомендаций при выборе оптимальной геометрии воздушного зазора при изготовлении электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов и дробными зубцовыми обмотками. Акты о внедрении результатов диссертационной работы приведены в Приложении А и Приложении Б.

## Список литературы

1. Балагуров, В.А. Бесконтактные двигатели постоянного тока с постоянными магнитами [Текст] / В.А. Балагуров, В.М. Гридин, В.К. Лозенко. - М.: Энергия, 1975. – 128 с.
2. Балагуров, В.А., Кецарис, А.А., Лохнин, В.В. Перспективы развития магнитоэлектрических генераторов с применением высококоэрцитивных постоянных магнитов [Текст] / В.А. Балагуров, А.А. Кецарис, В.В. Лохнин // Электричество. – 1977. – № 3. – С. 54-58.
3. Балагуров, В.А. Предельная мощность синхронных генераторов с постоянными магнитами [Текст] / В.А. Балагуров // Электротехника. – 1983. – № 5. – С. 22-24.
4. Балагуров, В.А. Электрические генераторы с постоянными магнитами [Текст] / В.А. Балагуров, Ф.Ф. Галтеев. - М.: Энергоатомиздат, 1988. – 280 с.
5. Балагуров, В.А., Галтеев, Ф.Ф., Ларионов, А.Н. Электрические машины с постоянными магнитами [Текст] / В.А. Балагуров, Ф.Ф. Галтеев, А.Н. Ларионов. - М. - Л.: Энергия, 1964. – 480 с.
6. Бертинов, А.И. Специальные электрические машины [Текст] / А.И. Бертинов, Д.А. Бут, С.Р. Мизюрин. – М.: Энергоиздат, 1982. – 552 с.
7. Бут, Д.А. Бесконтактные электрические машины [Текст] / Д.А. Бут. - М.: Высш. шк, 1985. – 255 с.
8. Осин, И.Л. Синхронные микродвигатели с постоянными магнитами [Текст] / И.Л. Осин. – М.: Энергия, 1976. – 232 с.
9. Галтеев, Ф.Ф. Исследование переходных процессов в синхронных магнитоэлектрических генераторах [Текст] / Ф.Ф. Галтеев, В.П. Коробченко // Устройства электропитания и электропривода малой мощности. Т.2. Электрические машины и аппараты. М.: Энергия, – 1970. – С. 34÷54.
10. Ледовский, А.Н. Электрические машины с высококоэрцитивными постоянными магнитами [Текст] / А.Н. Ледовский. - М.: Энергоатомиздат, 1985. – 168 с.

11. Ледовский, А.Н. Определение электромагнитного момента индукторных вентильных двигателей [Текст] / А.Н. Ледовский, А.М. Сугробов // Электричество. – 1979. – № 12. – С. 37-40.
12. Данилевич, Я.Б. Минитурбогенератор 200 кВт с возбуждением на постоянных магнитах Nd-Fe-B [Текст] / Я.Б. Данилевич, В.Н. Антипов // Электротехника. - 2006. – N 3. – С. 36-37.
13. Овчинников, И.Е., Лебедев, Н.И. Бесконтактные двигатели постоянного тока. / И.Е. Овчинников, Н.И. Лебедев. – Л.: Наука, – 1979. – 270 с.
14. Управляемые бесконтактные двигатели постоянного тока / Н.П. Адволоткин, В.Т. Гращенко, Н.И. Лебедев, И.Е. Овчинников, А.К. Стыцына. Л. // – Энергоатомиздат, – 1984. – 160 с.
15. Шевченко, А. Ф. Результаты разработки высокомоментных синхронных электрических машин с постоянными магнитами на кафедре Электромеханики НГТУ [Текст] / А. Ф. Шевченко // Электротехника, электромеханика и электротехнологии. – 2003. – N 2, С. 24-31.
16. Шевченко, А. Ф. Статическая устойчивость синхронных машин с постоянными магнитами [Текст] / А. Ф. Шевченко // Электричество. - 2003. - N 8, С. 68-74.
17. Шевченко, А. Ф. Стартер-генераторное устройство для легковых автомобилей класса ВАЗ-2110[Текст] / А. Ф. Шевченко // Электромеханика. – 2003. – N9, С. 45-54.
18. Синхронный электродвигатель [Текст]: а. с. 1345291Рос. Федерация: МПК Н 02 К 19/02/ Шевченко А.Ф.; заявитель и патентообладатель Новосибирский электротехнический институт. - № 4012660; заявл. 21.01.86; опубл. 15.10.87, Бюл. № 38. - 3 с: ил.
19. Синхронный электродвигатель [Текст]: пат. 2059994 Рос. Федерация: МПК Н 02 К 19/12/ Шевченко А.Ф.; заявитель и патентообладатель Новосибирский государственный технический университет. - № 4037981/63; заявл. 17.03.86; опубл. 10.05.96, Бюл. № 21. - 5 с: ил.

20. Синхронный электродвигатель [Текст]: пат. 16574 Рос. Федерация: МПК Н 02 К 19/00/ Шевченко А.Ф.; заявитель и патентообладатель Новосибирский государственный технический университет. - № 2000117831/20; заявл. 05.07.00; опубл. 10.01.01, Бюл. № 1. - 4 с: ил.
21. Ротор электрической машины [Текст]: пат. 2178615 Рос. Федерация: МПК Н 02 К 1/27/ Шевченко А.Ф., Честюнин Р.В.; заявитель и патентообладатель Новосибирский государственный технический университет. - № 2000120729/09; заявл. 02.08.00; опубл. 20.01.02, Бюл. № 2. - 4 с: ил.
22. Многополюсная магнитоэлектрическая машина [Текст]: пат. 53828 Рос. Федерация: МПК Н 02 К 21/14/ Шевченко А.Ф.; заявитель и патентообладатель Новосибирский государственный технический университет. - № 2005113500/22; заявл. 03.05.05; опубл. 27.05.06, Бюл. № 15. - 3 с: ил.
23. Шевченко, А. Ф. Многополюсные синхронные машины с дробными  $q$  меньше 1 зубцовыми обмотками с возбуждением от постоянных магнитов [Текст] / А. Ф. Шевченко // Электротехника. - 2007. – №9. С. 3-9.
24. Шевченко, А.Ф. Безредукторный электромеханический усилитель рулевого управления легковых автомобилей [Текст] / А. Ф. Шевченко, В. В. Мизевич, О. И. Новокрещенов, А. В. Комаров // Электротехника. - 2007. – №9. С. 32-35.
25. Шевченко, А.Ф. Особенности конструкции и проектирования энергоэффективных магнитоэлектрических электродвигателей общепромышленного назначения / А. Ф. Шевченко, А. Г. Приступ, О. И. Новокрещенов, Д. М. Топорков, В. В. Корнеев // Электротехника. - 2014. - N 12. - С. 41-44.
26. Шевченко, А.Ф. Многополюсные синхронные машины [Текст]: метод. указ.: в 2 ч. / А.Ф. Шевченко, А.В. Комаров, Ю.Г. Бухгольц, Л.Г. Шевченко. - Новосибирск: НГТУ, 1996 г. – 2 ч. – 49 с.
27. Kobayashi, K. Abrushless DC motor of a new structure with reduced torque fluctuation [Текст] / К. Kobayashi, М. Goto // Electrical Engineering in Japan, vol. 105, N 3, 1985, pp.104-112.

28. Электромеханический усилитель руля автомобиля и электродвигатель для усилителя руля [Текст]: пат. 2278797 Рос. Федерация: МПК В 62 D 5/04, Н 02 К 21/16/ Шевченко А.Ф.; заявитель и патентообладатель ОАО "Калужский завод электронных изделий". - № 2005126251/11; заявл. 19.08.05; опубл. 27.06.06, Бюл. № 18. - 5 с: ил.
29. Электромеханический усилитель руля автомобиля и электродвигатель для усилителя руля [Текст]: пат.2181091 Рос. Федерация: МПК В 62 D 5/04/ Канискин Н.А., Постников А.С., Симонов Б.Ф., Шевченко А.Ф.; заявитель и патентообладатель ОАО "Элсиб". - № 2001112398/28; заявл. 04.05.01; опубл. 10.04.02, Бюл. № 10. - 5 с: ил.
30. Электромеханический усилитель руля автомобиля и электродвигатель для усилителя руля [Текст]: пат. 15325Рос. Федерация: МПК В 62 D 5/04/ Боляян Н.А., Боченков Б.М., Деряжный И.Е., Жуловян В.В., Куклин О.Г., Мухин О.Б., Судак А.Г., Таран А.В., Трубин В.Г., Харитонов С.А., Чемакин Л.А., Шевченко А.Ф.; заявитель и патентообладатель ООО "Научно-исследовательский институт автоматики и силовой электроники". - № 2000109037/20; заявл. 11.04.00; опубл. 10.10.00, Бюл. № 28. - 4 с: ил.
31. Приступ, А. Г. Исследование способов уменьшения пульсаций момента в магнитоэлектрических синхронных машинах с дробными зубцовыми обмотками[Текст] / А. Г. Приступ, Д. М. Топорков // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. - 2013. - N 6. - С. 14-18.
32. Овчинников, И.Е. Вентильные электрические двигатели и привод на их основе (малая и средняя мощность)[Текст]: курс лекций / И.Е. Овчинников. – СПб.: КОРОНА-Век, 2006. – 336 с.
33. Вигриянов, П.Г. Электромагнитные процессы многофазных вентильных двигателей: монография. / П.Г. Вигриянов. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, – 2007. – 144 с.
34. Вигриянов, П.Г. Исследование электромагнитных процессов вентильных двигателей: монография. / П.Г. Вигриянов. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, – 2010. – 163 с.

35. Лебедев, А.М. Следящие электроприводы станков с ЧПУ [Текст] / А.М. Лебедев, Р.Т. Орлова, А.В. Пальцев. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 223 с.
36. Куневич, А.В. Ферриты. Энциклопедический справочник [Текст]: в 5 т. / А.В. Куневич, А.В. Подольский, И.Н. Сидоров. – СПб.: Лик, 2004. – 5 т. – 358 с.
37. Альтман, А.Б. Постоянные магниты [Текст]: справочник / А.Б. Альтман, А.Н. Герберг, П.А. Гладышев. – М.: Энергия, 1980. – 488 с.
38. Коген-Далин, В.В. Расчет и испытание систем с постоянными магнитами [Текст] / В.В. Коген-Далин, Е.В. Комаров. – М.: Энергия, 1977. – 248 с.
39. Миткевич, А.В. Стабильность постоянных магнитов [Текст] / А.В. Миткевич. – М.: Энергия, 1971. – 128 с.
40. Li, T. Reduction of cogging torque in permanent magnet motors [Текст] / T. Li, G. Slemon // IEEE Transactions On Magnetics. – 1988. - Vol. 24. - N 6. - pp. 2901-2903.
41. Zhu, Z.Q. Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines [Текст] / Z.Q. Zhu, D. Howe // IEEE Transactions on energy conversion. – 2000. - Vol. 15. - N 4. - pp.407-412.
42. Beton, C. Influence of machine symmetry on reduction of cogging torque in permanent-magnet brushless motors [Текст] / C. Breton, J. Bartolome, J.A. Benito // IEEE Transactions On Magnetics. – 2000. - Vol. 36. - N 5. - pp.3819-3823.
43. Lateb, R., Takorabet, N. Design Technique for reducing the cogging torque in large surface-mounted magnet motors [Текст] / R. Lateb, N. Takorabet // Recent Developments of Electrical Drives. – 2006. - pp.59-72.
44. Hwang, S.M. Various design techniques to reduce cogging torque by controlling energy variation in permanent magnet motors [Текст] / S.M. Hwang, J.B. Eom, Y.H. Jung // IEEE Transactions On Magnetics. – 2001. - Vol. 37. - N 4. - pp. 2806-2809.
45. Fazil, M. A novel air-gap profile of single-phase permanent-magnet brushless DC motor for starting torque improvement and cogging torque reduction [Текст] / M. Fazil, K.R. Rajagopal // IEEE Transactions On Magnetics. – 2010. - Vol. 46. - N 11. - pp. 3928-3932.

46. Zhu, Z.Q. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors, Part I: open-circuit field [Текст] / Z.Q. Zhu, D. Howe, E. Bolte // IEEE Transactions on energy conversion. – 1993. - Vol. 29. - N 1. - pp. 124-135.
47. Wang, X. Study of cogging torque in surface-mounted permanent magnet motors with energy method [Текст] / X. Wang, Y. Yang, D. Fu // Journal of magnetism and magnetic materials. – 2003. - N 73. - pp. 80-85.
48. Saied, S.A. Cogging torque reduction in brushless DC motors using slot-opening shift [Текст] / S.A. Saied, K. Abbaszadeh // Advances in electrical and computer engineering. – 2009. - Vol. 9. - N 19. - pp. 28-33.
49. Xintong, J. Theoretical and simulation analysis of influences of stator tooth width on cogging torque of BLDC motors [Текст] / J. Xintong, X. Jingwei, L. Yong // IEEE Transactions On Magnetics. – 2009. - Vol. 45. - N 10. - pp. 4601-4604.
50. Zhu, L. Optimal slot opening in permanent magnet machines for minimum cogging torque [Текст] / L. Zhu, S. Z. Jiang // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review). – 2011. - N 3. - pp. 315-319.
51. Гребеников, В.В., Прыймак, М.В. Способы уменьшения пульсаций электромагнитного момента в электрических машинах с постоянными магнитами и зубцово-пазовым статором. / В.В. Гребеников, М.В. Прыймак // Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України. – 2010. – № 27. – С. 52-58.
52. Гребеников, В. В., Прыймак, М. В. Исследование влияния конфигурации магнитной системы на моментные характеристики электродвигателей с постоянными магнитами / В. В. Гребеников, М. В. Прыймак. – Электротехника и электроэнергетика. – 2009. – № 2. – С. 57-60.
53. Cernigoj, A. Native and additional cogging torque components of PMsynchronous motors – evaluation and reduction [Текст] / A. Cernigoj, L. Gasparin, R. Fiser // Automatika: Journal for control, measurement, electronics, computing and communications. – 2010. - Vol. 51. – N 2. - pp. 157-165.

54. Gasparin, L. Additional cogging torque components in permanent-magnet motors due to manufacturing imperfections [Текст] / L. Gasparin, A. Cernigoj // IEEE Transactions on Magnetics. – 2009. - Vol. 45. - N 3. - pp. 1210-1213.
55. Gasparin, L. Sensitivity of cogging torque to permanent magnet imperfections in mass-produced PM synchronous motors [Текст] / L. Gasparin, R. Fiser // Przegląd Elektrotechniczny. – 2013. - N 2b. - pp. 80-83.
56. De La Ree J., Boules N., Torque Production in Permanent Magnet Synchronous Motors. / J De La Ree., N. Boules, – IEEE Transactions On Industry Applications, – 1989 – Vol. 25, – No. 1, – pp. 107-112.
57. Rediction of Cogging Torque using the Flux-MMF Diagram Technique. / Deodhar P., Staton D. A., Jahns T. M., Miller T.J.E., // Transactions On Industry Applications, – 1996, – Vol. 32, – No. 3, – pp. 569-576.
58. Optimization of the Magnetic Pole Shape of a Permanent-Magnet Synchronous Motor / Ping Zheng, Jing Zhao, Jianqun Han, Jie Wang, Zhiyuan Yao, Ranran Liu // IEEE Transactions On Magnetics, – JUNE 2007, – Vol. 43, – No. 6, - pp. 738-745.
59. Coenen, I. Manufacturing tolerances: estimation and prediction of cogging torque influenced by magnetization faults [Текст] / I. Coenen, K. Hameyer // IEEE Transactions on Magnetics. -2012. - Vol. 48. - N 5. - pp. 1932-1936.
60. Daikoku, A. Cogging torque investigation of PM motors resulting from asymmetry property of magnetic poles: influence of performance variation between permanent magnets [Текст] / A. Daikoku, S. Yamaguchi // Electrical Engineering in Japan. – 2008. - Vol. 163. - Issue 3. - pp. 57–67.
61. Lu, K. An analytical equation for cogging torque [Текст] / K. Lu, P.O. Rasmussen, E. Ritchie // Proceedings of 17<sup>th</sup> International Conference on Electrical Machines. – 2006. - pp. 382-386.
62. Zarko, D. Analytical solution for cogging torque in surface permanent-magnet motors using conformal mapping [Текст] / D. Zarko, D. Ban, T.A. Lipo // IEEE Transactions on Magnetics. – 2008. - Vol. 44. - N 1. - pp. 52-65.

63. Zhu, Z.Q. Synthesis of cogging-torque waveform from analysis of a single stator slot [Текст] / Z.Q. Zhu, D. Howe // IEEE Transactions on Industry Applications. - 2006. - Vol. 42. - N 3. - pp. 650-657.
64. Hsiao, C.Y. A novel cogging torque simulation method for permanent-magnet synchronous machines [Текст] / C.Y. Hsiao, S.N. Yeh, J.C. Hwang // Energies. – 2011. – N 4, pp. 2166-2179.
65. Wang, D. Integrated optimization of two design techniques for cogging torque reduction combined with analytical method by a simple gradient descent method [Текст] / D. Wang, X. Wang, M.K. Kim, S.Y. Jung // IEEE Transactions on Magnetics. – 2012. - Vol. 48. - N 8. - pp. 2265-2276.
66. Иванов-Смоленский, А.В. Электрические машины [Текст]: Учебник для вузов. / А.В. Иванов-Смоленский. – М.: Энергия, 1980. – 928 с.
67. Вольдек, А.И. Электрические машины. // Л., Энергия, – 1974. – 840 с.
68. Геллер, Б. Высшие гармоники в асинхронных машинах [Текст] / Б. Геллер, В. Гамата; перевод с англ. З.Г. Каганов. – М.: Энергия, 1981. – 352 с.
69. Сильвестер, П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков [Текст]: пер. с англ. / П. Сильвестер, Р. Феррари. – М.: Мир, 1986. – 229 с.
70. Приступ, А.Г., Червяков, А.В. Моделирование магнитных полей в программе FEMM [Текст] :учеб.-метод. пособие / А.Г. Приступ, А.В. Червяков. - Новосибирск: НГТУ, 2012. – 92с.
71. Фисенко, В. Г. Численные расчеты электромагнитных полей в электрических машинах на основе метода конечных элементов // Издательство: Изд-во МЭИ, – 2002.– 44 с.
72. Вольдек, А.И. Исследование магнитного поля в воздушном зазоре явнополюсных синхронных машин методом гармонических проводимостей // Электричество. – 1966. – № 7. – С. 46÷52.
73. Вольдек, А.И. Влияние неравномерности воздушного зазора на магнитное поле асинхронной машины // Электричество. – 1951. – №12. – С. 40÷46.

74. Жуловян, В.В., Мацанова, А.Л. К расчету проводимости воздушного зазора при двухсторонней зубчатости // Сб.: Вопросы теории и расчета электрических машин. Новосибирск, – 1973. – С. 51-59.
75. Айнварг, А.С. Магнитное поле в воздушном зазоре интерференционной индукторной машины [Текст] / А.С. Айнварг // Бесконтактные электрические машины. Вып. 9. – Рига: Зинатне, 1970. – С. 133-200.
76. Каасик, П.Ю. Тихоходные безредукторные микроэлектродвигатели [Текст] / П.Ю. Каасик. – М.: Энергия, 1974. – 136 с.

## Приложение А

“УТВЕРЖДАЮ”

проректор по научной  
работе НГТУ  
д-р.техн. наук, профессор

  
“ 17 ” февраля 2016 г.



“УТВЕРЖДАЮ”

Технический директор  
ОАО «Калужский электромеханический  
завод»

  
Пануев В.М.  
“ 28 ” февраля 2016 г.



### АКТ

внедрения результатов  
кандидатской диссертационной работы  
Топоркова Дмитрия Михайловича

«Зубцовые пульсации момента в машинах с дробными обмотками и  
возбуждением от постоянных магнитов»

Мы, нижеподписавшиеся представитель ОАО «Калужский электромеханический завод» Гл.конструктор НТП Максимов Е.Л. ,а также представители НГТУ к.т.н., доцент Приступ А.Г., д.т.н., профессор Шевченко А.Ф. составили настоящий акт о том, что материалы диссертационной работы «Зубцовые пульсации момента в машинах с дробными обмотками и возбуждением от постоянных магнитов» использованы при разработке двигателя электроусилителя рулевого управления легкового автомобиля согласно договора ЭМ-4-13 между кафедрой ЭМ НГТУ и ОАО «Калужский электромеханический завод»,а именно:

1. По результатам исследований была выявлена природа зубцовых пульсаций момента и определены конструктивные методы их уменьшения.
2. С помощью моделирования были проанализированы различные конструкции зубцово-пазовой зоны для определения оптимальных геометрических соотношений.

От ОАО «КЭМЗ»

  
Максимов Е.Л.

От НГТУ

  
Приступ А.Г.  
  
Шевченко А.Ф.

## Приложение Б

“УТВЕРЖДАЮ”  
 проректор по научной  
 работе НГТУ  
 д-р. техн. наук, профессор

  
 “22” 02



“УТВЕРЖДАЮ”  
 Руководитель группы разработки нового  
 оборудования подразделения  
 ООО «Технологическая компания  
 Шлюмберже»  
 Иванов С.К.  
 “29” февраля 2016 г



### АКТ

о внедрении результатов  
 кандидатской диссертационной работы  
Топоркова Дмитрия Михайловича

«Зубцовые пульсации момента в машинах с дробными обмотками и  
 возбуждением от постоянных магнитов»

Мы, нижеподписавшиеся, представитель ООО «Технологическая компания Шлюмберже» Мукаев Р.Р., а также представители НГТУ к.т.н. доцент Приступ А.Г., д.т.н. профессор Шевченко А.Ф. составили настоящий акт о том, что материалы диссертационной работы «Зубцовые пульсации момента в машинах с дробными обмотками и возбуждением от постоянных магнитов» использованы при разработке ряда электродвигателей с постоянными магнитами для погружных насосов согласно договора ТCS-TPC-2008-000222 (ЭМ-8-08) между кафедрой ЭМ НГТУ и ООО «Технологическая компания Шлюмберже», а именно:

1. Результаты исследований использовались при проектировании электродвигателя для погружного насоса.
2. По результатам исследований определены причины повышенных пульсаций момента и предприняты конструктивные меры по их уменьшению.

От ООО «Технологическая  
 компания Шлюмберже»

 Мукаев Р.Р.

От НГТУ

 Приступ А.Г.  
 Шевченко А.Ф.