

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Новосибирский государственный технический университет

На правах рукописи



Таюров Антон Викторович

Имитационное моделирование отражающих объектов, распределенных
по угловым координатам, с помощью матричных имитаторов

Специальность 2.2.13 – Радиотехника, в том числе системы и устройства
телевидения

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Киселев Алексей Васильевич

Новосибирск – 2025

Содержание

Введение	5
1 Основные характеристики распределенных объектов и методы их имитации	13
1.1 Радиолокационные характеристики распределенных объектов	13
1.2 Методы имитации эхосигнала от распределенного объекта . .	21
1.3 Ошибки имитации, возникающие при использовании матричных имитаторов	28
1.4 Цель и задачи исследования	32
Выводы по первому разделу	34
2 Ошибка установки углового положения в матричных имитаторах	36
2.1 Общие соотношения для ошибки установки углового положения	36
2.2 Анализ полученных соотношений	44
2.2.1 Зависимость величины ошибки от отношения коэффициентов аппроксимации диаграммы направленности	44
2.2.2 Зависимость величины ошибки от заданного положения кажущегося центра излучения	47
2.2.3 Зависимость ошибки от величины разноса излучателей матричного имитатора	48
2.2.4 Максимальное значение ошибки и положение кажущегося центра излучения, при котором она возникает	49
2.3 Ошибка установки углового положения при использовании разностной диаграммы направленности	51
2.4 Альтернативные оценки величины ошибки	53
2.4.1 Оценка ошибки при использовании суммарной диаграммы направленности	54
2.4.2 Оценка ошибки при использовании разностной диаграммы направленности	56
2.5 Механизм возникновения ошибки	59

2.6	Ошибки установки кажущегося центра излучения по обеим угловым координатам	61
	Выводы по второму разделу	63
3	Вероятностные характеристики ошибок имитации шумов угловых координат, моделируемых матричным имитатором	64
3.1	Плотность распределения вероятностей имитируемых шумов угловых координат	64
3.2	Первый момент ошибки установки углового положения кажущегося центра излучения	73
3.3	Рассеяние шумов координат	80
3.3.1	Выражения для оценки рассеяния шумов угловых координат	81
3.3.2	Влияние ошибки по параметру рассеяния шумов угловых координат на достоверность моделирования .	93
	Выводы по третьему разделу	96
4	Экспериментальная апробация полученных результатов	98
4.1	Экспериментальная проверка полученных теоретических результатов	98
4.1.1	Стенд моделирования работы матричного имитатора .	98
4.1.2	Проведенные эксперименты и их основные результаты	104
4.2	Моделирование спектральных характеристик шумов угловых координат	114
4.3	Имитация эхосигнала от корабля при морском волнении . . .	116
	Выводы по четвертому разделу	122
	Заключение	123
	Список сокращений	125
	Список литературы	126
	Приложение А Зависимости максимальной ошибки установки кажущегося центра излучения и места ее возникновения от формы диаграммы направленности	137

Приложение Б Зависимости ошибки установки кажущегося центра излучения от требуемого положения внутри матрицы	139
Приложение В Аппроксимация функции ошибки	144
Приложение Г Акты о внедрении результатов диссертационной работы	148

Введение

Актуальность темы исследования

Актуальность темы исследования определяется следующими факторами. Обязательным этапом разработки современных радиотехнических средств и систем является этап разработки их программного обеспечения, проводимый с использованием технологий полунатурного моделирования [1–3]. Его суть заключается в создании в лабораторных условиях модели реальной радиоэлектронной обстановки, в которой будет функционировать разрабатываемый объект [4]. При этом наибольшая достоверность моделирования обеспечивается при имитации электромагнитных полей на апертуре антенны создаваемого устройства.

Наиболее перспективными имитаторами являются, так называемые, матричные имитаторы радиоэлектронной обстановки (сокращенно МИ) [5]. Они представляют собой систему излучателей, размещаемых в дальней зоне антенны испытываемого устройства. К ним подводятся взаимосвязанные сигналы, обеспечивающие формирование так называемых кажущихся центров излучения (сокращенно КЦИ), угловое положение которых соответствует замещаемым источникам излучения или отражения сигналов. Меняя амплитуды сигналов, подводимых к излучателям МИ, обеспечивают перемещение КЦИ в соответствии с заданными изменениями моделируемой радиоэлектронной обстановки.

Матричные имитаторы практически не имеют ограничений по скорости перемещения замещаемых объектов и сложности их структуры. При этом ключевым вопросом, как и при использовании других видов средств имитации, является достоверность воспроизведения МИ реальной радиоэлектронной обстановки. Достоверность имитации в первую очередь определяется точностью установки параметров сигналов, создаваемых замещаемым объектом [6].

Степень разработанности темы исследования

Применительно к МИ вопросы точности рассматривались в литературе неоднократно [7 – 12]. В связи с этим уместно назвать работы и исследования Островитянова Р. В., Басалова Ф. А., Важенина В. Г., Тырыкина С. В. и др. Подробно анализировались эквивалентные искажения диаграммы направленности антенны [13, 14], влияние случайных и детерминированных

ошибок в фазах и амплитудах сигналов излучателей МИ на его точностные характеристики [15, 16]. Однако этим безусловно интересным и важным исследованиям присущ общий недостаток. Большинство из них выполнены либо при условии изотропности измерительной антенны разрабатываемого устройства, либо при использовании простейших аппроксимаций ее диаграммы направленности, а диапазон задаваемых положений КЦИ ограничен областью между излучателями МИ.

Кроме того, практически не рассмотренными остаются вопросы точности имитации угловых шумов координат применительно к моделированию отражений от распределенных объектов.

Настоящая работа посвящена развитию теории матричных имитаторов применительно к моделированию отражений от распределенных объектов. При этом основное внимание уделено точности имитации их угловых шумов (шумов угловых координат – ШК), в первую очередь их вероятностных характеристик и параметров, таких как функция распределения, математическое ожидание и параметр, характеризующий рассеяние, которые определяют точность установки положения и его разброс по угловым координатам. Данные вопросы до настоящего времени в литературе не рассматривались.

Это определило цель работы.

Цель работы – установить причины возникновения и оценить параметры ошибок моделирования матричным имитатором основных вероятностных характеристик шумов угловых координат распределенных объектов.

Достижение поставленной цели потребовало решить следующие **основные задачи**.

1. Получить общие соотношения для ошибки установки углового положения кажущегося центра излучения распределенного объекта, возникающей при работе с неизотропными антеннами.
2. Оценить ошибки имитации вероятностных характеристик шумов угловых координат распределенных радиолокационных объектов, моделируемых матричным имитатором.
3. Экспериментально проверить полученные теоретические результаты, а также развить их до уровня, позволяющего синтезировать

матричные имитаторы протяженных объектов, обеспечивающие заданную достоверность имитации их угловых шумов.

Научная новизна работы

1. Показано, что замещение точечных объектов геометрическими моделями, составленными из малого, равного двум, количества точек, приводит к появлению погрешностей установки углового положения кажущегося центра излучения. Получены соотношения, связывающие эти ошибки с диаграммой направленности антенны, расстоянием между излучателями матричного имитатора и задаваемым положением кажущегося центра излучения.

2. Показано, что ошибки установки положения кажущегося центра излучения, возникающие в матричных имитаторах, приводят к ошибкам моделирования шумов координат распределенных объектов.

3. Получены выражения, позволяющие оценить ошибки моделирования функции распределения, математического ожидания шумов угловых координат и параметра, определяющего их разброс, в зависимости от разнosa излучателей матричного имитатора, размера и положения замещаемого объекта, распределения отражающих свойств по его поверхности и формы диаграммы направленности антенны.

4. Получены условия и соотношения, позволяющие определить разнос излучателей матричного имитатора и ограничения на размеры и положение замещаемого объекта, при которых обеспечивается заданная достоверность имитации шумов угловых координат.

5. Проведена экспериментальная проверка полученных теоретических результатов и выводов, подтвердившая их правильность и обоснованность.

Теоретическая и практическая значимость

Полученные соотношения позволяют выбирать оптимальный разнос излучателей и область размещения объекта относительно матрицы матричного имитатора с целью обеспечения заданной точности имитации шумов координат. Проведено моделирование на стенде протяженного морского объекта. Эксперимент подтвердил теоретические расчёты. Указанные результаты обладают высокой теоретической новизной и представляют значительный интерес для дальнейших исследований в области радиолокационного моделирования.

Полученные результаты практически значимы, поскольку могут быть внедрены в разработку матричных имитаторов эхосигналов от распределенных объектов. В частности:

1. Полученные выражения для расчета ошибок установки углового положения кажущегося центра излучения позволяют проводить оценку точностных характеристик матричного имитатора, во-вторых, задавать разнос излучателей матричного имитатора, при котором гарантируется заданный уровень ошибок.

2. Полученные выражения для расчета ошибок установки вероятностных характеристик шумов угловых координат распределенных отражающих объектов позволяют выбирать оптимальный разнос излучателей матричного имитатора, определять соотношение между размером разнosa и размерами имитируемого объекта, а также устанавливать взаимное положение объекта имитации и матрицы с целью обеспечения заданного гарантированного уровня ошибок.

3. Результаты, полученные при решении задачи синтеза матричного имитатора отражений от морского корабля, могут быть непосредственно использованы при разработке матричных имитаторов и их программного обеспечения.

Положения, выносимые на защиту

1. Замещение точечных объектов двухточечными геометрическими моделями, лежащее в основе построения матричных имитаторов, приводит к появлению специфических ошибок установки углового положения, зависящих от формы главного лепестка диаграммы направленности антенны исследуемой радиотехнической системы (РТС), разнosa точек модели и положения точечного объекта относительно них.

2. Ошибки установки углового положения, имеющие место в матричных имитаторах, при моделировании распределенных объектов приводят к погрешностям имитации вероятностных характеристик угловых шумов и асимметрии функции распределения шумов угловых координат. Изменяются ее математическое ожидание и параметр, определяющий рассеяние.

3. Ошибки значений математического ожидания и параметра, определяющего рассеяние шумов угловых координат, определяются

разносом излучателей матричного имитатора, формой диаграммы направленности антенны радиотехнической системы, свойствами объекта (распределением блестящих точек по поверхности) и его положением. Величина ошибки математического ожидания может варьироваться от 0 до 77 %, а параметра, определяющего рассеяние, – от 0 до 70 % от требуемого. Наибольшие значения ошибок получаются при использовании РТС с антенной, главный лепесток диаграммы направленности которой имеет вид экспоненты Гаусса шириной, совпадающей с разносом излучателей матричного имитатора и угловыми размерами замещаемого объекта.

Методы исследований

При проведении исследований были использованы теория радиолокационных измерений, методы математического анализа и математической статистики, а также методы численного моделирования.

Личный вклад

Все результаты диссертационной работы получены автором лично. Автором сформулированы причины появления специфических ошибок установки углового положения кажущегося центра излучения при замещении распределённого радиолокационного объекта двухточечной моделью и выведены аналитические соотношения, описывающие влияние этих ошибок на вероятностные характеристики шумов угловых координат протяжённых объектов.

Автором выявлены ключевые факторы, определяющие величину ошибки: разнос излучателей матрицы, форма главного лепестка диаграммы направленности антенны, относительное положение объекта и распределение блестящих точек по его поверхности. Проанализированы предельные случаи, указывающий на сценарий, вызывающий наибольшую ошибку, и обоснован оптимальный выбор параметров. Автором также сформулирована методика и проведено полунатурное моделирование на стенде, полностью подтвердившее теоретические расчёты.

Степень достоверности результатов проведенных исследований

Корректность теоретических выводов обеспечена тем, что все исходные предпосылки явно сформулированы и опираются на классические методы радиотехники и математической статистики, а для каждого утверждения приведено исчерпывающее доказательство.

Все полученные теоретические результаты в полном объёме верифицированы на лабораторном стенде: каждое аналитическое соотношение подтверждено прямыми измерениями.

Достоверность численных данных подтверждена серией натурных экспериментов, включавшей поэтапную проверку: пеленгацию отдельных излучателей стенда, установку КЦИ в контрольные точки и моделирование угловых шумов распределённой цели.

Апробация работы

Результаты диссертационных исследований докладывались на научных конференциях:

- Региональной научной студенческой конференции, посвященной году науки и технологий в России, «Интеллектуальный потенциал Сибири», г. Новосибирск, 2021 г.,
- Всероссийской научно-технической конференции «Наука. Промышленность. Оборона», г. Новосибирск, 2022 г., 2023 г.,
- International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM), Erlagol, 2022 г.,
- International Scientific and Technical Conference Actual Problems of Electronic Instrument Engineering (APEIE–2023), Novosibirsk, 2023 г.

Публикации

Результаты диссертационного исследования опубликованы в 12 научных работах, в том числе: 5 статей – в изданиях, включённых в перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени (перечень ВАК); 1 статья – в научном журнале, индексируемом в базах Scopus / Web of Science; 3 публикации – в сборниках конференций, индексируемых в базах Scopus / Web of Science; 3 публикации – в материалах всероссийских и международных конференций.

Из 12 опубликованных работ 12 написаны в соавторстве. В материалах, опубликованных в соавторстве, результаты, относящиеся к теме диссертационной работы, получены автором лично. Личный вклад соискателя в опубликованных в соавторстве работах составляет не менее 60 % и состоит: в постановке задач и проведении исследований, расчётов и обобщении полученных результатов.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка сокращений, списка литературы, включающего 111 наименований, и четырех приложений. Общий объем работы составляет 149 страниц, включая 64 рисунка и 15 таблиц.

Содержание работы

В первом разделе представлен обзор механизмов и особенностей формирования эхосигналов и их характеристик от распределенных радиолокационных объектов, а также методов их имитационного моделирования. Отмечено, что наиболее перспективным средством имитации протяженных объектов представляются МИ, основанные на использовании простейших геометрических моделей замещаемых объектов. Подчеркнуто, что определяющее значение при обосновании методов имитации отраженных сигналов имеет достоверность моделирования, в первую очередь точность установки положения замещаемого объекта и параметров его ШК. Отмечено, что применительно к распределенным объектам вопросы достоверности рассмотрены в недостаточной степени. В первую очередь это относится к точности моделирования шумов их угловых координат. Это позволило сформулировать цель и основные задачи настоящей работы.

Второй раздел посвящен оценке ошибки установки углового положения, возникающей при работе с МИ, обусловленной замещением моделируемого объекта дискретной моделью. Последовательно рассмотрены варианты пеленгации объекта антенной, имеющей игольчатую и S-образную разностную формы главного лепестка диаграммы направленности антенны (далее сокращенно ДН). Показано, что для игольчатой диаграммы эта ошибка возникает при наличии в полиноме, аппроксимирующем главный лепесток ДН, компонентов четвертой и более высоких четных степеней. Получены соотношения, связывающие величину ошибки с коэффициентами аппроксимирующего полинома, разном излучателей МИ и размерами замещаемого объекта. Получена численная оценка ошибки, показывающая ее существенность. Результаты, полученные для игольчатой диаграммы развиты на разностную ДН.

Третий раздел направлен на развитие результатов, полученных во

втором разделе, применительно к оценкам вероятностных характеристик шумов угловых координат замещаемого распределенного объекта.

Получено выражение для плотности распределения ШК при работе с МИ. Показано, что использование МИ приводит ошибкам установки математического ожидания и величины рассеяния ШК.

Получены общие соотношения для математического ожидания ошибки установки среднего значения – математического ожидания угловых шумов имитируемого МИ объекта.

Показано, что она зависит от коэффициентов аппроксимирующего полинома ДН, положения и размеров замещаемого объекта, разнораспределителей МИ и ряда других факторов. Получены численные оценки этих ошибок.

Получены соотношения для оценки ошибок рассеяния шумов угловых координат. Для этого использованы оценки величины, аналогичной квадрату среднеквадратического отклонения шумов координат. Выявлены их зависимости от параметров МИ, объекта и диаграммы направленности антенны.

Результаты, полученные в третьем разделе, позволяют оценить ошибки установки вероятностных характеристик ШК имитируемого распределенного объекта и сформулировать меры по их снижению.

Четвертый раздел посвящен вопросам экспериментальной проверки и практического использования полученных результатов.

Проведена экспериментальная оценка достоверности полученных теоретических результатов путем проведения ряда экспериментов на стенде, включающем МИ, формирователь тестовых сигналов и измерительный приемник, а также методами математического моделирования. Эксперименты подтвердили полученные результаты.

В качестве примера использования полученных в работе соотношений, выводов и рекомендаций, рассмотрена имитация отражений от типового распределенного объекта – морского судна.

В заключении перечислены основные результаты работы.

В приложении в развернутом виде представлены графические зависимости, выводы некоторых формул, а также акты, подтверждающие внедрение результатов диссертационной работы.

1 Основные характеристики распределенных объектов и методы их имитации

Цель раздела – обосновать цель и основные решаемые задачи исследования.

Достижение цели потребовало решить следующие задачи.

1. Выполнить обзор основных характеристик отражений и эхосигналов от распределенных объектов.
2. Представить обзор основных методов и средств имитации отражений и эхосигналов от распределенных объектов.
3. Проанализировать текущее состояние исследований, связанных с достоверностью имитации ШК распределенных объектов.
4. Выявить нерешенные задачи, препятствующие имитации распределенных объектов. Сформулировать цель и основные задачи исследования.

1.1 Радиолокационные характеристики распределенных объектов

Для анализа механизма отражения сигнала на поверхности объекта обычно выделяют локальные участки – блестящие точки (БТ), отраженные элементарные сигналы от которых статистически независимы [17].



а)



б)

Рисунок 1.1 – Распределение блестящих точек:
а) одиночный самолет, б) группа самолетов [18]

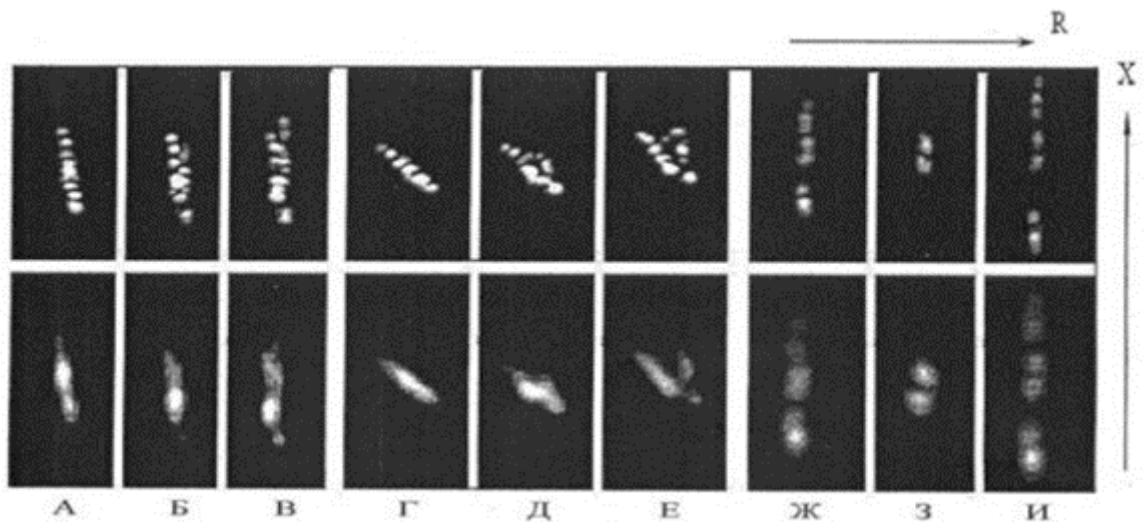


Рисунок 1.2 – Примеры радиолокационных изображений (РЛИ) пространственно-распределенных целей (надводных кораблей) [19]

Детальность радиолокационного портрета цели определяется количеством задаваемых точечных рассеивателей (рисунки 1.1-1.4). Портрет может быть сформирован с использованием специальных методов обработки эхосигналов, таких как спектральный анализ (рисунок 1.5) и синтез апертуры антенны [20].

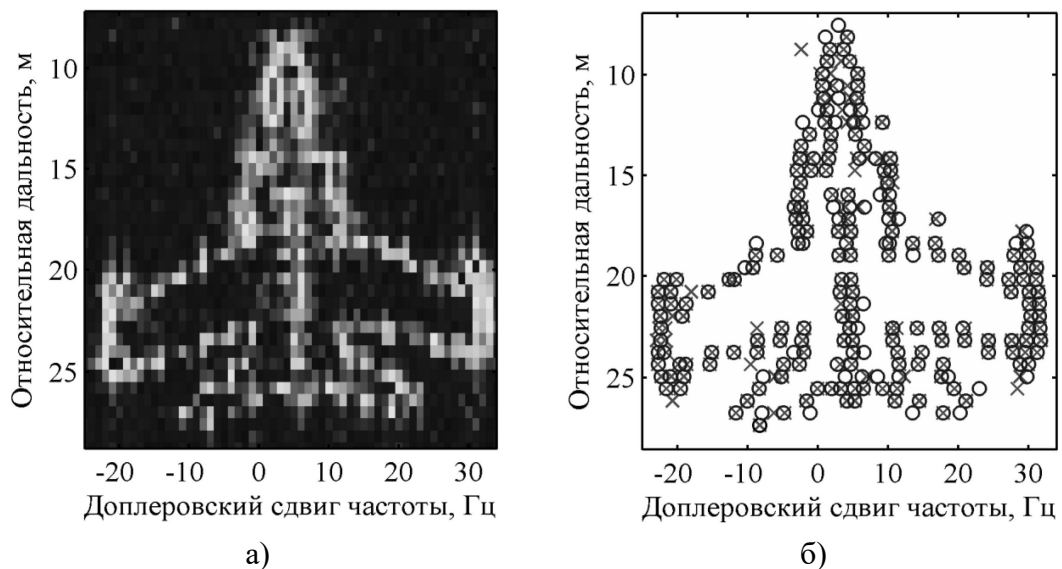


Рисунок 1.3 – РЛИ модели самолета МиГ-25 а) и расположение его блестящих точек б), полученное в результате доплеровской обработки [21]

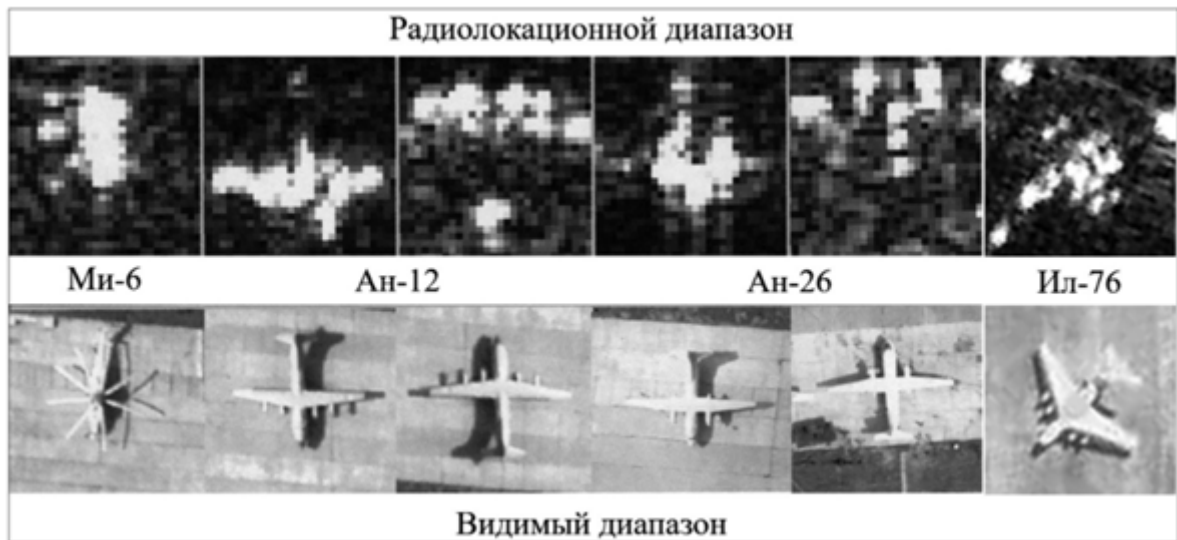


Рисунок 1.4 – Примеры экспериментальных РЛИ авиационной техники в сантиметровом диапазоне и соответствующие им портреты в видимом диапазоне спектра [22]

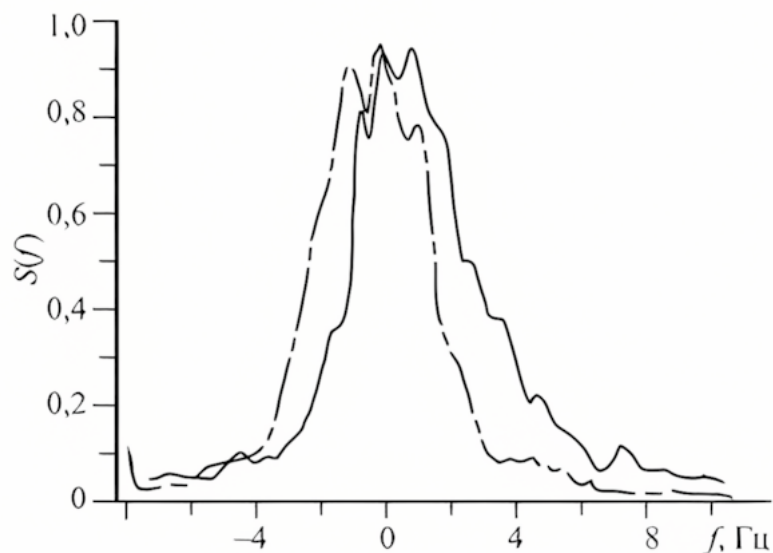


Рисунок 1.5 – Доплеровский спектр реального распределенного объекта. Спектры сигналов, рассеянных надводными судами 3 класса на дальности 5 и 9 км (пунктир – 5 км, сплошная линия – 9 км) [23]

Эффективная поверхность рассеяния (ЭПР)

Известные характеристики отдельных БТ, такие как эффективная площадь (поверхность) рассеяния (сокращенно ЭПР, обозначается σ) и пространственные координаты позволяют представить сложный объект в виде портрета – совокупности отражающих фрагментов – блестящих точек с известными значениями ЭПР и пространственными координатами [24].

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	40	41	46	40	41	43	46	45	46	48	48	45	45	37	48	47	48	37
0	0	0	53	47	41	49	48	49	47	50	50	50	48	53	46	55	51	41
0	0	0	38	34	0	59	58	59	58	56	57	58	58	57	0	47	0	0
0	0	0	0	0	0	51	53	51	56	57	56	54	54	32	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	37	0	0	45	42	36	37	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рисунок 1.6 – Цифровой радиолокационный портрет корабля
типа «Тикондерога» [25]

Например, на рисунке 1.6 представлен портрет в прямоугольной декартовой системе координат. Рабочее поле разбито на прямоугольные ячейки, каждая из которых имеет размер $\Delta \times \Delta$. Для ячеек указаны значения средней ЭПР, (например, в дБ), относительно одного квадратного метра [25]. ЭПР является характеристикой интенсивности сигнала, отражаемого фрагментом.

Для р/л портрета характерно указание ракурса наблюдения цели. Зависимость ЭПР от углов облучения или приема носит название индикатриса рассеяния [26].

Мгновенное значение огибающей элементарного сигнала в точке приема, отраженного i, q блестящей точкой:

$$\dot{s}_{i,q} \sim \sqrt{\sigma_{i,q}} \cdot e^{j(\varphi_{0i,q} + \Delta\varphi_{0i,q})},$$

где $\sim$ – знак пропорциональности; $\sigma_{i,q}$ – ЭПР i, q -го фрагмента; $\varphi_{0i,q}$ – случайная начальная фаза; $\Delta\varphi_{0i,q}$ – фазовый набег, определяемый расстоянием между блестящей точкой и точкой наблюдения.

Суммарное значение ЭПР цели, состоящей из множества $(I \times Q)$

элементарных отражателей [27, 28]:

$$\sigma_{\Sigma} \approx \sum_i^I \sum_q^Q \sigma_{i,q}.$$

Суммарный сигнал, отраженный от сложной цели, состоящей из множества блестящих точек, получается в результате сложения элементарных эхосигналов от фрагментов:

$$\dot{S}_{\Sigma}(t) = \sum_i^I \sum_q^Q \dot{s}_{i,q}(t).$$

Элементарные сигналы имеют случайные амплитуды и начальные фазы, что приводит к флуктуациям фазового фронта суммарной отраженной электромагнитной (э/м) волны [29].

Измерение угловых координат объекта заключается в оценке направления нормали к фазовому фронту отраженной волны [30]. В случае, когда блестящие точки попадают в главный лепесток диаграммы направленности приемной антенны (не разрешимы ею) угловые координаты определяются текущим положением КЦИ [31 – 33].

Каждый фрагмент многоточечного объекта отражает сигнал с определенным доплеровским спектром. Форма и параметры доплеровского спектра от каждой из точек определяются ее коэффициентом отражения, и скоростью сближения с точкой наблюдения [34].

Спектры доплеровских флуктуаций элементарных эхосигналов могут быть получены как преобразование Фурье от их корреляционных функций [35].

Шумы угловых координат

Как уже отмечалось, случайные флуктуации положения КЦИ принято называть угловыми шумами или шумами угловых координат [36, 37] (в англоязычной литературе принято использовать термин «сцинтилляции» (scintillation error), который применяется в радиолокационном контексте к флуктуациям амплитуды цели, которые вызывают ошибки при сопровождении или измерении [38]).

Для описания угловых шумов применяют их плотность распределения

вероятности (ПРВ) и автокорреляционную функцию (АКФ) или спектральную плотность мощности (СПМ) [17, 39–42]. ПРВ угловых шумов характеризует разброс ШК, а АКФ и СПМ – характер флуктуаций положения КЦИ во времени.

ПРВ угловых шумов имеет вид [17]:

$$W(\xi, m, \mu) = \frac{\mu}{2 \left(1 + \mu^2 (\xi - m)^2\right)^{\frac{3}{2}}}, \quad (1.1)$$

где ξ – обобщенная угловая координата положения КЦИ;

m – математическое ожидание ШК по координате ξ ;

$\mu = \sigma_B / \sigma_H$ – параметр, обратно пропорциональный ширине ПРВ по координате ξ ;

$\sigma_H^2 = \int_{\xi} F_r(\xi) d\xi$ имеет смысл дисперсии суммы эхо-сигналов от всего объекта в точке приема;

$\sigma_B^2 = \int_{\xi} (\xi - m)^2 \cdot F_r(\xi) d\xi$ – дисперсии суммы эхо-сигналов с учетом удаленности положения отражающих точек от статистического центра m [17];

$F_r(\xi)$ – функция распределения плотности интенсивности эхосигналов от элементарных отражателей объекта.

Параметры распределения могут быть найдены по заданной $F_r(\xi)$:

$$m(\xi) = \frac{\int_{\xi} \xi \cdot F_r(\xi) d\xi}{\int_{\xi} F_r(\xi) d\xi}; \quad \mu(\xi) = \frac{\sigma_H}{\sigma_B} = \frac{\sqrt{\int_{\xi} F_r(\xi) d\xi}}{\sqrt{\int_{\xi} (\xi - m)^2 \cdot F_r(\xi) d\xi}}.$$

Угловое положение КЦИ не ограничивается геометрическим размером объекта. Экспериментальный материал, демонстрирующий вероятность выхода пеленга за контур объекта приведен на рисунке 1.7.

Как показано в [17], вид функции $F_r(\xi)$ существенно влияет на параметр μ и ширину ПРВ. Расширение ПРВ наблюдается при увеличении интенсивности эхосигналов от блестящих точек, находящихся на удалении от центра объекта. Наибольшей ширины ПРВ достигает при сосредоточении ярко выраженных блестящих (светящихся) точек на краях цели [17].

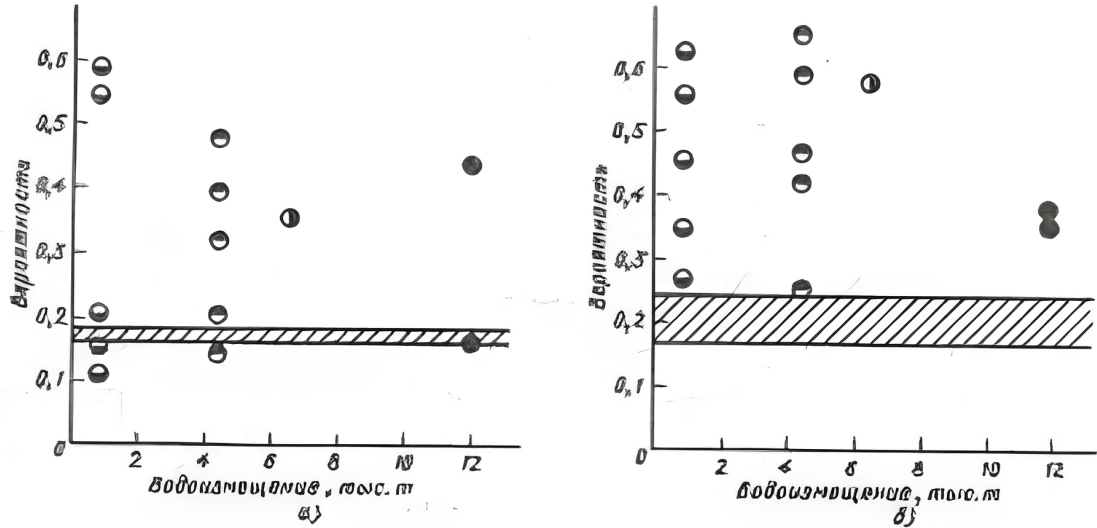


Рисунок 1.7 – Измеренные в реальных условиях вероятности выхода КЦИ за контур морского судна в а) угломестной и б) азимутальной плоскостях. Судя разного водоизмещения измерялись в одном и том же секторе курсовых углов под углом места $0.5-0.7^\circ$. (Результаты измерения представлены Б.А. Топором) [43]

Общее выражение для корреляционной функции углового шума протяженной цели [17]:

$$B(\tau) = \frac{1}{\mu^2} \left[\frac{a_1(\tau)a_3(\tau)\cos(\gamma_1(\tau)-\gamma_3(\tau)) - a_2^2(\tau)\cos(2(\gamma_1(\tau)-\gamma_2(\tau)))}{a_1^2(\tau)} \times \right. \\ \left. \times \ln\left(\frac{1}{\sqrt{1-a_1^2(\tau)}}\right) + \frac{a_2^2(\tau)\cos^2(\gamma_1(\tau)-\gamma_2(\tau))}{1-a_1^2(\tau)} \right],$$

где $a_1(\tau) = \sqrt{r_H^2(\tau) + s_H^2(\tau)}$, $a_2(\tau) = \sqrt{r_{BH}^2(\tau) + s_{BH}^2(\tau)}$, $a_3(\tau) = \sqrt{r_B^2(\tau) + s_B^2(\tau)}$, $\text{tg}(\gamma_1(\tau)) = s_H(\tau)/r_H(\tau)$, $\text{tg}(\gamma_2(\tau)) = s_{BH}(\tau)/r_{BH}(\tau)$, $\text{tg}(\gamma_3(\tau)) = s_B(\tau)/r_B(\tau)$, $r_H(\tau)$, $s_H(\tau)$, $r_B(\tau)$, $s_B(\tau)$, $r_{BH}(\tau)$, $s_{BH}(\tau)$ – коэффициенты корреляции, зависящие от структуры распределенного объекта и характера его движения.

Коэффициенты корреляции можно рассчитать, используя функции распределения плотности автокорреляции и взаимной корреляции квадратурных составляющих сигналов светящихся точек по объему цели [17]:

$$F_r(\xi_j, y_i, z_k, \tau) \Delta \xi_j \Delta y_i \Delta z_k = \langle u_{i,j,k}(t) \cdot u_{i,j,k}(t+\tau) \rangle = \langle v_{i,j,k}(t) \cdot v_{i,j,k}(t+\tau) \rangle, \\ F_s(\xi_j, y_i, z_k, \tau) \Delta \xi_j \Delta y_i \Delta z_k = \langle u_{i,j,k}(t) \cdot v_{i,j,k}(t+\tau) \rangle = -\langle v_{i,j,k}(t) \cdot u_{i,j,k}(t+\tau) \rangle,$$

где $\langle \dots \rangle$ – операция усреднения.

Тогда

$$r_H(\tau) = \frac{1}{\sigma_H^2} \int_{\xi} F_r(\xi, \tau) d\xi, \quad s_H(\tau) = \frac{1}{\sigma_H^2} \int_{\xi} F_s(\xi, \tau) d\xi,$$

$$r_B(\tau) = \frac{1}{\sigma_B^2} \int_{\xi} (\xi - m)^2 F_r(\xi, \tau) d\xi, \quad s_B(\tau) = \frac{1}{\sigma_B^2} \int_{\xi} (\xi - m)^2 F_s(\xi, \tau) d\xi,$$

$$r_{BH}(\tau) = \frac{1}{\sigma_B \sigma_H} \int_{\xi} (\xi - m) F_r(\xi, \tau) d\xi, \quad s_{BH}(\tau) = \frac{1}{\sigma_B \sigma_H} \int_{\xi} (\xi - m) F_s(\xi, \tau) d\xi.$$

Функцию спектральной плотности мощности углового шума можно вычислить с помощью преобразования Фурье ($G(\omega)$) от их корреляционной функции.

Пример $G(\omega)$ для симметричной линейной цели при постоянной плотности интенсивности сигналов светящихся точек, движение которой (вращение или колебание) происходит относительно точки, находящейся в ее центре, приведен на рисунке 1.8:

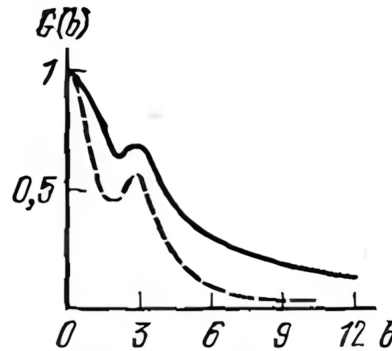


Рисунок 1.8 – Спектр углового и дальномерного шумов (сплошная линия), спектр амплитудных флуктуаций (штриховая линия) [17]

где b – безразмерная переменная, представляющая нормированное значение угловой частоты. При наличии периодической модуляции в корреляционной функции, возникающей из-за равномерного вращения цели, наблюдаются пики спектральной плотности. Также в [17] отмечается, что спектры углового и дальномерного шумов обладают более широкой полосой, в то время как спектр амплитудного шума остается существенно уже.

В целом можно констатировать, что основной особенностью

распределенных объектов является наличие рассмотренных ШК. По сути, в их появлении проявляется его распределенность.

1.2 Методы имитации эхосигнала от распределенного объекта

Обзор известных решений задачи имитации эхосигналов от распределенных радиолокационных объектов, приведенных в открытой литературе, а также патентный поиск показали следующее.

Решения на основе непосредственного замещения геометрической модели объекта [44 – 47]

Представляют собой многоканальную схему, каждый из каналов которой моделирует отражения от одной блестящей точки. При этом излучающая система имитатора представляет собой $I \times Q$ антенн (для модели объекта, $I \times Q$ точек на поверхности которого имеют различающееся угловое положение), угловые положения которых соответствуют угловым положениям точек модели относительно антенны испытываемой радиотехнической системы. Разнос точек по наклонной дальности реализуется за счет задания взаимной задержки сигналов, имитирующих отражения от них.

Указанное решение логически следует из формальной постановки задачи имитации многоточечного объекта. Вместе с тем его реализация при больших $I \times Q$ (при $I \times Q$ десятки-тысячи) представляется весьма проблематичным по следующим причинам.

Во-первых, из-за необходимости использования $I \times Q$ -канального формирователя (имитатора) сигналов, подводимых к излучателям.

Во-вторых, система излучающих антенн должна обладать возможностью постоянной трансформации. Точнее, в общем случае, составляющие ее излучатели должны иметь возможность в реальном масштабе времени изменять свое положение в соответствии с тем, как изменяется распределение точек в процессе моделирования. Что касается формирования сигналов, подводимых к излучателям, замещающим точки, то, по сути, они формируются как сигналы точечных целей, соответствующие точкам модели объекта.

В целом основное препятствие применению данного подхода представляет необходимость имитации пространственной структуры объекта по угловым координатам. Из-за разноса точек по углам необходимо применять $I \times Q$ -канальную структуру.

Решение, основанное на использовании, так называемых, малоточечных моделей замещающего распределенного объекта [48 – 56]

Идея основывается на известной двухточечной задаче [57]: два не разрешаемые по угловой координате излучателя воспринимаются как один, положение которого определяется как [17]:

$$\xi = \frac{1 - z_o^2}{1 + 2 \cdot z_o \cdot \cos(\psi) + z_o^2}, \quad (1.2)$$

где z_o , ψ – отношение амплитуд (первого излучателя к амплитуде второго излучателя) и разность фаз сигналов, подводимых к излучателям.

Таким образом, модель, в своей минимальной конфигурации содержит два излучателя, расположенные в дальней зоне антенны РТС, так, что излучатели ею не разрешаются [58].

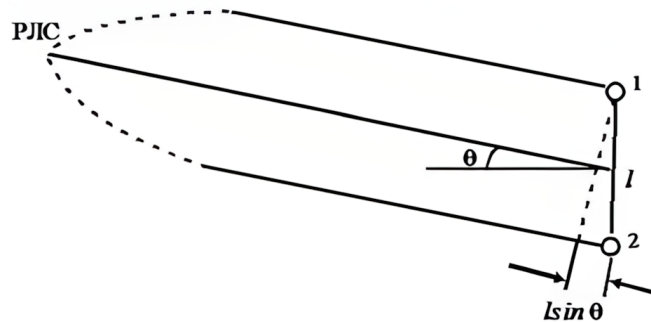


Рисунок 1.9 – Размещение цели в пространстве и векторная диаграмма вторичного излучения цели [59]

Как показано в [60], наибольшая достоверность имитации обеспечивается в случае, когда излучатели излучают синфазные сигналы, а установка углового положения производится за счет управления их амплитудами.

Устанавливая определенные соотношения амплитуд сигналов, подводимых к излучателям, можно управлять положением КЦИ вдоль линии, проходящей через излучатели. Для установки точки по двум

угловым координатам размерность модели увеличивается до трех и более не коллинеарных излучателей [61, 62].

Аппаратной реализацией этой модели являются матричные имитаторы сосредоточенных целей, представляющие собой излучающие антенны, расположенные в местах размещения точек модели.

Матричные излучатели являются линейными устройствами. Поэтому переход от имитации одиночной цели к распределенному объекту реализуется относительно просто [13].

Идея состоит в одновременном формировании множества КЦИ, положения которых соответствуют положению блестящих точек объекта имитации.

Рассмотрим принцип одновременного формирования нескольких КЦИ на примере четырехточечного МИ.

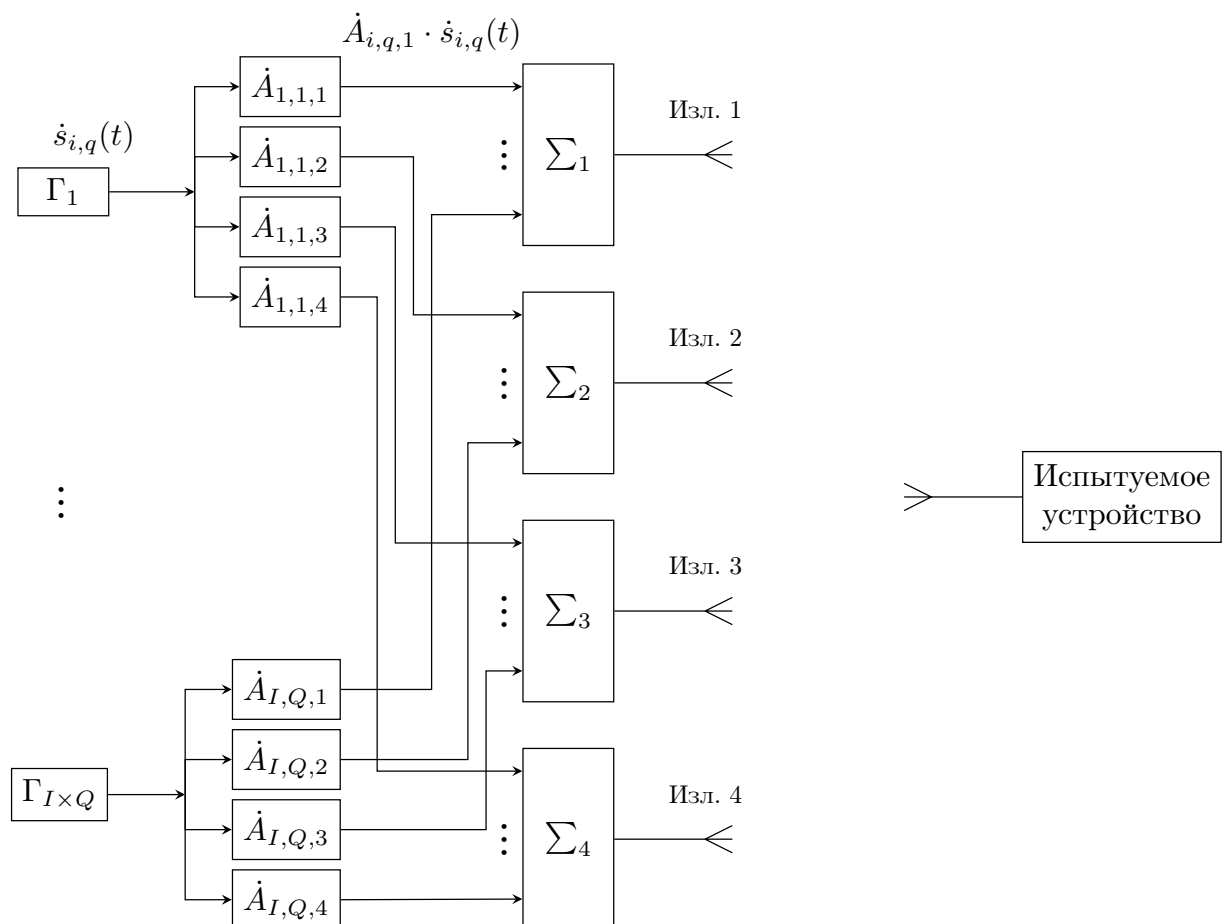


Рисунок 1.10 – Структура матричного имитатора распределенного объекта [13]

На рисунке 1.10 показаны основные элементы МИ и формирователя подводимых к нему сигналов. Количество генераторов сигналов равно

количеству имитируемых блестящих точек на поверхности объекта. Они генерируют сигнал, в соответствии с выражением:

$$\dot{s}_{i,q}(t) = \sqrt{P_{i,q}} \cdot e^{j(\omega_0(t-t_{z_{i,q}}) + \varphi_{0_{i,q}} + \Delta\varphi_{i,q})},$$

где ω_0 – центральная круговая частота сигнала; $t_{z_{i,q}}$ – время задержки сигнала, обусловленное его распространением от РТС до цели и обратно; $\varphi_{0_{i,q}}$ – случайная начальная фаза эхосигнала от блестящей точки; $\Delta\varphi_{i,q}$ – фазовый набег; $P_{i,q}(t)$ – мощность отраженного от i,q блестящей точки сигнала.

Она пропорциональна значению ЭПР и находится как [63]:

$$P_{i,q} \sim \frac{P_{\text{изл}} G_{\text{пер}} \sigma_{i,q} S_{\text{пр}}}{(4\pi)^3 R_{i,q}^4} \cdot \Upsilon(R_{i,q}) \cdot F_{\text{пер}}(\alpha_{i,q}, \theta_{i,q}) F_{\text{пр}}(\alpha_{i,q}, \theta_{i,q}),$$

где $P_{\text{изл}}$ – мощность зондирующего сигнала, $G_{\text{пер}}$ – коэффициент усиления передающей антенны, $S_{\text{пр}} = G_{\text{пр}} \lambda_{\text{пр}}^2 / (4\pi)$ – эффективная площадь приемной антенны, $\lambda_{\text{пр}}$ – длина волны отраженного сигнала, $R_{i,q}$ – наклонная дальность (расстояние до i,q блестящей точки цели), $F_{\text{пер/пр}}(\alpha_{i,q}, \theta_{i,q})$ – диаграмма направленности передающей и приемной антенны, $\Upsilon(R_{i,q})$ – множитель влияния условий распространения э/м волны.

Генераторы (обозначенные на рисунке 1.10 как $\Gamma_{i,q}$) формируют сигналы от блестящих точек объекта с учетом интенсивности сигнала, временной задержки, обусловленной расстоянием между блестящей точкой и наблюдателем, случайной начальной фазы, коэффициента затухания сигнала на трассе распространения.

Затем сигнал каждой блестящей точки подводится к каждому из четырех излучателей матрицы. Управление угловым положением обеспечивается перераспределением амплитуд подводимых сигналов при помощи множителей $\dot{A}_{i,q, \text{№ изл.}}$ (два первых индекса обозначают порядковый номер блестящей точки по оси абсцисс и ординат соответственно, третий – принадлежность амплитуды к номеру излучателя матрицы).

Излучатели МИ располагаются в дальней зоне антенны в вершинах прямоугольника (рисунок 1.11, размеры сторон прямоугольника нормированы к угловому положению излучателя). На рисунке 1.11 блестящие точки объекта имитации показаны знаком «+».

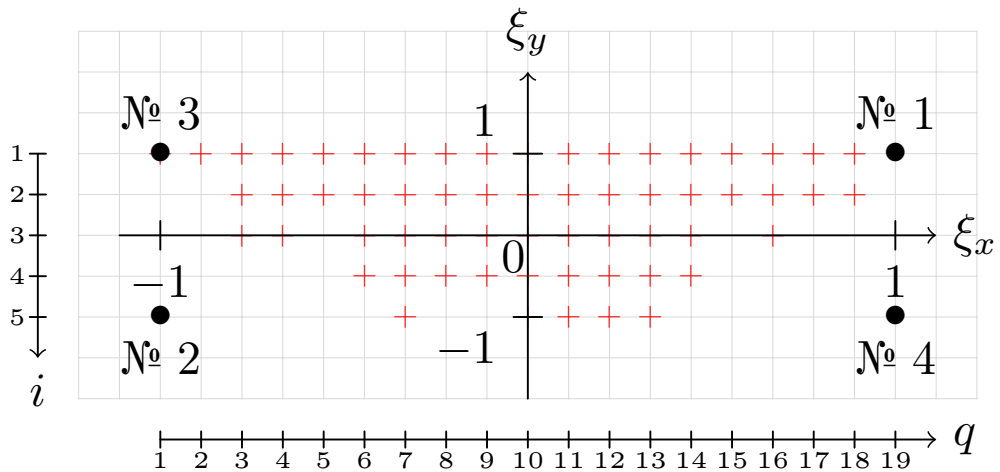


Рисунок 1.11 – Расположение излучателей МИ

Выражения, позволяющие по известным координатам блестящих точек рассчитать амплитудные множители подводимых к излучателям сигналов [64]:

$$\begin{cases} \dot{A}_{i,q,1} = \frac{\xi_{x_{i,q}} + 1}{2} - a, \\ \dot{A}_{i,q,2} = -\frac{\xi_{y_{i,q}} + 1}{2} - a, \\ \dot{A}_{i,q,3} = \frac{-\xi_{x_{i,q}} + \xi_{y_{i,q}}}{2} + a, \\ \dot{A}_{i,q,4} = a, \end{cases} \quad (1.3)$$

где a – заданная амплитуда для 4-го излучателя, выбор которой определяется условием неотрицательности значений амплитуд.

В целом алгоритм имитации может быть сведен к следующим основным шагам.

1. Рассчитать амплитудные множители (по (1.3)).
2. Сформировать сигналы $\dot{s}_{i,q}(t)$.
3. Умножить полученные сигналы на рассчитанные амплитудные множители и выполнить их суммирование.
4. Сформировать сигналы с рассчитанными комплексными огибающими и подвести их к излучателям МИ.

Очевидным достоинством такого решения является переход от $I \times Q$ -точечной к 4-х точечной модели объекта. Ее аппаратная реализация потребует в $4/(I \times Q)$ раз меньшего количества каналов формирования сигнала и их излучателей (матричного излучателя всего

из четырех излучателей).

Решения, использующие замещение объекта одноточечной моделью [65, 66]

Объект замещается одной точкой, мгновенное положение которой соответствует текущему положению КЦИ замещаемого объекта.

Развитием идеи МИ является остроумное решение, заключающееся в следующем.

Распределенный радиолокационный объект заменяется одной точкой, которая занимает положение его КЦИ в текущий момент времени. Можно говорить о том, что она постоянно блуждает по угловым координатам, принимая текущее положение КЦИ объекта.

Логично назвать такое формирование ШК методом «блуждающей точки».

Перемещение точки может реализоваться путем механического перемещения излучающей антенны, подобно тому, как это делается при имитации подвижных точечных целей [67–75]. Однако в этом случае, в полной мере проявят себя недостатки механических устройств. В первую очередь ограниченные скорость перемещения и точность позиционирования. Матричные имитаторы имеют не ограниченные скорости перемещения. Поэтому их рассматривают как наиболее перспективные устройства.

В этом случае (случае использования МИ) имеем следующий алгоритм имитации.

1. Сформировать сигналы $\dot{s}_{i,q}(t)$.
2. Определить набор положений КЦИ ($\xi_{x \text{ треб}}, \xi_{y \text{ треб}}$) (используя пеленгационное соотношение [4, 57, 76]):

$$\xi_{x(y) \text{ треб}}(t) = \operatorname{Re} \left(\frac{\dot{U}_{\Delta x(y)}(t)}{\dot{U}_{\Sigma}(t)} \right),$$

где $\dot{U}_{\Delta x(y)}(t)$, $\dot{U}_{\Sigma}(t)$ – амплитуда сигнала разностного и суммарного каналов соответственно:

$$\dot{U}_{\Sigma}(t) = \sum_i^I \sum_q^Q \dot{s}_{i,q}(t), \quad \dot{U}_{\Delta x(y)}(t) = \sum_i^I \sum_q^Q (\xi_{x(y)} \cdot \dot{s}_{i,q}(t)).$$

3. Вычислить весовые множители $\dot{A}_1(t)$, $\dot{A}_2(t)$, $\dot{A}_3(t)$, $\dot{A}_4(t)$,

соответствующие требуемому положению КЦИ:

$$\begin{cases} \dot{A}_1(t) = \frac{\xi_x(t)+1}{2} - a, \\ \dot{A}_2(t) = -\frac{\xi_y(t)+1}{2} - a, \\ \dot{A}_3(t) = \frac{-\xi_x(t)+\xi_y(t)}{2} + a, \\ \dot{A}_4(t) = a. \end{cases}$$

4. Вычислить комплексную амплитуду суммарного сигнала от всех блестящих точек:

$$\dot{S}_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^Q \dot{s}_{i,q}(t).$$

5. Умножить комплексную амплитуду суммарного сигнала на рассчитанные амплитудные множители:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1(t) &= \dot{A}_1(t) \cdot \dot{S}_{\Sigma}(t), & \dot{S}_2(t) &= \dot{A}_2(t) \cdot \dot{S}_{\Sigma}(t), \\ \dot{S}_3(t) &= \dot{A}_3(t) \cdot \dot{S}_{\Sigma}(t), & \dot{S}_4(t) &= \dot{A}_4(t) \cdot \dot{S}_{\Sigma}(t). \end{aligned}$$

6. Сформировать сигналы с рассчитанными комплексными огибающими и подвести их к излучателям МИ.

Выполняя безошибочную имитацию положения КЦИ в каждый момент времени, автоматически получим ПРВ и АКФ ШК, совпадающие с полученным для реального объекта.

Подводя итог обзору методов и средств имитации распределенных радиолокационных объектов, можно отметить следующее.

1. Непосредственное замещение точек многоточечной модели многоканальной ($I \times Q$ -канальной) имитирующей системой приводит к громоздкой, сложной и дорогой структуре имитирующего устройства.

2. Альтернативные решения основаны на переходе от $I \times Q$ -точечной к малоточечным геометрическим моделям и использованию в качестве излучающей системы МИ. При этом количество каналов имитатора снижается до 2-4.

3. Наибольший интерес представляет решение (которое предложено называть методом «блуждающей точки»), основанное на формировании точечного объекта, принимающего текущее положение КЦИ.

Таким образом наиболее перспективные решения представляют собой

МИ, имитирующие перемещение КЦИ в соответствии с текущими ШК по угловым координатам. Вместе с тем, использование этого решения, точнее вопрос об ошибках (определяющих адекватность) моделирования при его применении, в литературе не рассматривался.

1.3 Ошибки имитации, возникающие при использовании матричных имитаторов

Основной вопрос любого моделирования, и полунатурное не является исключением, заключается в адекватности имитации [48, 77]. В нашем случае это вопрос об адекватности замещения распределенного объекта МИ, точнее о точности моделирования ими ШК.

Подробное исследование ошибок имитации углового положения, обусловленных замещением точечного источника группой излучателей зависимых сигналов, проводилось в [13]. В качестве критерия адекватности в нем использовано положение о том, что при сканировании МИ диаграммой направленности измерительной антенны амплитуда сигнала на ее выходе должна повторять ДН, получаемую при работе с точечным источником. По сути, ошибки имитации сведены к эквивалентным изменениям параметров ДН.

При этом, исходя из того, что угловой разнос излучателей МИ не превышает половины ширины ДН, в [13] используют аппроксимацию ДН полиномом второго порядка:

$$F(\theta) = a_0 + a_1(\theta_a)(\theta - \theta_a) + a_2(\theta_a)(\theta - \theta_a)^2,$$

где a_0 , a_1 , a_2 – параметры аппроксимации, θ_a – точка, в окрестности которой производится аппроксимация ДН.

В результате в [13] выделены и используются ряд критериев оценки искажений ДН, обусловленные замещением МИ реального точечного излучателя.

Функция ошибки

Определяет амплитудные искажения, возникающие при использовании МИ. Равна разности зависимости амплитуды эхосигнала на выходе антенны от угла ее поворота при сканировании точечного отражателя

и его N - точечной модели:

$$\delta E(\theta) = \frac{\sum_{i=1}^N E_i F(\theta - \theta_i)}{\sum_{i=1}^N E_i} - F(\theta - \theta_0),$$

где E_i, θ_i – амплитуда излучаемого сигнала и координаты i -й точки модели.

Или, после подстановки аппроксимирующего ДН полинома и амплитуд сигналов излучателей МИ и последующего упрощения:

$$\delta E(\theta) = a_2(\theta) \cdot \theta_M^2 \cdot \frac{4z}{(1+z)^2},$$

где θ_M – угловое положение излучателя, z – отношение амплитуд сигналов излучателей.

Установлено, что функция ошибки определяется составляющей второго порядка (кривизной) ДН. Ошибка достигает наибольшего значения, когда моделируемый отражатель находится в центре модели ($z=1$) и равна нулю, когда он совпадает с одним из отражателей модели ($z \rightarrow 0, z \rightarrow \infty$).

Эквивалентная искаженная нормированная ДН

$$F_{\text{И}}(\theta) = \frac{\sum_{i=1}^N E_i F(\theta - \theta_i)}{\max \left(\sum_{i=1}^N E_i F(\theta - \theta_i) \right) \Big|_{\theta}}.$$

Позволяет свести ошибки, вызванные замещением точечного источника МИ, к эквивалентным изменениям формы и параметров нормированной ДН [13]:

- ширине ДН;
- уровню ее боковых лепестков;
- глубине и положению нулей ДН;
- крутизне пеленгационного участка и ширине раствора разностных ДН.

Основные результаты анализа сводятся к следующему [13].

Форма главного лепестка ДН искажается. Его ширина увеличивается.

Уровень боковых лепестков также изменяется, кроме того, наблюдается их взаимное смещение.

Положение нулей ДН также изменяется. Более того их глубина уменьшается. Имеет место известное явление, называемое в литературе [78–80] замыканием нулей.

Крутизна пеленгационного участка разностной ДН снижается, а ширина ее раствора увеличивается.

В целом эти изменения увеличиваются с ростом разноса излучателей МИ.

Разность эквивалентной искаженной $F_{\text{И}}(\theta)$ и неискаженной нормированных ДН (см. рисунок 1.12)

$$\delta E_{\text{Н}}(\theta) = F_{\text{И}}(\theta) - F(\theta - \theta_0).$$

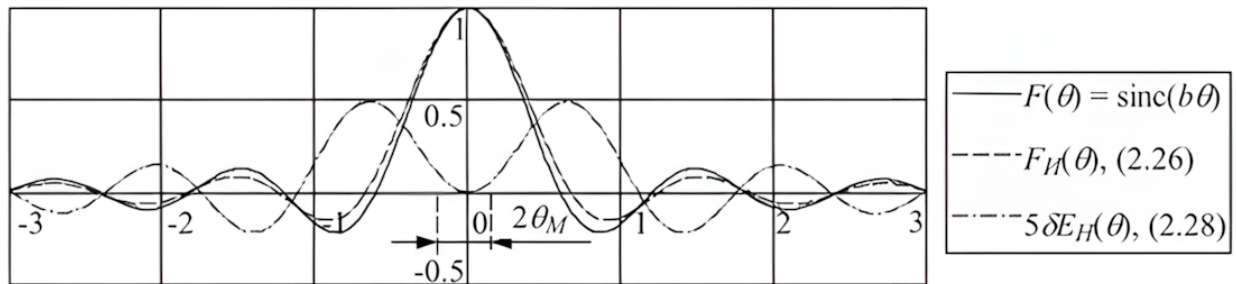


Рисунок 1.12 – Пример $F_{\text{И}}(\theta)$ и $\delta E_{\text{Н}}(\theta)$

характеризует эквивалентные изменения формы ДН.

Интегральная ошибка

Дисперсия функции ошибки при сканировании антенной РТС заданной области пространства:

$$E_{\text{Ош}} = \int_{\Delta\theta} \delta E(\theta)^2 d\theta.$$

Нормированная интегральная ошибка

$$E_{\text{Ош.Н}} = \int_{\Delta\theta} \delta E_{\text{Н}}(\theta)^2 d\theta.$$

Эквивалентное смещение КЦИ

Возможны два подхода к определению эквивалентного смещения. В первом случае эквивалентное смещение $\Delta\theta$ определяется из условия компенсации амплитудной ошибки $\delta E(\theta)$, а во втором из условия компенсации эквивалентных искажений формы нормированной ДН $\delta E_{\text{Н}}(\theta)$.

Величины эквивалентного смещения определяются как решения уравнений (см. рисунок 1.13, где $\Delta\theta_H$ – нормированное эквивалентное смещение):

$$\delta E(\theta) = F(\theta - \Delta\theta(\theta)) - F(\theta),$$

$$\delta E_H(\theta) = F(\theta - \Delta\theta_H(\theta)) - F(\theta).$$

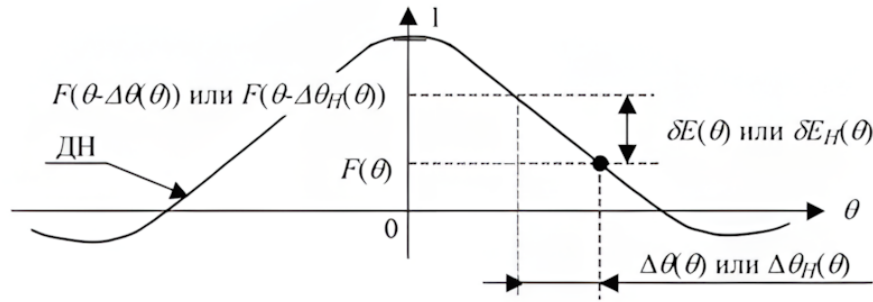


Рисунок 1.13 – К определению эквивалентного смещения

Из рисунка следует, что величина смещения тем больше, чем больше значение $\delta E(\theta)$ и меньше крутизна ДН в окрестности точки вычисления смещения. Причем максимум функции ошибки $\delta E(\theta)$ соответствуют вершинам лепестков ДН, в свою очередь крутизна ДН в окрестности вершин минимальна. Из этого следует, что максимум $\Delta\theta$ соответствуют экстремуму ДН.

$$\Delta\theta(\theta) = \begin{cases} A(\theta) + \sqrt{A(\theta)^2 + C}, & \text{при } A(\theta) < 0, \\ A(\theta) - \sqrt{A(\theta)^2 + C}, & \text{при } A(\theta) > 0, \end{cases}$$

где

$$A(\theta) = \frac{a_1(\theta)}{2a_2(\theta)} = \frac{dF(x)}{dx} \bigg/ \frac{d^2F(x)}{dx^2} \bigg|_{x=\theta}; \quad C = \frac{1}{E_c} \sum_{i=1}^N E_i \theta_i^2 - \theta_0^2;$$

$$\Delta\theta_H(\theta) = \begin{cases} A(\theta) + \sqrt{A(\theta)^2 + \frac{\delta E_H(\theta)}{a_2(\theta)}}, & \text{при } a_1(\theta) < 0, \\ A(\theta) - \sqrt{A(\theta)^2 + \frac{\delta E_H(\theta)}{a_2(\theta)}}, & \text{при } a_1(\theta) \geq 0, \end{cases}$$

Для двухточечной модели МИ максимум эквивалентного смещения имеет место при $z=1$ (центр матрицы) и составляет половину размера модели.

В свою очередь величина нормированного эквивалентного смещения $\Delta\theta_H$ определяется искажениями формы нормированной ДН. При этом максимумы $\Delta\theta_H$ как и максимумы $\Delta\theta$ совпадают с вершинами лепестков ДН. Исключение составляет вершина главного лепестка, где нормированная функция ошибки $\delta E_H(\theta)=0$ и, следовательно, равно нулю нормированное эквивалентное смещение $\Delta\theta_H$.

В целом с точки зрения искажений ДН приемной антенны РТС проведенный анализ можно признать исчерпывающим.

1.4 Цель и задачи исследования

С точки зрения имитации угловых ШК отражений от распределенных объектов в качестве критериев адекватности в первую очередь должны использоваться (см. раздел 1.1):

- достоверность воспроизведения ПРВ ШК;
- достоверность моделирования АКФ или СПМ ШК.

Рассмотренные выше исследования эти вопросы напрямую не затрагивают. Что позволяет говорить о недостаточности исследованности вопросов обеспечения адекватности имитации МИ ШК.

Кроме того, этим исследованиям присущ существенный недостаток. Они выполнены для ограниченной области возможных положений КЦИ. Оно ограничено областью между излучателями МИ. Что будет вне ее пределов, анализ ответа не дает.

Вместе с тем, область возможных положений КЦИ из-за ШК не ограничена (см. раздел 1.1). Они могут выходить за пределы МИ.

При этом:

- будет нарушаться условие синфазности сигналов (является обязательной для классических МИ [81]), подводимых к излучателям МИ;
- использованная в [13] аппроксимация главного лепестка ДН антенны РТС полиномом второй степени может давать недопустимо большие погрешности.

Был проведен простейший численный эксперимент.

В ходе моделирования требовалось установить определенное угловое положение КЦИ при помощи двухточечного МИ, а затем измерить

установленное угловое положение сканирующей ДН (по положению максимума амплитуды сигнала).

Ошибка установки положения КЦИ оценивалась как разность между измеренным положением ($\xi_{\text{изм}}$) и требуемым ($\xi_{\text{треб}}$):

$$\chi(\xi) = \xi_{\text{изм}} - \xi_{\text{треб}}.$$

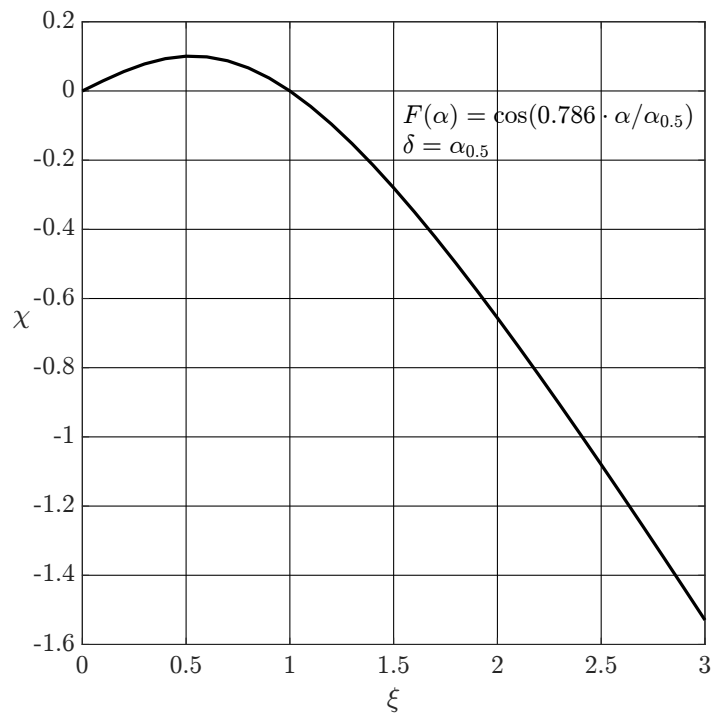


Рисунок 1.14 – Зависимость ошибки установки углового положения КЦИ от позиции КЦИ (ξ – угловое положение КЦИ, нормированное к половине разноса излучателей матрицы δ , $\alpha_{0.5}$ – полуширина сканирующей ДН)

При моделировании использовалась ДН вида косинус ($F(\alpha) = \cos(0.786\alpha/\alpha_{0.5})$), разнос излучателей матрицы равный половине ширины ДН ($\delta = \alpha_{0.5}$), положение КЦИ изменялось от центра матрицы ($\xi = 0$) до величины, равной утроенной полуширине ДН.

Из результатов проведенного эксперимента видно (рисунок 1.14), что, во-первых, ошибки имеют место как при положении КЦИ в пределах матрицы, так и при выходе за нее, во-вторых, за пределами матрицы ошибки установки углового положения КЦИ резко возрастают.

Таким образом, уровень исследований вопросов точности имитации МИ недостаточен для моделирования ШК.

Следует отметить, что из двух названных выше критериев достоверного моделирования — 1) достоверности воспроизведения ПРВ

ШК и 2) достоверности моделирования АКФ/СПМ ШК – в настоящей работе подробно исследуется только первый. Второй критерий остается за пределами глубокого анализа.

Это позволило определить цель и задачи настоящей работы.

Цель работы – установить причины возникновения и оценить параметры ошибок моделирования матричным имитатором основных вероятностных характеристик шумов угловых координат распределенных объектов.

Задачи исследования.

1. Получить общие соотношения для ошибок установки углового положения кажущегося центра излучения, как в пределах, так и за пределами матричного имитатора, возникающих при работе с неизотропными антеннами.

2. Оценить ошибки имитации вероятностных характеристик шумов угловых координат распределенных радиолокационных объектов, моделируемых матричным имитатором.

3. Экспериментально проверить полученные теоретические результаты, а также развить их до уровня, позволяющего синтезировать матричные имитаторы протяженных объектов, обеспечивающие заданную достоверность имитации их угловых шумов.

Выводы по первому разделу

1. Рассмотрены основные характеристики эхосигналов от распределенных объектов и методы их имитации.

2. Наиболее перспективным техническим средством формирования протяженных по угловым координатам объектов являются матричные имитаторы, принцип работы которых основан на замещении объекта его простейшей геометрической моделью и распределением имитирующего сигнала между ее точками. МИ выгодно отличается от имитаторов с механическим перемещением практически полным отсутствием ограничений на скорость и траектории перемещения, а также относительной простотой реализации.

3. Имитация распределенных объектов с помощью МИ возможна двумя путями. Первый из них заключается в имитации эхосигналов от точек

многоточечной геометрической модели объекта, второй – в замещении объекта одной точкой, воспроизводящей текущее положение КЦИ объекта, а также суммарный эхосигнал от него. Этот метод условно можно назвать методом «блуждающей точки».

4. Результаты анализа точностных характеристик МИ, полученные в ходе обзора литературы, показывают, что уровень исследований недостаточен для моделирования угловых ШК. Основное внимание уделено эквивалентным искажениям ДН при перемещениях КЦИ в пределах, ограниченных излучателями МИ. Достоверность моделирования вероятностных характеристик ШК не рассмотрена.

5. Сформулированы цель и задачи исследования, направленные на анализ адекватности имитации угловых ШК распределенных объектов с помощью МИ, использующего метод «блуждающей точки», а также разработку мер по их снижению до заданного уровня.

2 Ошибка установки углового положения в матричных имитаторах

Цель раздела – выявить причины и закономерности возникновения ошибки установки углового положения кажущегося центра излучения в матричных имитаторах.

Достижение этой цели потребовало решить следующие основные задачи.

1. Установить причины возникновения ошибки установки углового положения КЦИ в двухточечных МИ при его задании как в пределах, так и за пределами матрицы.

2. Установить связь этой ошибки с параметрами двухточечного МИ (расстоянием между излучателями МИ), а также параметрами антенны и положением имитируемого КЦИ.

3. Развить полученные результаты для МИ, обеспечивающего угловые перемещения по двум угловым координатам (для четырехточечного МИ).

2.1 Общие соотношения для ошибки установки углового положения

На рисунке 2.1 схематично показан МИ, состоящий из двух излучателей, разнесенных на расстояние $2L$ (называемое базой МИ), на расстоянии R от которого находится антенна испытываемой системы, ширина диаграммы направленности которой по уровню половинной мощности равна $2\alpha_{0.5}$. Излучатели МИ этой антенной не разрешимы. При этом положение КЦИ определяется амплитудами и фазами сигналов, подводимых к излучателям МИ [81]. Используя (1.2), для них получим следующие результаты:

Амплитудные коэффициенты для подводимых к излучателям сигналов:

$$A_1 = \begin{cases} \frac{1-\xi}{2}, & -1 \leq \xi \leq 1, \\ \frac{\xi-1}{2\xi}, & |\xi| > 1, \end{cases} \quad A_1 + A_2 = 1,$$

Разность фаз сигналов:

$$\psi = \varphi_1 - \varphi_2 = \begin{cases} 0, & -1 \leq \xi \leq 1, \\ \pi, & |\xi| > 1. \end{cases}$$

Тогда комплексные коэффициенты, с которыми перераспределяется

сигнал между первым и вторым излучателями:

$$\dot{A}_1 = A_1 \cdot e^{i \cdot \varphi_1}, \quad \dot{A}_2 = A_2 \cdot e^{i \cdot \varphi_2}.$$

На рисунке 2.1 положение КЦИ указано в нормированной к половине базы матрицы величине $\xi_{\text{треб}}$.

Определенное измерительной антенной положение КЦИ, обозначенное как $\xi_{\text{изм}}$, отстоит от требуемого значения на величину ошибки (χ). Угловое положение оси ДН, отсчитываемое от центра матрицы, обозначено как α_0 .

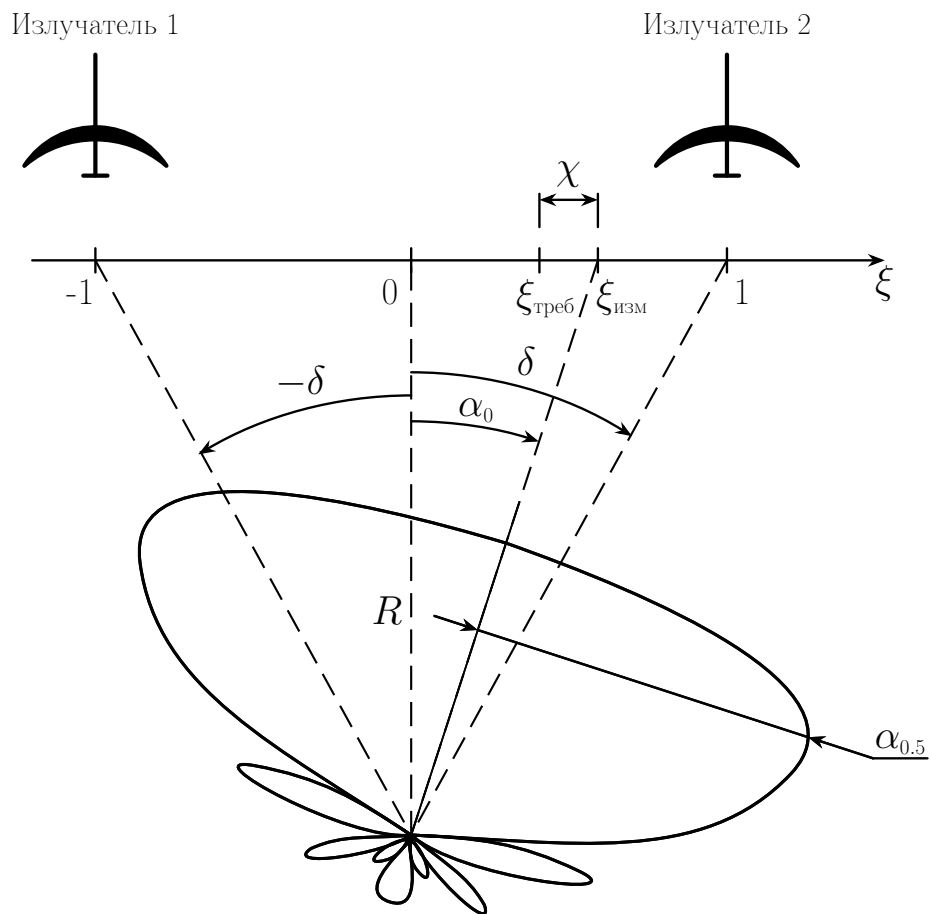


Рисунок 2.1 – МИ с двумя излучателями

Рассмотрим простейший амплитудный метод пеленгации, суть которого заключается в определении угловой координаты КЦИ путем поворота направленной антенны в плоскости расположения излучателей МИ и фиксации ее углового положения ($\alpha_{\text{изм}}$), соответствующего максимальному уровню принимаемого сигнала [82–84].

При использовании МИ точечный объект замещается системой, состоящей из, как минимум, двух излучателей, разнесенных по угловой

координате. То есть одна точка излучения заменяется двумя. Логично ожидать, что такая замена вызовет специфические различия между реальной и имитируемой ситуацией – приведет к ошибкам имитации [85, 86]. Обычно [13] их сводят к эквивалентным искажениям диаграммы направленности антенны испытываемой системы. Они проявляются в виде ее эквивалентного расширения, изменения уровня боковых лепестков, «размывания» нулей. Вместе с тем, с точки зрения имитации радиоэлектронной обстановки первостепенное значение имеют не искажения ДН, а точность установки положения КЦИ.

Ошибку определения положения КЦИ определим как разность между измеренным $\xi_{\text{изм}}$ и устанавливаемым (требуемым) $\xi_{\text{треб}}$ положением КЦИ [87]:

$$\chi(\xi) = \xi_{\text{изм}} - \xi_{\text{треб}}. \quad (2.1)$$

В идеальном случае измеренное таким образом положение КЦИ ($\xi_{\text{изм}}$) должно равняться требуемому ($\xi_{\text{треб}}$), то есть ошибка установки положения должна отсутствовать:

$$\chi(\xi) = \xi_{\text{изм}} - \xi_{\text{треб}} = 0.$$

Рассмотрим, что будет иметь место при использовании МИ, схематично представленного на рисунке 2.1.

Амплитуда сигнала на выходе приемной антенны:

$$U_{\Sigma}(\alpha_0, \xi, \delta) \sim F(\alpha_0 + \delta) \cdot \dot{S}_1(\xi) + F(\alpha_0 - \delta) \cdot \dot{S}_2(\xi), \quad (2.2)$$

где $\sim$ – знак пропорциональности; $F(\alpha)$ – ДН приемной антенны, δ – половинный угол разноса излучателей, определяется базой МИ, $\dot{S}_1(\xi) = \dot{A}_1(\xi) \cdot \dot{S}_{\Sigma}$, $\dot{S}_2(\xi) = \dot{A}_2(\xi) \cdot \dot{S}_{\Sigma}$, – мгновенные значения огибающих сигналов, подводимых к излучателям МИ, равны произведению рассчитанных амплитудных множителей и комплексной амплитуды суммарного эхосигнала от объекта имитации.

Для вывода общих соотношений, инвариантных к форме ДН, аппроксимируем $F(\alpha)$ степенным полиномом:

$$F_a(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{F^{(n)}(\alpha_a)}{n!} \cdot (\alpha - \alpha_a)^n,$$

где $F_a(\alpha)$ – результат аппроксимации ДН; $F^{(n)}(\alpha_a)$ – n -я производная функции $F(\alpha)$ в точке α_a ; $\alpha_a=0$ – точка, в окрестности которой производится аппроксимация ДН.

1. Воспользуемся для аппроксимации ДН полиномом второй степени:

$$F_a(\alpha) = r_0 + r_1 \cdot \alpha + r_2 \cdot \alpha^2,$$

где

$$r_0 = F(0); \quad r_1 = \left. \frac{dF(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=0}; \quad r_2 = \frac{1}{2} \cdot \left. \frac{dF^2(\alpha)}{d\alpha^2} \right|_{\alpha=0}.$$

Рассмотрим симметричные ДН, описываемые четными функциями. Тогда $r_1=0$ и аппроксимирующий полином принимает вид:

$$F_a(\alpha) = r_0 + r_2 \cdot \alpha^2. \quad (2.3)$$

Подставляя (2.3) в (2.2), получим:

$$U_{\Sigma}(\alpha_0, \xi, \delta) \sim \left[r_0 + r_2 \cdot (\alpha_0 + \delta)^2 \right] \cdot \dot{S}_1(\xi) + \left[r_0 + r_2 \cdot (\alpha_0 - \delta)^2 \right] \cdot \dot{S}_2(\xi). \quad (2.4)$$

Исследуем полученное выражение на наличие экстремумов (их положения обозначим $\alpha_{0 \text{ экс}}$):

$$\left. \frac{d}{d\alpha_0} \cdot U_{\Sigma}(\alpha_0, \xi, \delta) \right|_{\alpha_0=\alpha_{0 \text{ экс}}}. \quad (2.5)$$

После взятия производной и несложных преобразований получим:

$$\alpha_{0 \text{ экс}} \cdot \left(\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi) \right) = \delta \cdot \left(\dot{S}_2(\xi) - \dot{S}_1(\xi) \right).$$

Найдем $\alpha_{0 \text{ экс}}$:

$$\alpha_{0 \text{ экс}} = \delta \cdot \frac{\dot{S}_2(\xi) - \dot{S}_1(\xi)}{\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi)}.$$

Учитывая, что

$$\dot{S}_1(\xi) = \begin{cases} \frac{1-\xi}{2}, & -1 \leq \xi \leq 1, \\ \frac{\xi-1}{2\xi}, & |\xi| > 1, \end{cases} ; \quad \dot{S}_2(\xi) = \begin{cases} \frac{1+\xi}{2}, & -1 \leq \xi \leq 1, \\ \frac{-\xi-1}{2\xi}, & |\xi| > 1, \end{cases} \quad (2.6)$$

получим:

$$\alpha_{0 \text{ экс}} = \delta \cdot \frac{\frac{1+\xi}{2} - \frac{1-\xi}{2}}{\frac{1-\xi}{2} + \frac{1+\xi}{2}} = \delta \cdot \frac{\frac{-\xi-1}{2\xi} - \frac{\xi-1}{2\xi}}{\frac{\xi-1}{2\xi} + \frac{-\xi-1}{2\xi}} = \delta \cdot \xi.$$

Вычислим величину ошибки (2.1):

$$\chi(\xi) = \frac{\alpha_{0 \text{ экс}}}{\delta} - \xi = 0.$$

Таким образом, использование аппроксимации ДН полиномом второй степени не позволяет выявить ошибки установки углового положения КЦИ.

2. Увеличим порядок полинома до четвертой степени:

$$F_a(\alpha) = r_0 + r_1 \cdot \alpha + r_2 \cdot \alpha^2 + r_3 \cdot \alpha^3 + r_4 \cdot \alpha^4,$$

где

$$r_3 = \frac{1}{6} \cdot \left. \frac{dF^3(\alpha)}{d\alpha^3} \right|_{\alpha=0} ; \quad r_4 = \frac{1}{24} \cdot \left. \frac{dF^4(\alpha)}{d\alpha^4} \right|_{\alpha=0}.$$

Как и ранее рассмотрим симметричные ДН, описываемые четными функциями. Тогда $r_1=r_3=0$ и аппроксимирующий полином принимает вид:

$$F_a(\alpha) = r_0 + r_2 \cdot \alpha^2 + r_4 \cdot \alpha^4. \quad (2.7)$$

Подставив (2.7) в (2.2), получим:

$$U_{\Sigma}(\alpha_0, \xi, \delta) \sim \left[r_0 + r_2 \cdot (\alpha_0 + \delta)^2 + r_4 \cdot (\alpha_0 + \delta)^4 \right] \cdot \dot{S}_1(\xi) + \\ + \left[r_0 + r_2 \cdot (\alpha_0 - \delta)^2 + r_4 \cdot (\alpha_0 - \delta)^4 \right] \cdot \dot{S}_2(\xi). \quad (2.8)$$

Взяв производную, найдем:

$$\left[2r_2(\alpha_0 + \delta) + 4r_4(\alpha_0 + \delta)^3 \right] \dot{S}_1(\xi) + \left[2r_2(\alpha_0 - \delta) + 4r_4(\alpha_0 - \delta)^3 \right] \dot{S}_2(\xi) = 0.$$

Перегруппировав, раскрыв скобки и преобразовав, получим:

$$4r_4(\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi))\alpha_0^3 + 12r_4\delta(\dot{S}_1(\xi) - \dot{S}_2(\xi))\alpha_0^2 + \\ + (2r_2 + 12r_4\delta^2) \cdot (\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi))\alpha_0 + (2r_2 + 4r_4\delta^3) \cdot (\dot{S}_1(\xi) - \dot{S}_2(\xi)) = 0.$$

После замены переменных:

$$a\alpha_0^3 + b\alpha_0^2 + c\alpha_0 + d = 0, \quad (2.9)$$

где $a=4r_4 \cdot (\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi))$; $b=12r_4\delta \cdot (\dot{S}_1(\xi) - \dot{S}_2(\xi))$;
 $c=(2r_2+12r_4\delta^2) \cdot (\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi))$; $d=(2r_2\delta+4r_4\delta^3) \cdot (\dot{S}_1(\xi) - \dot{S}_2(\xi))$.

Введем дополнительные переменные:

$$p = \frac{3ac - b^2}{3a^2}, \quad q = \frac{2b^3 - 9abc + 27a^2d}{27a^3}, \quad c_{1,2} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} \pm \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}.$$

Решив уравнение при помощи формулы Кардано [88], получим три корня:

$$\alpha_{0 \text{ экс } 1} = c_1 + c_2 - \frac{b}{3a}, \quad \alpha_{0 \text{ экс } 2,3} = -\frac{c_1 + c_2}{2} - \frac{b}{3a} \pm \frac{c_1 - c_2}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot j.$$

При этом функция (2.9) имеет два минимума и один максимум (рисунок 2.2, на котором экстремумы отмечены кружками).

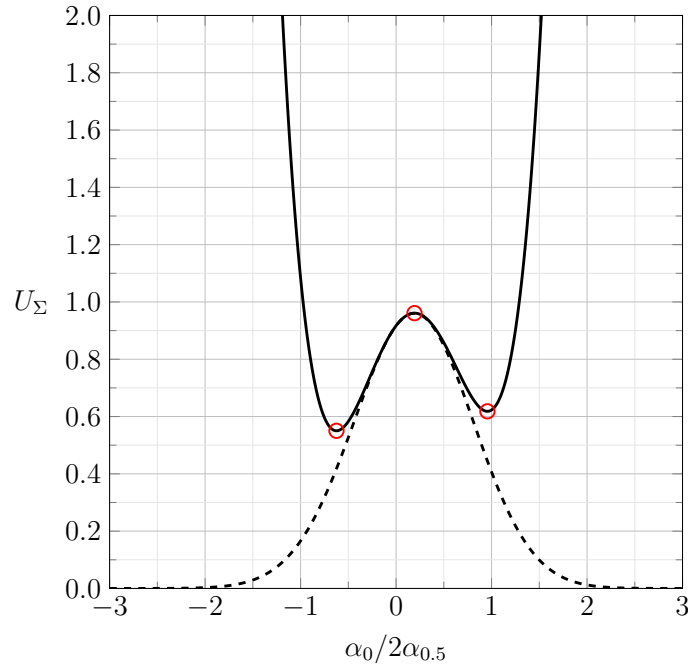


Рисунок 2.2 – Пример зависимости нормированной амплитуды сигнала на выходе приемной антенны от угла ее поворота при использовании в качестве ДН экспоненты Гаусса, $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, $\xi=0.7$.

На рисунке (2.2) приведена кривая, полученная по (2.2) – с применением исходной ДН (штриховая линия), и кривая, полученная

по (2.8) – с применением аппроксимированной ДН (сплошная линия).

Максимум достигается при

$$\alpha_0 = \alpha_{0 \max} = \alpha_{0 \text{ экс } 2} = -\frac{c_1 + c_2}{2} - \frac{b}{3a} - \frac{c_1 - c_2}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot j.$$

Выполнив обратную замену переменных и подставив (2.6), получим итоговое соотношение для нахождения углового положения КЦИ [89]:

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{изм}}(\xi, \delta) = & \delta\xi + \frac{1}{2} \cdot \left(-T(\xi, \delta) + \frac{\delta^2 - \delta^2\xi^2 + \frac{r_2}{6r_4}}{T(\xi, \delta)} \right) - \\ & - \frac{j \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot \left(T(\xi, \delta) + \frac{\delta^2 - \delta^2\xi^2 + \frac{r_2}{6r_4}}{T(\xi, \delta)} \right), \end{aligned} \quad (2.10)$$

где

$$T(\xi, \delta) = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\delta^2 - \delta^2\xi^2 + \frac{r_2}{6r_4}\right)^3 + \delta^6\xi^2(\xi^2 - 1)^2 + \delta^3 \cdot (\xi^3 - \xi)}}.$$

Первое слагаемое подкоренного выражения отрицательно:

$$\left(\delta^2 - \delta^2\xi^2 + \frac{r_2}{6r_4} \right) < 0,$$

что приводит к комплексным результатам при вычислении $T(\xi, \delta)$. Поэтому в (2.10) слагаемые, кроме первого, являются комплексно-сопряженными парами, сложение которых обращают в ноль мнимую часть.

Выражение может быть переписано без использования комплексно-сопряженных пар, в этом случае для получения действительного результата применяется операция взятия действительной части:

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{изм}}(\xi, \delta) = & \delta\xi - \text{Re} \left[\sqrt[3]{\sqrt{\left(\delta^2 - \delta^2\xi^2 + \frac{r_2}{6r_4}\right)^3 + \delta^6\xi^2(\xi^2 - 1)^2 + \delta^3(\xi^3 - \xi)}} \right. \\ & \left. \times (1 + j\sqrt{3}) \right]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Подставив (2.11) в (2.1), имеем:

$$\chi(\xi) = -\frac{\operatorname{Re} \left[\sqrt[3]{\sqrt{\left(\delta^2 - \delta^2 \xi^2 + \frac{r_2}{6r_4}\right)^3 + \delta^6 \xi^2 (\xi^2 - 1)^2 + \delta^3 (\xi^3 - \xi)(1 + j\sqrt{3})}} \right]}{\delta}.$$

Раскроем скобки и упростим выражение:

$$\chi(\xi) = -\operatorname{Re} \left[\sqrt[3]{\sqrt{P^3 + (1 - \xi^2)3P^2 + (1 - 2\xi^2 + \xi^4)3P + \xi^4 - 2\xi^2 + 1 + (\xi^3 - \xi) \times (1 + j\sqrt{3})}} \right], \quad (2.12)$$

где

$$P = \frac{1}{\delta^2} \cdot \frac{r_2}{6r_4}.$$

На рисунке 2.3 представлены результаты расчета ошибки с использованием исходной ДН в виде экспоненты Гаусса (штриховая линия) и ее аппроксимации полиномом 4 степени (сплошная линия).

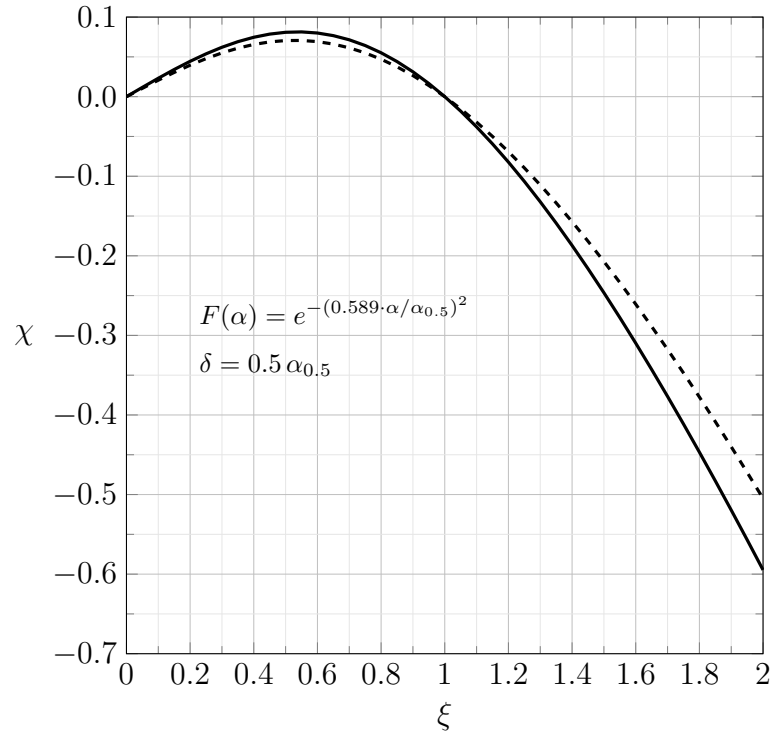


Рисунок 2.3 – Пример расчета ошибки при использовании аппроксимации ДН полиномом 4 степени

Видно, что величина ошибки, получаемая при использовании ДН, аппроксимированной полиномом четвертой степени, является несколько пессимистичной – незначительно превышает величину ошибки, при

вычислении которой непосредственно используется ДН. Поэтому применение аппроксимации более высоких порядков (больше четвертого) не требуется.

2.2 Анализ полученных соотношений

2.2.1 Зависимость величины ошибки от отношения коэффициентов аппроксимации диаграммы направленности

Измеренное положение КЦИ не зависит от линейной составляющей ДН, поскольку параметры аппроксимации ДН r_0 и r_1 равны нулю и определяется составляющей второго и четвертого порядка, пропорциональной второй и четвертой производной ДН.

Параметры аппроксимации r_2 и r_4 входят в функцию через их отношение, это означает, что изменение r_2 и r_4 в соотношении, сохраняющем отношение r_2/r_4 , не будет влиять на значение результата.

Присутствие коэффициентов аппроксимации ДН r_2 и r_4 в полученном соотношении указывает на зависимость измеренного положения КЦИ от формы ДН – ее кривизны и второй производной от кривизны.

Соответствия формы ДН (рисунок 2.4) и отношения коэффициентов аппроксимации r_2/r_4 приведены в таблице 2.1 (они получены путем разложения функции ДН в ряд Тейлора в окрестности максимума ДН). В ней представлены наиболее распространенные функции, используемые при описании игольчатых ДН (согласно [90] и [91]).

Коэффициенты аппроксимации r_2 и r_4 пропорциональны ширине ДН во второй и четвертой степени соответственно, а их отношение, таким образом, зависит от ширины ДН в квадрате. Для устранения этой зависимости и получения обобщенной характеристики формы ДН, отношение r_2/r_4 нормируется на квадрат ширины диаграммы направленности.

Аргументы функций заданы таким образом, чтобы ширины ДН (по уровню 0.707) совпадали и равнялись $2\alpha_{0.5}$ (рисунок 2.4).

Таблица 2.1 – Соответствие коэффициентов аппроксимации и формы ДН

ДН $F(\alpha)$	$r_2 \cdot (2\alpha_{0.5})^2$	$r_4 \cdot (2\alpha_{0.5})^4$	$\frac{r_2}{r_4} \cdot \frac{1}{(2\alpha_{0.5})^2}$
$\cos(0.786 \cdot \alpha / \alpha_{0.5})$	-1.2325	0.2532	-4.8684
$\cos(0.572 \cdot \alpha / \alpha_{0.5})^2$	-1.3087	0.5709	-2.2923
$\cos(0.472 \cdot \alpha / \alpha_{0.5})^3$	-1.3367	0.6949	-1.9237
$\text{sinc}(1.392 \cdot \alpha / \alpha_{0.5})$	-1.2918	0.5006	-2.5804
$\text{sinc}(1.002 \cdot \alpha / \alpha_{0.5})^2$	-1.3387	0.7168	-1.8675
$e^{-(0.589 \cdot \alpha / \alpha_{0.5})^2}$	-1.3877	0.9628	-1.4413

Отношение коэффициентов r_2/r_4 квадратично зависит от ширины ДН. Чем уже ДН, тем меньше значение $2\alpha_{0.5}$ и тем меньше по модулю отношение r_2/r_4 .

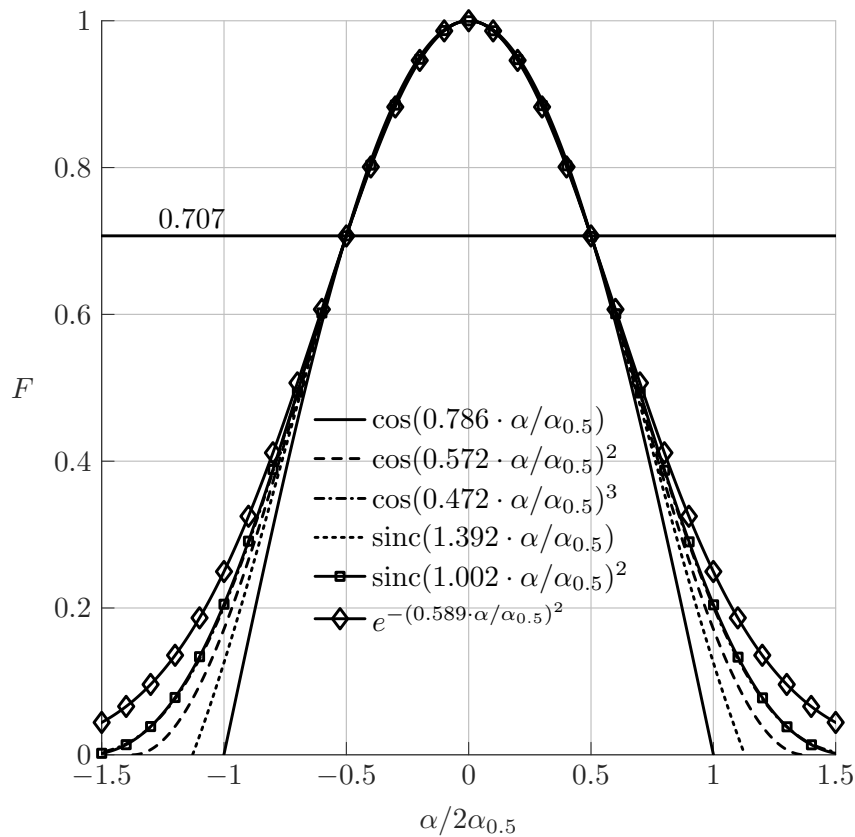


Рисунок 2.4 – ДН различной формы, имеющие одинаковую ширину по уровню 0.707

Также принципиально важно, что наибольшее абсолютное значение отношения r_2/r_4 имеет место для ДН вида $\cos$, а наименьшее для ДН вида экспоненты Гаусса (таблица 2.1).

Это позволяет рассматривать эти две ДН (с точки зрения величины ошибки) в качестве наилучшего и наихудшего случая.

Используя выражение (2.12), рассмотрим зависимость ошибки от формы используемой ДН, то есть от отношения коэффициентов аппроксимации r_2/r_4 . Примем разнос излучателей равный половине ширины ДН $\delta=0.5\alpha_{0.5}$.

На рисунке 2.5 приведена зависимость ошибки от r_2/r_4 для нескольких значений «вылета» КЦИ за пределы матрицы. Диапазон значений r_2/r_4 выбран исходя из приведенных в таблице 2.1 данных.

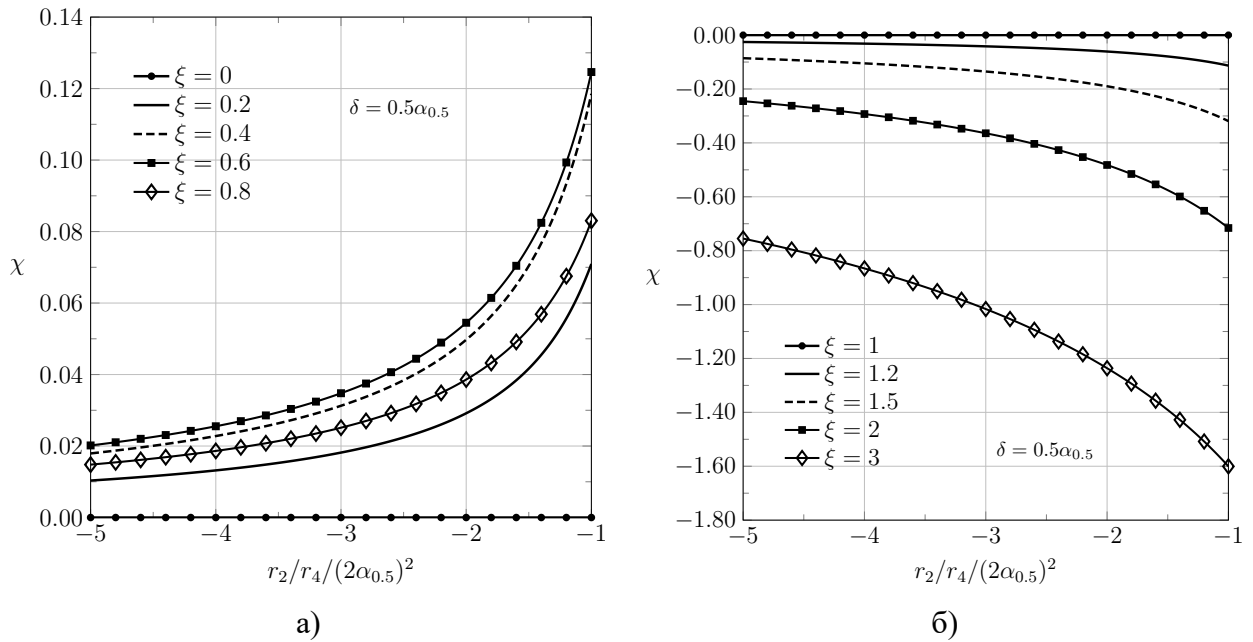


Рисунок 2.5 – Зависимость ошибки от r_2/r_4 : а) внутри матрицы, б) за матрицей

Как следует из рисунка и формулы (2.12), ошибка минимальна при максимальном по модулю отношении r_2/r_4 . С уменьшением r_2/r_4 она монотонно возрастает. Учитывая результаты, приведенные в таблице 2.1 можно заключить, что, при прочих равных условиях, большие значения ошибка будет иметь место для ДН вида экспоненты Гаусса, а наименьшие для ДН вида $\cos$.

Таким образом, анализ величины ошибки от коэффициентов аппроксимации r_2 и r_4 , которые определяют форму ДН показал, что ошибка максимальна, когда максимален коэффициент r_4 . Определен диапазон допустимых значений r_2 и r_4 . Показано, что выражение (2.12) позволяет оценивать величину ошибки в зависимости от формы ДН.

2.2.2 Зависимость величины ошибки от заданного положения кажущегося центра излучения

В диапазоне используемых значений $|P| > 1$, поэтому слагаемые, в которых отсутствует множитель P практически не оказывает влияния на конечный результат и могут быть опущены, тогда, после преобразований, выражение (2.12) имеет вид:

$$\chi(\xi) = -\operatorname{Re} \left[\sqrt[3]{\sqrt{P^3 + (1 - \xi^2) \cdot 3P^2 + (1 - 2\xi^2 + \xi^4) \cdot 3P} + (\xi^3 - \xi)} \times (1 + j\sqrt{3}) \right]. \quad (2.13)$$

На рисунке 2.6 представлены результаты расчета ошибки разными способами: (χ_0) как разница между измеренным и требуемым значением, где измеренное значение находилось по исходной ДН (по максимуму функции (2.2)); аналогично определялась (χ_1), но измеренное значение находилось по аппроксимированной ДН (по максимуму функции (2.8)); χ_2 – рассчитана по (2.13).

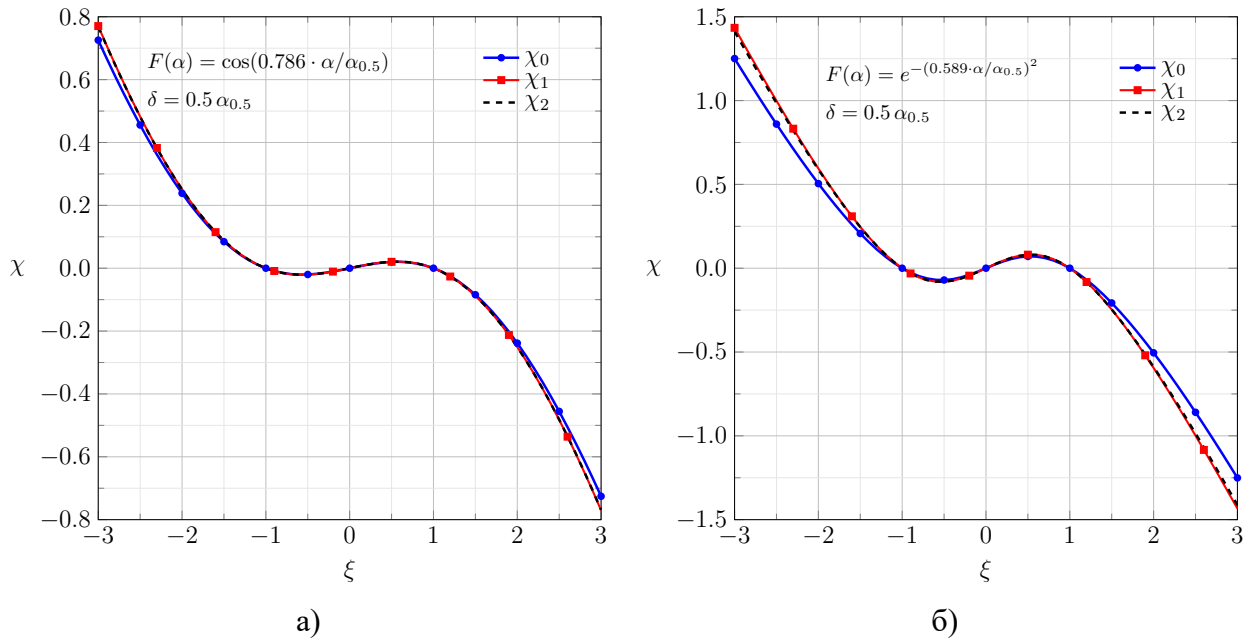


Рисунок 2.6 – Ошибка: χ_0 – рассчитанная по исходной ДН, χ_1 – рассчитанная по аппроксимированной ДН, χ_2 – рассчитанная по (2.13)
а) ДН косинус, б) ДН экспонента Гаусса

Из рисунка 2.6 видно, что зависимость ошибки от ξ является кососимметричной функцией относительно оси ординат, поэтому далее будем рассматривать область $\xi \geq 0$.

При малых удалениях положения КЦИ от нуля в подкоренном выражении наибольшее влияние оказывает величина $P^3 < 0$, при этом слагаемое $\sqrt[3]{\sqrt{P^3} \cdot (1+j\sqrt{3})}$ становится мнимым, и, как следствие, ошибка стремится к нулю.

$$\begin{aligned} \lim_{\xi \rightarrow 1} \left(-\operatorname{Re} \left[\sqrt[3]{\sqrt{P^3 + (1-\xi^2) \cdot 3P^2 + (1-2\xi^2 + \xi^4) \cdot 3P + (\xi^3 - \xi)} \times} \right. \right. \\ \left. \left. \times (1+j\sqrt{3}) \right] \right) = \\ = \left(-\operatorname{Re} \left[\sqrt[3]{\sqrt{P^3} \cdot (1+j\sqrt{3})} \right] \right) = \left(-\operatorname{Re} \left[\sqrt{P} \cdot (1+j\sqrt{3}) \right] \right) \rightarrow 0. \end{aligned}$$

Случай бесконечно большого удаления КЦИ:

$$\begin{aligned} \lim_{\xi \rightarrow \infty} \left(-\operatorname{Re} \left[\sqrt[3]{\sqrt{P^3 + (1-\xi^2)3P^2 + (1-2\xi^2 + \xi^4)3P + \xi^4 - 2\xi^2 + 1 + (\xi^3 - \xi)} \times} \right. \right. \\ \left. \left. \times (1+j\sqrt{3}) \right] \right) = \left(-\operatorname{Re} \left[\sqrt[3]{\sqrt{\xi^4(1+3P)} + \xi^3(1+j\sqrt{3})} \right] \right) = \\ = \left(-\operatorname{Re} \left[\sqrt[3]{\xi^2\sqrt{1+3P} + \xi^3(1+j\sqrt{3})} \right] \right) \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Максимальная степень, с которой переменная ξ входит в выражение – первая, следовательно, при больших удалениях КЦИ от границ матрицы зависимость ошибки от величины «вылета» КЦИ вырождается в линейную функцию, что заметно на рисунке 2.6.

2.2.3 Зависимость ошибки от величины разноса излучателей матричного имитатора

В соответствии с выражением 2.12, на рисунке 2.7 приведена зависимость ошибки КЦИ от величины разноса излучателей МИ для различных положений КЦИ. Красным цветом обозначены результаты для $\cos$, синим – для экспоненты Гаусса.

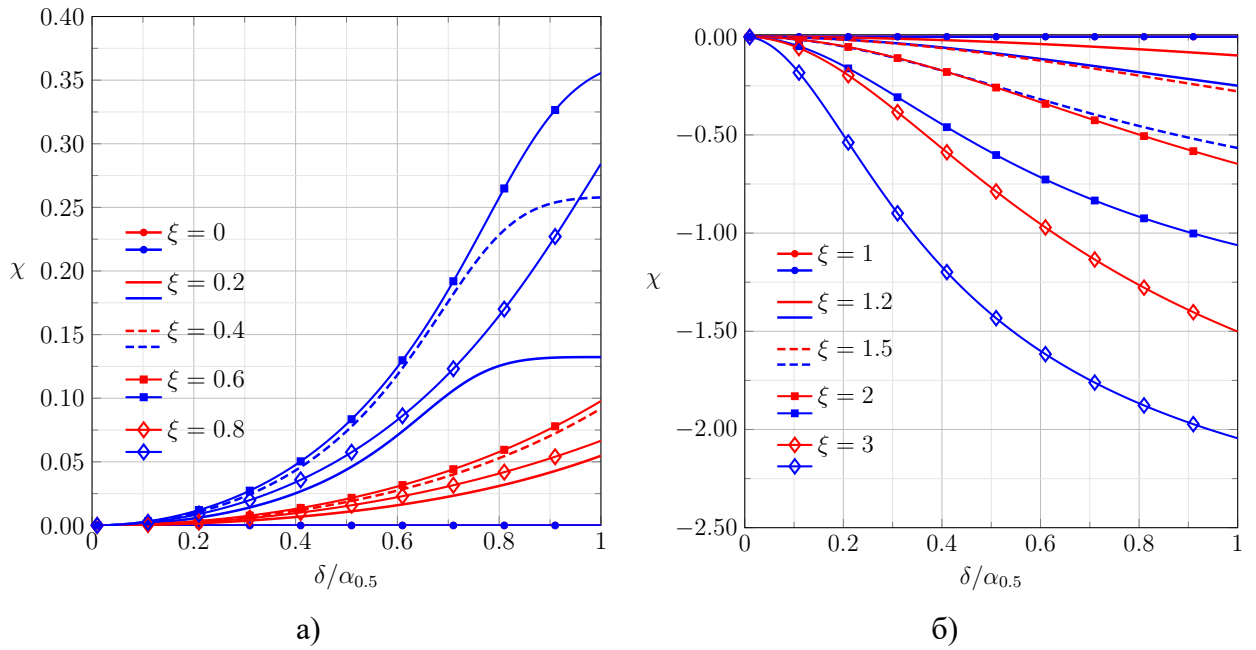


Рисунок 2.7 – Зависимость ошибки от величины разнosa излучателей МИ: а) внутри матрицы, б) за матрицей

Меньший разнос излучателей дает меньшую ошибку.

2.2.4 Максимальное значение ошибки и положение кажущегося центра излучения, при котором она возникает

Как показано ранее, за пределами матрицы ошибка монотонно возрастает пропорционально «вылету» КЦИ.

В области, ограниченной излучателями МИ, согласно рисунку 2.6, модуль ошибки имеет два максимума, расположенных зеркально, относительно точки $\xi=0$. Причем (согласно (2.12)) величины максимумов (обозначим $\pm\chi_{\max}$) и их положения (обозначим $\pm\xi_{\chi_{\max}}$) зависят как от базы МИ, так и от формы ДН антенны (точнее от r_2/r_4).

Рассмотрим влияние формы ДН на величину и место возникновения максимальной ошибки. Предположим, что разнос излучателей вдвое меньше ширины ДН антенны: $\delta=0.5\alpha_{0.5}$ (результаты для других значений δ приведены в Приложении А).

По формуле (2.12) определим ошибку для набора значений r_2/r_4 , а затем вычислим максимальные значения получаемых ошибок ($\chi_{\max}$), а также их положения ($\pm\xi_{\chi_{\max}}$). Для этого воспользуемся численным методом (методом золотого сечения и квадратичной (параболической) интерполяции [92, 93]). Критерием остановки поиска максимума примем достижение

точности вычисления 10^{-4} .

Результаты поиска приведены на рисунке 2.8. Там же приведены результаты, полученные для не аппроксимированных ДН из таблицы 2.1. Они отмечены знаками «*» ($\chi_{\max}$) и «•» ($\xi_{\chi_{\max}}$).

Графические зависимости, полученные для других баз МИ, приведены в Приложении А.

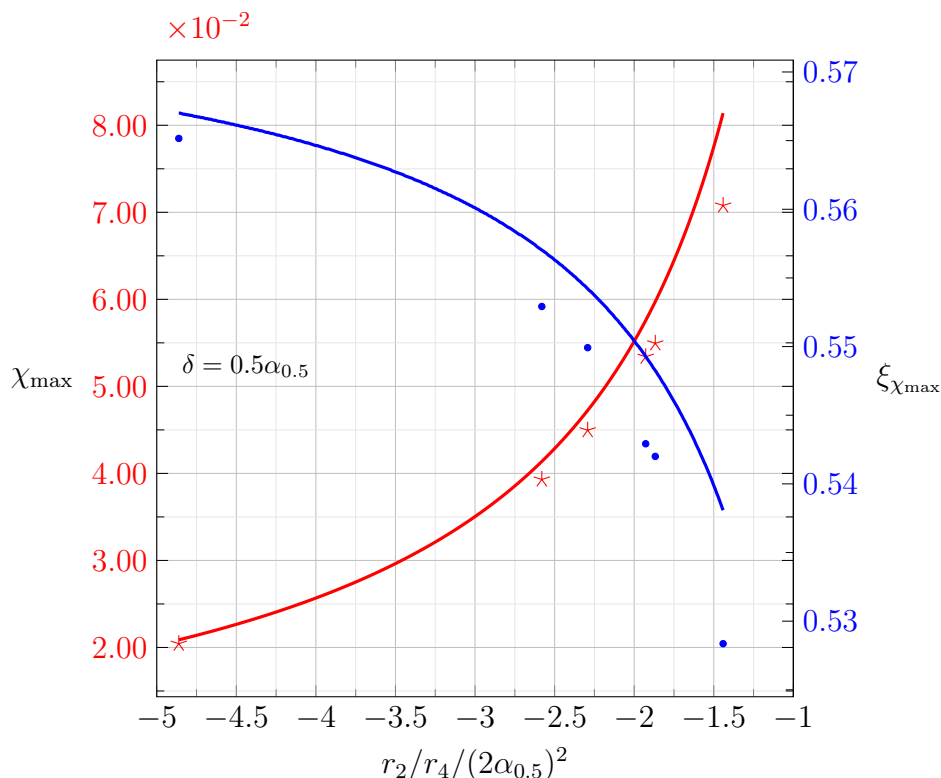


Рисунок 2.8 – Зависимость максимального уровня ошибки (красным цветом) и нормированного положения максимума в пределах матрицы (синим цветом) от коэффициентов аппроксимации ДН

Из рисунка 2.8 и материалов, представленных в Приложении А, следует, что применение аппроксимации ДН полиномом 4 степени приводит к завышенным показателям максимальной систематической ошибки установки положения КЦИ. Это гарантирует, что значения максимальной ошибки всегда будут меньше вычисленных по найденным формулам (справедливо для всех областей за пределами и между излучателями МИ).

Также результаты, представленные в Приложении А, позволяют определить максимальное значение ошибки ($\pm\chi_{\max}$) и значения ξ , при котором они имеют место ($\pm\xi_{\chi_{\max}}$).

2.3 Ошибка установки углового положения при использовании разностной диаграммы направленности

Распространенный метод [57] формирования разностной ДН (обозначим ее $F_{\Delta}(\alpha)$, рисунок 2.9) из двух игольчатых (отклоненных на угол $\pm\varepsilon$ от равносигнального направления) можно представить как (рисунки 2.9, 2.10):

$$F_{\Delta}(\alpha) = F(\alpha - \varepsilon) - F(\alpha + \varepsilon).$$

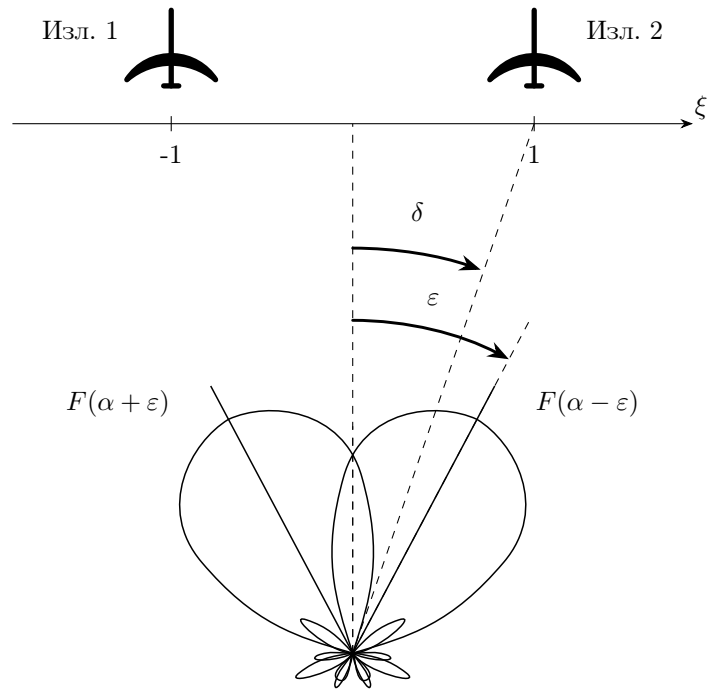


Рисунок 2.9 – Определение углов отклонения ДН от направления на источник

Зависимость амплитуды сигнала разностного канала от углового положения оси ДН:

$$U_{\Delta}(\alpha_0, \xi, \delta) \sim F_{\Delta}(\alpha_0 + \delta) \cdot \dot{S}_1(\xi) + F_{\Delta}(\alpha_0 - \delta) \cdot \dot{S}_2(\xi). \quad (2.14)$$

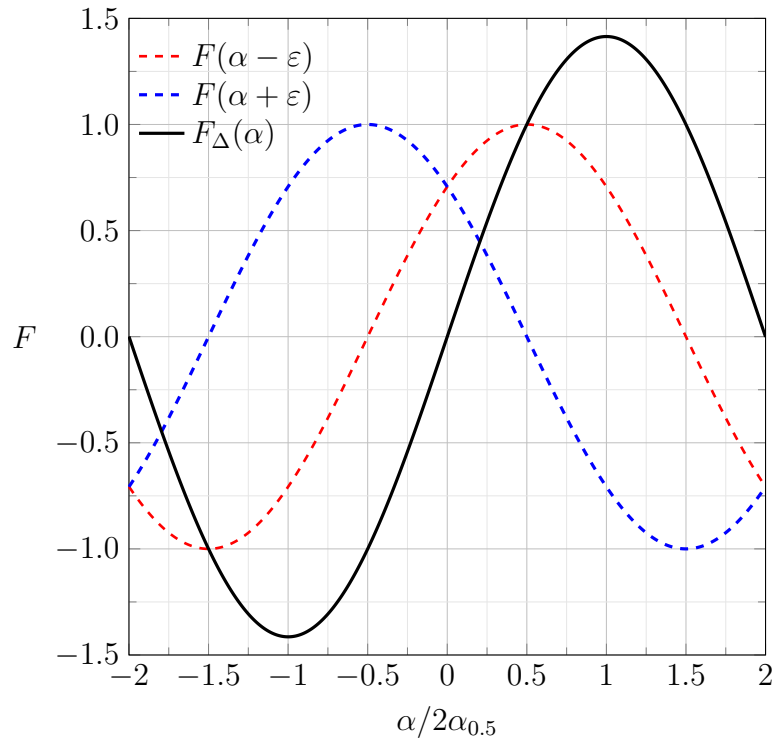


Рисунок 2.10 – Разностная ДН, образованная из отклоненных игольчатых ДН

Аппроксимируем полученную разностную ДН полиномом 4 степени:

$$F_{\Delta a}(\alpha) = g_0 + g_1\alpha^1 + g_2\alpha^2 + g_3\alpha^3 + g_4\alpha^4.$$

Коэффициенты аппроксимации определяются как:

$$g_0 = F_{\Delta}(0) = F(-\varepsilon) - F(\varepsilon) = 0;$$

$$g_1 = \left. \frac{dF_{\Delta}(\alpha)}{d\alpha} \right|_{\alpha=0}; \quad g_2 = \frac{1}{2} \cdot \left. \frac{d^2 F_{\Delta}(\alpha)}{d\alpha^2} \right|_{\alpha=0};$$

$$g_3 = \frac{1}{6} \cdot \left. \frac{d^3 F_{\Delta}(\alpha)}{d\alpha^3} \right|_{\alpha=0}; \quad g_4 = \frac{1}{24} \cdot \left. \frac{d^4 F_{\Delta}(\alpha)}{d\alpha^4} \right|_{\alpha=0}.$$

Так как разностная ДН кососимметрична, то четные коэффициенты аппроксимации: $g_0=0$; $g_2=0$; $g_4=0$, и аппроксимирующий полином содержит только два слагаемых: слагаемое первой степени определяет наклон функции, третьей – ее кривизну. В этом случае ДН имеет вид:

$$F_{\Delta a}(\alpha) = g_1 \cdot \alpha + g_3 \cdot \alpha^3. \quad (2.15)$$

Измеренное положение КЦИ соответствует направлению, при

котором амплитуда сигнала разностного канала обращается в ноль. Для его нахождения подставим (2.15) в (2.14) и приравняем полученное выражение к нулю:

$$U_{\Delta a}(\alpha_0, \xi, \delta) \sim F_{\Delta a}(\alpha_0 + \delta) \cdot \dot{S}_1(\xi) + F_{\Delta a}(\alpha_0 - \delta) \cdot \dot{S}_2(\xi) = 0. \quad (2.16)$$

Выполним преобразования, перегруппируем и раскроем скобки:

$$\begin{aligned} &g_3(\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi)) \cdot \alpha_0^3 + 3g_3\delta(\dot{S}_1(\xi) - \dot{S}_2(\xi)) \cdot \alpha_0^2 + \\ &+ (g_1 + 3g_3\delta^2) \cdot (\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi)) \cdot \alpha_0 + (g_1 + g_3\delta^3) \cdot \delta(\dot{S}_1(\xi) - \dot{S}_2(\xi)) = 0. \end{aligned}$$

Введем замену переменных:

$$a\alpha_0^3 + b\alpha_0^2 + c\alpha_0 + d = 0,$$

где $a = g_3(\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi))$; $b = 3g_3\delta(\dot{S}_1(\xi) - \dot{S}_2(\xi))$;
 $c = (g_1 + 3g_3\delta^2) \cdot (\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi))$; $d = (g_1 + g_3\delta^3) \cdot \delta(\dot{S}_1(\xi) - \dot{S}_2(\xi))$.

Сравнивая полученное выражение и входящие в него переменные с полученными ранее для случая суммарной ДН (смотри (2.9)), можно заметить, что они имеют много общего. Для перехода от одного к другому достаточно выполнить замену g_3 на $4r_4$ и g_1 на $2r_2$.

Следовательно, для вычисления ошибки для разностной ДН применимо выражение (2.12), где вместо

$$P = \frac{1}{\delta^2} \cdot \frac{r_2}{6r_4}$$

следует подставлять

$$P = \frac{1}{\delta^2} \cdot \frac{g_1/2}{6 \cdot g_3/4} = \frac{1}{\delta^2} \cdot \frac{g_1}{3g_3}.$$

Соответственно, будут идентичны (для суммарной и разностной ДН) результаты анализа влияния на величину ошибки параметров МИ и других факторов.

2.4 Альтернативные оценки величины ошибки

Приведенные выше соотношения получены для общего случая, не в полной мере учитывающего используемые на практике [94] методы

формирования суммарной и разностной ДН:

$$F_{\Sigma}(\alpha) = F(\alpha - \varepsilon) + F(\alpha + \varepsilon); F_{\Delta}(\alpha) = F(\alpha - \varepsilon) - F(\alpha + \varepsilon),$$

где $F(\alpha)$ – игольчатая ДН.

Поэтому ниже рассмотрены альтернативные оценки ошибок, полученные для суммарной и разностной ДН.

2.4.1 Оценка ошибки при использовании суммарной диаграммы направленности

Введем величину угловой ошибки определения положения КЦИ $\Delta\alpha$ [95].

Тогда в результате пеленгации КЦИ будем иметь: $\alpha_0 = \alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha$, где $\alpha_{\text{треб}}$ – заданное угловое положение КЦИ.

При использовании полиномиальной аппроксимации $F(\alpha)$ получим следующее.

При направлении оси ДН на КЦИ максимальная амплитуда сигнала на выходе приемной антенны имеет место при:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dU_{\Sigma}(\alpha_0, \xi, \delta)}{d\alpha_0} \right|_{\alpha_0 = \alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha} &= 2r_2 \left[(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta) \dot{S}_1 + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta) \dot{S}_2 \right] + \\ &+ 4r_4 \left[(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta)^3 \dot{S}_1 + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta)^3 \dot{S}_2 \right] = 0. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Убедимся, что аппроксимации второй степенью недостаточно. Для этого в выражении (2.17) подставим $r_4 = 0$. Тогда:

$$2r_2 \cdot \left[(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta) \cdot \dot{S}_1 + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta) \cdot \dot{S}_2 \right] = 0.$$

Амплитудные множители при $\alpha_{\text{треб}}$ не выходящих за пределы МИ определяются как:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1(\xi) &= \frac{1-\xi}{2} = \frac{1-\alpha_{\text{треб}}/\delta}{2}; \\ \dot{S}_2(\xi) &= 1 - \dot{S}_1(\xi) = 1 - \frac{1-\xi}{2} = \frac{1+\xi}{2} = \frac{1+\alpha_{\text{треб}}/\delta}{2}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

тогда

$$2r_2 \cdot \left[\alpha_{\text{треб}} \cdot \frac{1 - \alpha_{\text{треб}}/\delta}{2} + \Delta\alpha \cdot \frac{1 - \alpha_{\text{треб}}/\delta}{2} + \delta \cdot \frac{1 - \alpha_{\text{треб}}/\delta}{2} + \right. \\ \left. \alpha_{\text{треб}} \cdot \frac{1 + \alpha_{\text{треб}}/\delta}{2} + \Delta\alpha \cdot \frac{1 + \alpha_{\text{треб}}/\delta}{2} - \delta \cdot \frac{1 + \alpha_{\text{треб}}/\delta}{2} \right] = 0.$$

Найдя величину ошибки, получим:

$$\Delta\alpha = 0.$$

То есть для оценки ошибки пеленга КЦИ принципиально нельзя использовать полином второй степени при аппроксимации ДН. Что подтверждает ранее полученный результат.

Вернемся к аппроксимации ДН полиномом 4 степени.

Величины угловых положений излучателей и угловых положений КЦИ (при имитации в пределах между излучателями МИ) малы, поэтому в слагаемых с низкой степенью они могут быть опущены:

$$2r_2 \cdot \left[(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta) \cdot \dot{S}_1(\xi) + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta) \cdot \dot{S}_2(\xi) \right] + \\ + 4r_4 \cdot \left[(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta)^3 \cdot \dot{S}_1(\xi) + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta)^3 \cdot \dot{S}_2(\xi) \right] \approx 0. \\ 2r_2 \left[\Delta\alpha \dot{S}_1(\xi) + \Delta\alpha \dot{S}_2(\xi) \right] + \\ + 4r_4 \left[(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta)^3 \dot{S}_1(\xi) + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta)^3 \dot{S}_2(\xi) \right] \approx 0. \\ 2r_2 \Delta\alpha \left(\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi) \right) + \\ + 4r_4 \left[(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta)^3 \dot{S}_1(\xi) + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta)^3 \dot{S}_2(\xi) \right] \approx 0.$$

Разделив на $4r_4$:

$$\frac{r_2}{2r_4} \cdot \Delta\alpha \cdot \left(\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi) \right) + \\ + \left[(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta)^3 \cdot \dot{S}_1(\xi) + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta)^3 \cdot \dot{S}_2(\xi) \right] = 0.$$

Учтем, то, что $|\dot{S}_1(\xi) + \dot{S}_2(\xi)| = 1$, тогда

$$\frac{r_2}{2r_4} \cdot \Delta\alpha + \left[(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta)^3 \cdot \dot{S}_1(\xi) + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta)^3 \cdot \dot{S}_2(\xi) \right] = 0.$$

Сгруппируем, раскроем скобки и учтем, что $\Delta\alpha \ll \alpha_{\text{треб}}$ и $\Delta\alpha \ll \delta$:

$$\begin{aligned} ((\alpha_{\text{треб}} \pm \delta) + \Delta\alpha)^3 &= (\alpha_{\text{треб}} \pm \delta)^3 + 3(\alpha_{\text{треб}} \pm \delta)^2 \cdot \Delta\alpha + \\ &+ 3(\alpha_{\text{треб}} \pm \delta) \Delta\alpha^2 + \Delta\alpha^3 \approx (\alpha_{\text{треб}} \pm \delta)^3 + 3(\alpha_{\text{треб}} \pm \delta)^2 \cdot \Delta\alpha. \end{aligned}$$

Подставив амплитудные множители (2.18) и выразив величину ошибки, получим:

$$\Delta\alpha \approx -\frac{4\alpha_{\text{треб}}(\delta - \alpha_{\text{треб}})(\delta + \alpha_{\text{треб}})}{6\delta^2 - 6\alpha_{\text{треб}}^2 + r_2/r_4} = -\frac{4\delta^2\alpha_{\text{треб}} + 4\alpha_{\text{треб}}^3}{6\delta^2 - 6\alpha_{\text{треб}}^2 + r_2/r_4}.$$

Выполним замену $\alpha_{\text{треб}} = \xi \cdot \delta$:

$$\Delta\alpha \approx \frac{4(\xi^3 - \xi)\delta^3}{6(1 - \xi^2)\delta^2 + r_2/r_4}.$$

Нормированная к угловому положению излучателя МИ величина ошибки:

$$\begin{aligned} \chi(\xi) &= \frac{\Delta\alpha}{\delta} = \frac{4(\xi^3 - \xi)\delta^3}{6(1 - \xi^2)\delta^2 + r_2/r_4} \cdot \frac{1}{\delta} = \\ &= \frac{4(\xi^3 - \xi)\delta^2}{6(1 - \xi^2)\delta^2 + r_2/r_4} = \frac{2(\xi^3 - \xi)}{3(1 - \xi^2) + \frac{1}{\delta^2} \cdot \frac{r_2}{r_4}}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.4.2 Оценка ошибки при использовании разностной диаграммы направленности

Для разностной ДН, получим:

$$\begin{aligned} g_1 \cdot [(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta) \cdot \dot{S}_1(\xi) + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta) \cdot \dot{S}_2(\xi)] + \\ + g_3 \cdot [(\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha + \delta)^3 \cdot \dot{S}_1(\xi) + (\alpha_{\text{треб}} + \Delta\alpha - \delta)^3 \cdot \dot{S}_2(\xi)] \approx 0. \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\frac{g_1}{g_3} \cdot \Delta\alpha + \left[((\alpha_{\text{треб}} + \delta) + \Delta\alpha)^3 \cdot \dot{S}_1 + ((\alpha_{\text{треб}} - \delta) + \Delta\alpha)^3 \cdot \dot{S}_2 \right] \approx 0.$$

Проделав выкладки, аналогичные проведенным для суммарной ДН, получим ошибку в виде:

$$\chi(\xi) = \frac{\Delta\alpha}{\delta} \approx \frac{2(\xi^3 - \xi)\delta^2}{3(1 - \xi^2)\delta^2 + g_1/g_3} = \frac{2(\xi^3 - \xi)}{3(1 - \xi^2) + \frac{1}{\delta^2} \cdot \frac{g_1}{g_3}}. \quad (2.21)$$

Сравним (2.19) и (2.21).

Нетрудно заметить соответствие коэффициентов аппроксимации:

$$2 \cdot r_2 = g_1; \quad 4 \cdot r_4 = g_3,$$

$$\frac{r_2}{2 \cdot r_4} = \frac{g_1}{g_3}.$$

Сведем в таблицу 2.2 полученные соотношения для нахождения ошибки в пределах МИ.

Таблица 2.2 – Выражения для определения ошибки установки КЦИ

Вид ДН	Аппроксимирующий полином $F(\alpha)$	Нормированная к излучателю величина ошибки
Суммарная	$r_0 + r_2 \alpha^2 + r_4 \alpha^4$	$\chi_1 = \frac{2(\xi^3 - \xi)}{3(1 - \xi^2) + \frac{1}{\delta^2} \cdot \frac{r_2}{2r_4}}$
Разностная	$g_1 \alpha + g_3 \alpha^3$	$\chi_2 = \frac{2(\xi^3 - \xi)}{3(1 - \xi^2) + \frac{1}{\delta^2} \cdot \frac{g_1}{g_3}}$
Разностная по аппроксимированной суммарной	$r_0 + r_2 \alpha^2 + r_4 \alpha^4$	$\chi_3 =$ $= \frac{2(\xi^3 - \xi)}{3(1 - \xi^2) + \frac{1}{\delta^2} \cdot \left(\varepsilon^2 + \frac{r_2}{2r_4} \right)}$

На рис. 2.11 показаны результаты расчета ошибок по выражениям, сведенным в таблицу 2.2. Помимо этого, на рисунке сплошной линией изображены результаты численного эксперимента (χ_0), полученные по суммарной ДН без аппроксимации. Кривая введена в качестве референтной.

В качестве модели ДН использована экспонента Гаусса. Графические зависимости, полученные для ДН cos и различных баз матрицы, приведены в Приложении Б.

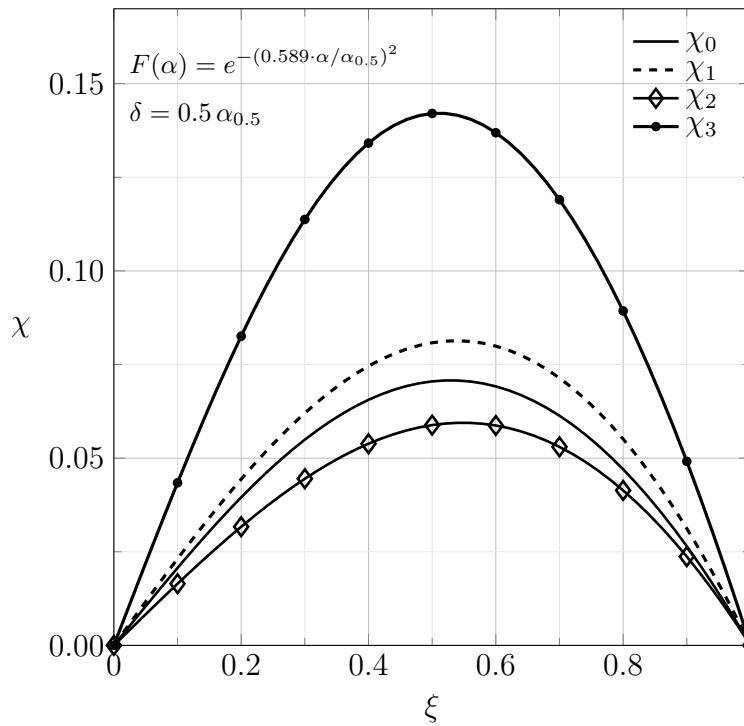


Рисунок 2.11 – Зависимость ошибки от задаваемого положения КЦИ

Видно, что максимальное отклонение от χ_0 наблюдается у функции χ_3 , что можно объяснить следующим: область пересечения разностной ДН нуля образуется путем вычитания «скатов» суммарных ДН.

Поскольку суммарная ДН аппроксимируется в области максимума, качество аппроксимации на «скате» снижено. В результате этого в области нуля будут наблюдаться искажения разностной ДН.

Применение суммарной ДН, аппроксимированной полиномом четвертой степени, всегда дает завышенную ошибку $\chi_1 > \chi_0$. Это можно расценивать как положительный момент, поскольку оценка ошибки в таком случае будет пессимистичной, обеспечивая гарантию ее не превышения.

Заниженная (приблизительно на 10 процентов) ошибка (χ_2) получена при использовании разностной ДН, которая аппроксимирована полиномом третьей степени.

В целом полученное решение можно расценивать как альтернативу полученному в предыдущем разделе.

2.5 Механизм возникновения ошибки

Исследование рассматриваемых ошибок МИ было бы не полным без объяснения причин их возникновения.

Рассмотрим, как нелинейность производной от суммарной ДН и нелинейность разностной ДН, приводящие к нелинейности пеленгационной характеристики, влияет на величину ошибки пеленга. Для этого последовательно рассмотрим ситуации установки КЦИ в различные положения:

$\xi=0$ – центр матрицы;

$\xi=0.5$ – внутри матрицы при смещении в одну из сторон;

$\xi=1$ – на излучателе матрицы;

$\xi=2$ – удаление за предел матрицы на половину базы;

$\xi=3$ – удаление за предел матрицы на величину базы матрицы.

Для $\delta=0.5\alpha_{0.5}$ и ДН экспонента Гаусса получим значения ошибки, приведенные в Таблице 2.3.

Таблица 2.3 – Соответствие ошибки измерения положения КЦИ

ξ	0	0.5	1	2	3
χ	0	0.08	0	-0.596	-1.432

Ошибка равна нулю для КЦИ в центре матрицы, и при имитации КЦИ на границе МИ (когда МИ вырождается в единственную точку).

При имитации КЦИ на излучателе матрица вырождается в единственную точку, следовательно, ошибка будет равна нулю.

В остальных случаях ошибка ненулевая. Объяснение этому может быть следующим.

При работе с МИ точек две. Соответствующие им сигналы взвешиваются ДН (см. (2.2)):

$$U_{\Sigma}(\alpha_0, \xi, \delta) \sim F(\alpha_0 + \delta) \cdot \dot{S}_1(\xi) + F(\alpha_0 - \delta) \cdot \dot{S}_2(\xi).$$

Для точки экстремума, определяющей измеренное положение КЦИ, как и ранее

$$\left. \frac{d}{d\alpha_0} U_{\Sigma}(\alpha_0, \xi, \delta) \right|_{\alpha_0 = \alpha_{0 \text{ экс}}}.$$

Для идеальной суммарной ДН, задаваемой полином второй степени (и идеальной разностной ДН, имеющей вид наклонной прямой), получим:

$$\frac{d}{d\alpha}U_{\Sigma}(\alpha_0, \xi, \delta) \sim \alpha - \alpha_0.$$

Положение экстремума:

$$\frac{d}{d\alpha}U_{\Sigma}(\alpha, \xi, \delta) = 0 \Big|_{\alpha=\alpha_0},$$

то есть при $\alpha=\alpha_0$. Таким образом ошибка измерения положения КЦИ всегда равна нулю.

Для ДН, содержащих ненулевые слагаемые четвертой степени (или третьей степени для разностной ДН) производная от U_{Σ} теряет линейность, у нее появляется добавка. Поэтому, в точке $\alpha=\alpha_0$ будем иметь:

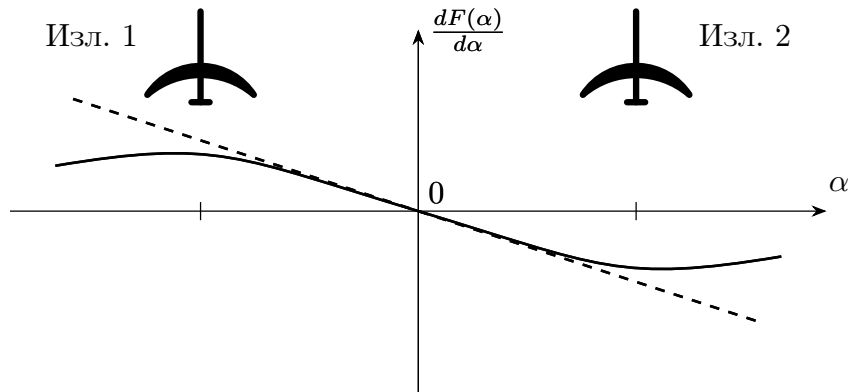
$$\begin{aligned} \frac{d}{d\alpha}U_{\Sigma}(\alpha_0, \xi, \delta) &\sim \alpha + \Delta\alpha - \alpha_0 = \alpha + \frac{4(\xi^3 - \xi)\delta^3}{6(1 - \xi^2)\delta^2 + r_2/r_4} - \alpha_0, \\ \frac{d}{d\alpha}U_{\Sigma}(\alpha, \xi, \delta) \Big|_{\alpha=\alpha_0} &\sim \frac{4(\xi^3 - \xi)\delta^3}{6(1 - \xi^2)\delta^2 + r_2/r_4}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Видно, что при отклонении положения КЦИ от центра МИ (т.е. для $\xi \neq 0$) при $\alpha=\alpha_0$ имеем ненулевое значение производной (и ненулевое значение сигнала на выходе разностной ДН). Для получения нулевого значения ось ДН антенны должна быть смещена (на величину ошибки измерения углового положения КЦИ ($\Delta\alpha$)).

ДН антенны определяет ее пеленгационную характеристику по угловым координатам. Для аппроксимаций полиномом второй степени она линейна (соответственно, для разностной ДН – полиномом первой степени). Для четвертой степени (соответственно для разностной ДН – третьей степени) – теряет линейность (смотри рисунок 2.12).

Поэтому можно говорить о том, что причина появления ошибок установки углового положения КЦИ в МИ кроется в нелинейности пеленгационной характеристики антенны, используемой для его измерения.

а)



б)

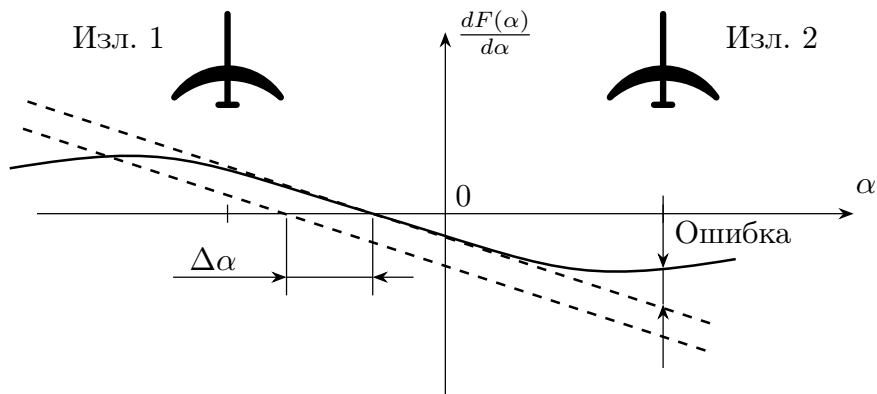


Рисунок 2.12 – Качественное изображение пеленгационных характеристик:
идеальная – штриховая линия; неидеальная – сплошная линия.
а) КЦИ в центре, б) КЦИ смещен относительно центра

2.6 Ошибки установки кажущегося центра излучения по обеим угловым координатам

Разовьем полученные результаты применительно к двумерному МИ, обеспечивающему установку углового положения КЦИ по обеим угловым координатам: углу места и азимуту (рисунок 1.11). Амплитудные множители при этом рассчитываются по формуле (1.3), а установка углового положения КЦИ выполняется независимо по азимуту и углу места.

Если двумерная ДН антенны $F(\alpha, \theta)$ может быть представлена как $F(\alpha, \theta) = F(\alpha) \cdot F(\theta)$ (т.е. допускает разделимость пространственных переменных) то, вполне очевидно, что полученные ранее для одномерной модели соотношения и выводы будут справедливы и для двухмерного случая.

Действительно, в этом случае выражение (2.2) трансформируется к

виду:

$$\begin{aligned}
 U_{\Sigma}(\alpha_0, \theta_0, \xi_{\alpha}, \xi_{\theta}, \delta_{\alpha}, \delta_{\theta}) \sim & F(\alpha_0 + \delta_{\alpha}, \theta_0 + \delta_{\theta}) \cdot \dot{S}_{1,\alpha}(\xi_{\alpha}) \dot{S}_{1,\theta}(\xi_{\theta}) + \\
 & + F(\alpha_0 - \delta_{\alpha}, \theta_0 + \delta_{\theta}) \cdot \dot{S}_{2,\alpha}(\xi_{\alpha}) \dot{S}_{1,\theta}(\xi_{\theta}) + \\
 & + F(\alpha_0 + \delta_{\alpha}, \theta_0 - \delta_{\theta}) \cdot \dot{S}_{1,\alpha}(\xi_{\alpha}) \dot{S}_{2,\theta}(\xi_{\theta}) + \\
 & + F(\alpha_0 - \delta_{\alpha}, \theta_0 - \delta_{\theta}) \cdot \dot{S}_{2,\alpha}(\xi_{\alpha}) \dot{S}_{2,\theta}(\xi_{\theta}) = \\
 & = \left(F(\theta_0 + \delta_{\theta}) \cdot \dot{S}_{1,\theta}(\xi_{\alpha}) + F(\theta_0 - \delta_{\theta}) \cdot \dot{S}_{2,\theta}(\xi_{\alpha}) \right) \times \\
 & \times \left(F(\alpha_0 + \delta_{\alpha}) \cdot \dot{S}_{1,\alpha}(\xi_{\theta}) + F(\alpha_0 - \delta_{\alpha}) \cdot \dot{S}_{2,\alpha}(\xi_{\theta}) \right),
 \end{aligned}$$

где α_0, θ_0 – положение оси ДН по азимуту и углу места; $\xi_{\alpha}, \xi_{\theta}$ – заданное положение КЦИ в азимутальной и угломестной плоскостях; $\delta_{\alpha}, \delta_{\theta}$ – положение излучателей МИ в азимутальной и угломестной плоскостях; $\dot{S}_{1,\alpha}(\xi_{\alpha}), \dot{S}_{2,\alpha}(\xi_{\alpha}), \dot{S}_{1,\theta}(\xi_{\theta}), \dot{S}_{2,\theta}(\xi_{\theta})$ – весовые коэффициенты, обеспечивающие установку КЦИ в азимутальной $\left(\dot{S}_{1,\alpha}(\xi_{\alpha}), \dot{S}_{2,\alpha}(\xi_{\alpha}) \right)$ и угломестной $\left(\dot{S}_{1,\theta}(\xi_{\theta}), \dot{S}_{2,\theta}(\xi_{\theta}) \right)$ плоскостях (смотри (1.3)).

Аналогичный результат имеет место для разностной диаграммы.

При этом имитация будет вестись независимо по координатным плоскостям. Соответственно и ошибки установки положения КЦИ следует рассматривать независимо для угломестной и азимутальной плоскостей.

В случае неразделимости переменных функция ошибки χ станет двумерной, зависящей от азимутальной и угломестной координат. При этом в каждом из азимутальных или угломестных сечений она может рассматриваться как функция одной переменной, что допускает ее одномерную полиномиальную аппроксимацию и, соответственно, использование результатов анализа, полученных для одномерного случая.

Действительно, в этом случае имеем:

$$\begin{aligned}
 U_{\Sigma}(\alpha_0, \theta_0, \xi_{\alpha}, \xi_{\theta}, \delta_{\alpha}, \delta_{\theta}) \sim & \\
 \sim & \left(r_{\alpha 0} + r_{\alpha 2}(\alpha + \delta_{\alpha})^2 + r_{\alpha 4}(\alpha + \delta_{\alpha})^4 \right) \cdot \left(r_{\theta 0} + r_{\theta 2}(\theta + \delta_{\theta})^2 + r_{\theta 4}(\theta + \delta_{\theta})^4 \right) \times \\
 & \times \dot{S}_{1,\alpha}(\xi_{\alpha}) \dot{S}_{1,\theta}(\xi_{\theta}) + \\
 & + \left(r_{\alpha 0} + r_{\alpha 2}(\alpha - \delta_{\alpha})^2 + r_{\alpha 4}(\alpha - \delta_{\alpha})^4 \right) \cdot \left(r_{\theta 0} + r_{\theta 2}(\theta + \delta_{\theta})^2 + r_{\theta 4}(\theta + \delta_{\theta})^4 \right) \times \\
 & \times \dot{S}_{2,\alpha}(\xi_{\alpha}) \dot{S}_{1,\theta}(\xi_{\theta}) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (r_{\alpha 0} + r_{\alpha 2}(\alpha + \delta_{\alpha})^2 + r_{\alpha 4}(\alpha + \delta_{\alpha})^4) \cdot (r_{\theta 0} + r_{\theta 2}(\theta - \delta_{\theta})^2 + r_{\theta 4}(\theta - \delta_{\theta})^4) \times \\
& \times \dot{S}_{1,\alpha}(\xi_{\alpha}) \dot{S}_{2,\theta}(\xi_{\theta}) + \\
& + (r_{\alpha 0} + r_{\alpha 2}(\alpha - \delta_{\alpha})^2 + r_{\alpha 4}(\alpha - \delta_{\alpha})^4) \cdot (r_{\theta 0} + r_{\theta 2}(\theta - \delta_{\theta})^2 + r_{\theta 4}(\theta - \delta_{\theta})^4) \times \\
& \times \dot{S}_{2,\alpha}(\xi_{\alpha}) \dot{S}_{2,\theta}(\xi_{\theta}).
\end{aligned}$$

Аналогичный результат имеет место для разностной диаграммы.

Выводы по второму разделу

1. Замещение точечного объекта системой из нескольких излучателей, имеющее место в матричных имитаторах, приводит к появлению специфической ошибки установки углового положения кажущегося центра излучения.

2. Ошибка имеет место во всей области возможных угловых положений КЦИ, как в пределах матрицы, так и за ее пределами. Причем в последнем случае она быстро нарастает с ростом отклонения положения КЦИ от краев МИ. Ошибка имеют нулевые значения только для трех положений КЦИ – в центре матрицы и на ее краях (в точках, совпадающих с положениями излучателей).

3. Величина ошибки зависит от разноса излучателей МИ, углового положения КЦИ и формы ДН антенны испытываемой радиоэлектронной системы. Точнее, от нелинейности пеленгационной характеристики антенны, определяемой отношением коэффициентов полинома, аппроксимирующего диаграмму: r_2/r_4 (для игольчатой ДН) и g_1/g_3 (для разностной ДН).

4. При этом наибольшая ошибка имеет место для ДН вида экспоненты Гаусса, а наименьшая – для ДН вида $\cos$.

3 Вероятностные характеристики ошибок имитации шумов угловых координат, моделируемых матричным имитатором

Как известно (смотри обзор, представленный в первом разделе), распределенному объекту присущи случайные перемещения КЦИ, в том числе и по угловым координатам. Поскольку установка углового положения (смотри раздел 2) в МИ сопряжена с ошибками, то логично ожидать, что они приведут к ошибкам моделирования ШК распределенного объекта.

Цель раздела – определить ошибки задания вероятностных характеристик угловых шумов, моделируемых МИ распределенных объектов.

В разделе решены следующие основные задачи.

1. Получены соотношения для расчета ПРВ, а также математического ожидания и рассеяния угловых шумов имитируемого распределенного объекта с учетом ошибок, вносимых МИ.

2. Установлены зависимости ошибок моделирования этих величин от параметров МИ, объекта и ДН.

3.1 Плотность распределения вероятностей имитируемых шумов угловых координат

Ранее, во втором разделе, показано, что точность установки углового положения МИ во многом определяется ошибками, обусловленными нелинейностью пеленгационной характеристики антенны (2.22).

Для распределенного по угловой координате объекта характерно перемещения КЦИ случайным образом [96], с функцией распределения (1.1). Это явление называется шумами угловых координат.

При этом, согласно (2.12), от положения КЦИ будет зависеть получаемая ошибка пеленга. В силу случайности этого положения она тоже будет случайной и, соответственно, будет характеризоваться вероятностными характеристиками.

Найдем ПРВ ШК с учетом ошибок установки углового положения, используя метод обратных функций.

Установим соответствие между плотностями распределения положений КЦИ для объекта (обозначим ее $W_{\text{треб}}(\xi_{\text{треб}})$) и его двухточечной

модели (обозначим ее $W_{\text{изм}}(\xi_{\text{изм}})$).

Соотношение (2.12) определяет нелинейную связь между $\xi_{\text{треб}}$ и $\xi_{\text{изм}}$. При измерении положения КЦИ для двухточечной модели величина $\xi_{\text{треб}}$ подвергается нелинейному преобразованию (обозначим его $f(\xi_{\text{треб}})$):

$$f(\xi_{\text{треб}}) = \xi_{\text{треб}} + \chi(\xi_{\text{треб}}).$$

Для определения $(W_{\text{изм}}(\xi_{\text{изм}}))$ воспользуемся известным соотношением [97, 98]:

$$W_{\text{изм}}(\xi_{\text{изм}}) = W_{\text{треб}}(\xi_{\text{треб}}) \left| \frac{d\xi_{\text{треб}}}{d\xi_{\text{изм}}} \right| = W_{\text{треб}}(f^{-1}(\xi_{\text{изм}})) \cdot \left| \frac{df^{-1}(\xi_{\text{изм}})}{d\xi_{\text{изм}}} \right|, \quad (3.1)$$

где $f^{-1}(\xi_{\text{изм}})$ – функция, обратная функции $f(\xi_{\text{треб}})$.

Как показано в Приложении В и [99], $\chi(\xi_{\text{треб}})$ может быть разбита на четыре участка, в пределах которых применимы простейшие аппроксимации (линейным и квадратичным полиномом):

$$\chi(\xi) = \chi_{a1}(\xi) + \chi_{a2}(\xi) + \chi_{a3}(\xi) + \chi_{a4}(\xi),$$

где $\chi_{a1}(\xi) = a_0 + a_1\xi$, при $\xi \leq -\xi_{\text{ТР}}$, иначе $\chi_{a1}(\xi) = 0$;

$\chi_{a2}(\xi) = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2$, при $-\xi_{\text{ТР}} < \xi \leq 0$, иначе $\chi_{a2}(\xi) = 0$;

$\chi_{a3}(\xi) = -b_0 + b_1\xi - b_2\xi^2$, при $0 < \xi < \xi_{\text{ТР}}$, иначе $\chi_{a3}(\xi) = 0$;

$\chi_{a4}(\xi) = -a_0 + a_1\xi$, при $\xi \geq \xi_{\text{ТР}}$, иначе $\chi_{a4}(\xi) = 0$;

$\chi_{a1}(\xi) \dots \chi_{a4}(\xi)$ – функции ошибки установки углового положения КЦИ на участках 1–4 (см. Приложение В) соответственно; a_0, a_1, b_0, b_1, b_2 – коэффициенты аппроксимации; $-\xi_{\text{ТР}}, \xi_{\text{ТР}}$ – точки перехода от линейного к квадратичному участкам и наоборот.

Коэффициенты аппроксимации и положения точек перехода от линейных к квадратичным участкам зависят от ДН антенны и базы матрицы.

Результаты их поиска представлены в Приложении В, а также частично в таблице 3.1 и на рисунках 3.1, 3.2. Последние получены для антенн, ДН которых (точнее их главные лепестки) (смотри раздел 2), дают наименьшие (ДН вида cos) и наибольшие (ДН вида экспонента Гаусса) значения ошибок.

Таблица 3.1 – Коэффициенты аппроксимации ошибки пеленга для ДН вида $\cos$ и экспонента Гаусса, а также относительные значения ошибок аппроксимации (их максимальные (Макс.) и среднеквадратические (СКО) значения)

δ	ДН вида $\cos$			ДН экспонента Гаусса		
	$0.1\alpha_{0.5}$	$0.5\alpha_{0.5}$	$\alpha_{0.5}$	$0.1\alpha_{0.5}$	$0.5\alpha_{0.5}$	$\alpha_{0.5}$
a_0	-10.8006	-2.1581	-1.232	-4.0978	-1.4974	-0.99375
a_1	-0.90199	-0.89896	-0.92266	-0.88437	-0.96327	-1.0216
Макс.	-0.012396	-0.014026	-0.009239	-14.9751	-0.0062453	0.3281
СКО	-0.008395	-0.009503	-0.006288	-9.9326	-0.0042204	0.18133
ξ_{TP}	18.96	3.12	1.956	2.76	2.592	1.54
b_0	0.001526	0.003918	-0.018363	0.003709	-0.031804	0.001645
b_1	0.064855	0.12856	0.29655	0.032691	0.17814	0.70993
b_2	0.022447	0.12695	0.32139	0.026435	0.23631	0.16184
Макс.	-0.011667	-0.013176	-0.064266	-0.031276	-0.059116	0.004959
СКО	-0.008228	-0.009221	-0.045301	-0.022611	-0.040924	0.003508

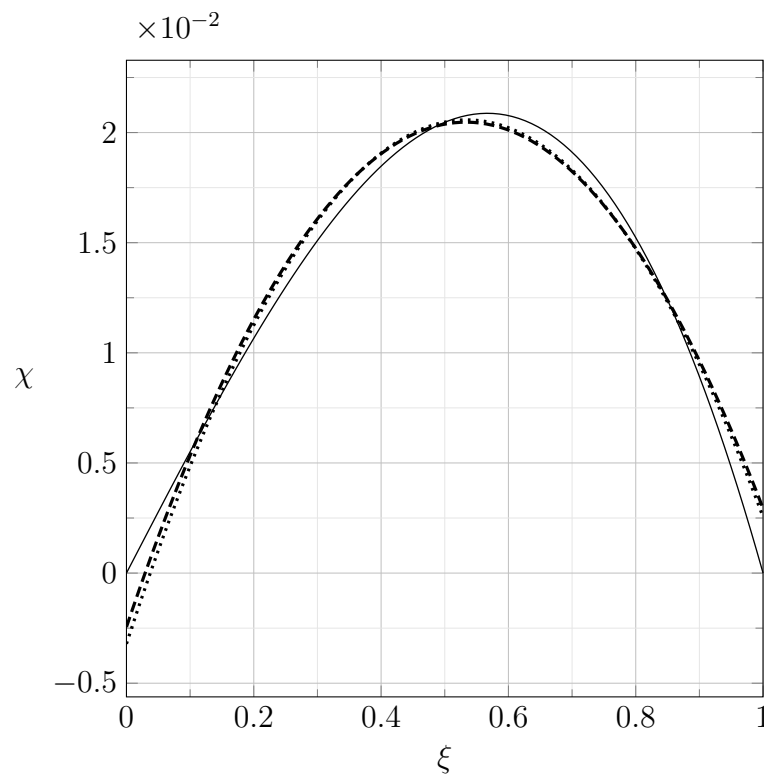


Рисунок 3.1 – Пример аппроксимации функции ошибки (2.12) в пределах модели квадратичным полиномом для $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, ДН вида $\cos$

На рисунке 3.1 кривая, полученная по (2.12), показана сплошной линией, аппроксимирующая кривая, полученная по критерию минимума максимальной ошибки, показана пунктирной линией, по критерию минимума среднеквадратической ошибки – штриховой линией.

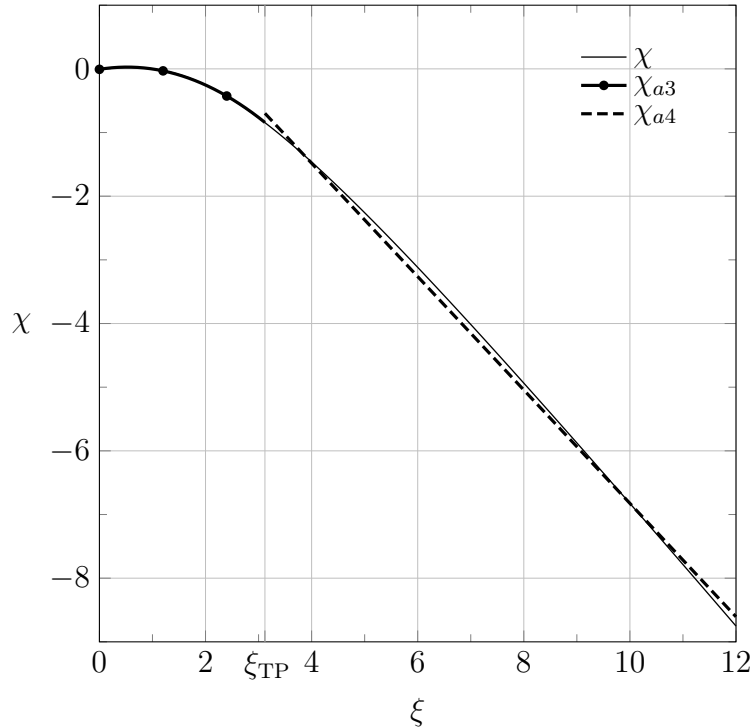


Рисунок 3.2 – Пример аппроксимации функции ошибки (2.12) на участках 3 и 4 для $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, ДН вида $\cos$

В качестве примера, на рисунке 3.2 показана кривая, полученная по (2.12) (сплошная линия) и две аппроксимирующие ее кривые ($\chi_{a3}(\xi)$, $\chi_{a4}(\xi)$) соединенные в точке перехода $\xi_{ТР}$.

Из представленных результатов видно, что выбранные аппроксимации обеспечивают высокую точность.

Итак, нелинейная функция ошибки разбивается на два квадратичных и два линейных участка, на которых описывается простыми соотношениями.

Рассмотрим ПРВ ШК на этих участках [100].

1. Для первого линейного участка ($\xi \leq -\xi_{ТР}$) получим следующий результат.

Найдем функцию, обратную функции $f(\xi_{треб})$:

$$\chi_1(\xi_{треб}) = \xi_{изм} - \xi_{треб} = a_0 + a_1 \cdot \xi_{треб}, \quad \xi_{изм} = a_0 + a_1 \cdot \xi_{треб} + \xi_{треб},$$

$$\xi_{\text{изм}} = a_0 + \xi_{\text{треб}}(1 + a_1), \quad \xi_{\text{треб}} = \frac{\xi_{\text{изм}} - a_0}{1 + a_1}.$$

Таким образом, обратная функция будет равна:

$$f^{-1}(\xi_{\text{изм}}) = \frac{\xi_{\text{изм}} - a_0}{1 + a_1}.$$

Найдем производную от обратной функции:

$$\frac{df^{-1}(\xi_{\text{изм}})}{d\xi_{\text{изм}}} = \frac{1}{1 + a_1}.$$

Выразим искомую плотность вероятности через исходную (1.1), используя (3.1):

$$W_{\text{изм1}}(\xi_{\text{изм}}) = \frac{\mu}{2 \cdot \left(1 + \mu^2 \cdot \left(\frac{\xi_{\text{изм}} - a_0}{1 + a_1} - m\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{1}{|1 + a_1|}$$

2. Для второго линейного участка ($\xi \geq \xi_{\text{тр}}$) имеем:

$$\chi_4(\xi_{\text{треб}}) = \xi_{\text{изм}} - \xi_{\text{треб}} = -a_0 + a_1 \cdot \xi_{\text{треб}},$$

$$f^{-1}(\xi_{\text{изм}}) = \frac{\xi_{\text{изм}} + a_0}{1 + a_1},$$

$$W_{\text{изм4}}(\xi_{\text{изм}}) = \frac{\mu}{2 \cdot \left(1 + \mu^2 \cdot \left(\frac{\xi_{\text{изм}} + a_0}{1 + a_1} - m\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{1}{|1 + a_1|}.$$

3. Для первого квадратичного участка ($-\xi_{\text{тр}} < \xi \leq 0$):

$$\xi_{\text{изм}} = b_0 + b_1 \cdot \xi_{\text{треб}} + b_2 \cdot \xi_{\text{треб}}^2 + \xi_{\text{треб}},$$

$$\xi_{\text{изм}} = b_0 + \xi_{\text{треб}} \cdot (1 + b_1) + b_2 \cdot \xi_{\text{треб}}^2,$$

$$\xi_{\text{треб1,2}} = -\frac{b_1 + 1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 + 4b_2\xi_{\text{изм}} + 2b_1 + 1}}{2b_2}.$$

Таким образом, обратная функция будет равна:

$$f_{1,2}^{-1}(\xi_{\text{изм}}) = -\frac{b_1 + 1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 + 4b_2\xi_{\text{изм}} + 2b_1 + 1}}{2b_2}.$$

Найдем производную от обратной функции:

$$\frac{df_{1,2}^{-1}(\xi_{\text{изм}})}{d\xi_{\text{изм}}} = \pm \frac{1}{\sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 + 4b_2\xi_{\text{изм}} + 2b_1 + 1}}.$$

Выразим искомую плотность вероятности, используя (3.1):

$$\begin{aligned} W_{\text{изм } 2}(\xi_{\text{изм}}) = & \frac{\mu}{2 \cdot \left(1 + \mu^2 \cdot \left(-\frac{b_1 + 1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 + 4b_2\xi_{\text{изм}} + 2b_1 + 1}}{2b_2} - m \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \times \\ & \times \left| -\frac{1}{\sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 + 4b_2\xi_{\text{изм}} + 2b_1 + 1}} \right| + \\ & + \frac{\mu}{2 \cdot \left(1 + \mu^2 \cdot \left(-\frac{b_1 + 1 - \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 + 4b_2\xi_{\text{изм}} + 2b_1 + 1}}{2b_2} - m \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \times \\ & \times \left| \frac{1}{\sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 + 4b_2\xi_{\text{изм}} + 2b_1 + 1}} \right|. \end{aligned}$$

4. Для второго квадратичного участка ($0 < \xi < \xi_{\text{тр}}$) имеем:

$$\xi_{\text{изм}} = -b_0 + b_1 \cdot \xi_{\text{тр}} - b_2 \cdot \xi_{\text{тр}}^2 + \xi_{\text{тр}},$$

$$\xi_{\text{изм}} = -b_0 + \xi_{\text{тр}} \cdot (1 + b_1) - b_2 \cdot \xi_{\text{тр}}^2,$$

$$\xi_{\text{тр}1,2} = \frac{b_1 + 1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 - 4b_2\xi_{\text{изм}} \pm 2b_1 + 1}}{2b_2},$$

$$\frac{df_{1,2}^{-1}(\xi_{\text{изм}})}{d\xi_{\text{изм}}} = -\frac{1}{\sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 - 4b_2\xi_{\text{изм}} \pm 2b_1 + 1}}.$$

Найдем искомую плотность вероятности:

$$\begin{aligned} W_{\text{изм } 3}(\xi_{\text{изм}}) = & \frac{\mu}{2 \cdot \left(1 + \mu^2 \cdot \left(\frac{b_1 + 1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 - 4b_2\xi_{\text{изм}} + 2b_1 + 1}}{2b_2} - m \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \times \\ & \times \left| -\frac{1}{\sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 - 4b_2\xi_{\text{изм}} + 2b_1 + 1}} \right| + \end{aligned}$$

$$+ \frac{\mu}{2 \cdot \left(1 + \mu^2 \cdot \left(\frac{b_1 + 1 - \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 - 4b_2\xi_{\text{изм}} + 2b_1 + 1}}{2b_2} - m \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \times$$

$$\times \left| \frac{1}{\sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2 - 4b_2\xi_{\text{изм}} - 2b_1 + 1}} \right|.$$

На рисунках 3.3, 3.4 представлены результаты расчетов по полученным формулам.

ПРВ ШК объекта нанесена сплошной линией. ПРВ при использовании МИ – штриховой. Угловое разнес излучателей двухточечной модели равен половине ширины ДН ($\delta = 0.5\alpha_{0.5}$). Рисунки получены для ДН вида косинус.

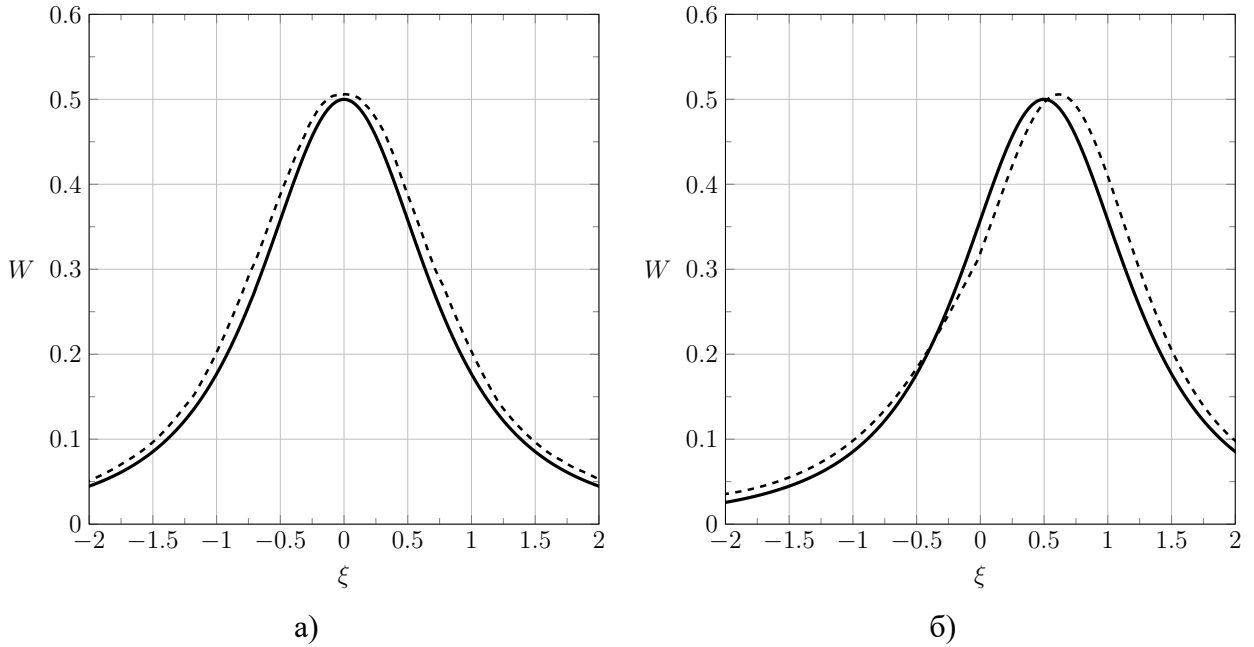


Рисунок 3.3 – ПРВ ШК объекта и его имитации с помощью МИ для $\mu=1$, а) $m=0$ и б) $m=0.5$

Из них видно, что при $m=0$ (рисунок 3.3 а), положения максимумов $W_{\text{треб}}(\xi_{\text{треб}})$ и $W_{\text{изм}}(\xi_{\text{изм}})$ совпадают, что означает отсутствие ошибок в величине смещения положения объекта имитации. Однако наблюдается расширение ПРВ – увеличение рассеяния положений КЦИ.

Повторим эксперимент для $\mu=2$ (рисунок 3.4):

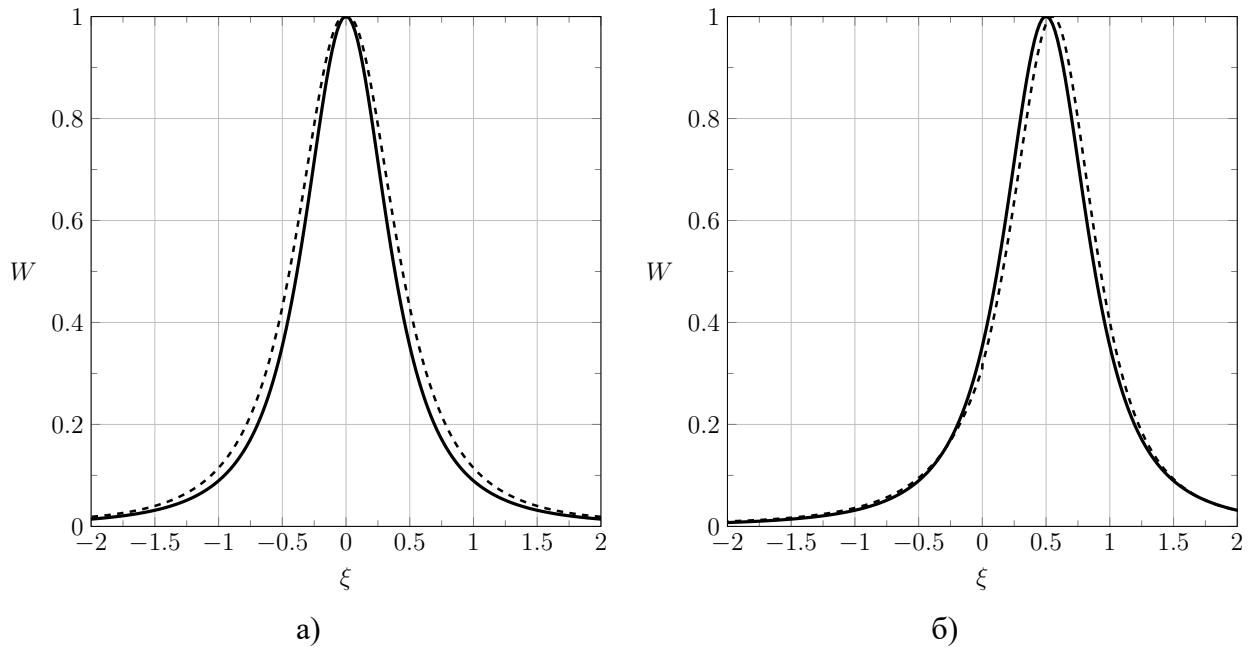


Рисунок 3.4 – ПРВ ШК объекта и его имитации с помощью МИ
для $\mu=2$, а) $m=0$ и б) $m=0.5$

Таблица 3.2 – Сравнение требуемой и измеренной ПРВ ШК

Параметры	Тип	m	γ_1
$\mu=1, m=0$	Объект	0	0
	Модель	0	0
$\mu=1, m=0.5$	Объект	0.5	0
	Модель	0.40505	-0.67049
$\mu=2, m=0$	Объект	0	0
	Модель	0	0
$\mu=2, m=0.5$	Объект	0.5	0
	Модель	0.48057	-0.94519

где коэффициент асимметрии:

$$\gamma_1 = \frac{\int_{-\xi_{\max}}^{\xi_{\max}} (\xi - m)^3 W(\xi) d\xi}{\left(\int_{-\xi_{\max}}^{\xi_{\max}} (\xi - m)^2 W(\xi) d\xi \right)^{3/2}}.$$

При m в интервале между точками модели, но не в ее центре (рисунки 3.3, б и 3.4, б, при работе с МИ:

- возникает ошибка в математическом ожидании ШК;
- $W_{\text{изм}}(\xi_{\text{изм}})$ становится несимметричной (смотри таблицу 3.2);
- увеличивается рассеяние ШК.

Таким образом, ошибка установки углового положения, обусловленная замещением распределенных объектов их двухточечными моделями, приводит к искажениям функции распределения имитируемых шумов угловых координат, а также погрешностям установки их параметров.

Эти погрешности в первую очередь проявляются в виде изменения математического ожидания и ширины функции распределения углового шума. Кроме того, функция распределения ШК становится несимметричной.

Изменения математического ожидания, ширины плотности вероятности распределения ШК, а также нарушение ее симметрии зависят от ДН, относительных размеров замещаемого объекта, разноса излучателей МИ и ряда других факторов.

Увеличение разноса излучателей МИ и угловых размеров объекта приводит к росту ошибок задания математического ожидания, а также к расширению функции плотности вероятности шумов угловых координат.

Оценим эти ошибки.

Используя полученные аппроксимации, найдем моменты распределения ошибки установки углового положения КЦИ.

Для k -го момента ошибки можно записать [101–104]:

$$M_k(m, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi^k(\xi_{\text{треб}}) \cdot W_{\text{треб}}(\xi_{\text{треб}}, m, \mu) d\xi.$$

Для снижения громоздкости последующих выкладок примем:

$$\chi(\xi_{\text{треб}}) = \chi, \quad \xi_{\text{треб}} = \xi, \quad W_{\text{треб}}(\xi_{\text{треб}}, m, \mu) = W.$$

3.2 Первый момент ошибки установки углового положения кажущегося центра излучения

Математическое ожидание (момент первого порядка ($k=1$)) ошибки измерения положения КЦИ [105]:

$$m_\chi = M_1(m, \mu) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi \cdot W \cdot d\xi = M_{11} + M_{12} + M_{13} + M_{14} =$$

$$= \int_{-\infty}^{-\xi_{TP}} \chi_{a1} \cdot W \cdot d\xi + \int_{-\xi_{TP}}^0 \chi_{a2} \cdot W \cdot d\xi + \int_0^{\xi_{TP}} \chi_{a3} \cdot W \cdot d\xi + \int_{\xi_{TP}}^{\infty} \chi_{a4} \cdot W \cdot d\xi.$$

При этом функции M_{11} , M_{14} определяют среднее значение ошибки за пределами матрицы (так как $|\xi_{TP}| > 1$ всегда), а функции M_{12} , M_{13} – в основном в пределах матрицы.

Рассмотрим слагаемые по отдельности, используя [106]:

$$M_{11} = \int_{-\infty}^{-\xi_{TP}} \chi_{a1} \cdot W \cdot d\xi = \int_{-\infty}^{-\xi_{TP}} (a_0 + a_1 \cdot \xi) \cdot \frac{\mu}{2 \cdot \left(1 + \mu^2 \cdot (\xi - m)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \cdot d\xi =$$

$$= - \frac{-\mu(a_1 m + a_0) \sqrt{(\xi_{TP} + m)^2 \mu^2 + 1} + (\xi_{TP} + m)(a_1 m + a_0) \mu^2 + a_1}{2\mu \sqrt{(\xi_{TP} + m)^2 \mu^2 + 1}},$$

$$M_{12} = \int_{-\xi_{TP}}^0 \chi_{a2} W d\xi = \int_{-\xi_{TP}}^0 (b_0 + b_1 \xi + b_2 \xi^2) \frac{\mu}{2 \left(1 + \mu^2 (\xi - m)^2\right)^{\frac{3}{2}}} d\xi =$$

$$= - \frac{1}{2\mu^2 \sqrt{(\xi_{TP} + m)^2 \mu^2 + 1} \sqrt{m^2 \mu^2 + 1}} \times$$

$$\times \left(\left(-b_2 (\text{arsh}(\mu(\xi_{TP} + m)) - \text{arsh}(m\mu)) \sqrt{m^2 \mu^2 + 1} + \right. \right.$$

$$+ \mu(m\mu^2(b_2 m^2 + b_1 m + b_0) + b_2 m + b_1)) \sqrt{(\xi_{TP} + m)^2 \mu^2 + 1} -$$

$$\left. - \mu \sqrt{m^2 \mu^2 + 1} \cdot (\mu^2(\xi_{TP} + m)(b_2 m^2 + b_1 m + b_0) + b_2 m - b_2 \xi_{TP} + b_1) \right).$$

$$\begin{aligned}
M_{13} &= \int_0^{\xi_{\text{TP}}} \chi_{a3} W d\xi = \int_0^{\xi_{\text{TP}}} (-b_0 + b_1 \xi - b_2 \xi^2) \frac{\mu}{2 \left(1 + \mu^2 (\xi - m)^2\right)^{\frac{3}{2}}} d\xi = \\
&= -\frac{1}{2\mu^2 \sqrt{(-\xi_{\text{TP}} + m)^2 \mu^2 + 1} \sqrt{m^2 \mu^2 + 1}} \times \\
&\times \left(\left(-b_2 (\text{arsh}(\mu(-\xi_{\text{TP}} + m)) - \text{arsh}(m\mu)) \sqrt{m^2 \mu^2 + 1} + \right. \right. \\
&+ \mu (m\mu^2 (b_2 m^2 - b_1 m + b_0) + b_2 m - b_1) \Big) \times \\
&\times \sqrt{(-\xi_{\text{TP}} + m)^2 \mu^2 + 1} - \mu \sqrt{m^2 \mu^2 + 1} \times \\
&\times \left(\mu^2 (-\xi_{\text{TP}} + m) (b_2 m^2 - b_1 m + b_0) + b_2 m + b_2 \xi_{\text{TP}} - b_1 \right) \Big). \\
M_{14} &= \int_{\xi_{\text{TP}}}^{\infty} \chi_{a4} W d\xi = \int_{\xi_{\text{TP}}}^{\infty} (-a_0 + a_1 \xi) \frac{\mu}{2 \left(1 + \mu^2 (\xi - m)^2\right)^{\frac{3}{2}}} d\xi = \\
&= -\frac{\mu(a_0 - a_1 m) \sqrt{1 + (-\xi_{\text{TP}} + m)^2 \mu^2} + (-\xi_{\text{TP}} + m)(a_0 - a_1 m) \mu^2 - a_1}{2\mu \sqrt{1 + (-\xi_{\text{TP}} + m)^2 \mu^2}}.
\end{aligned}$$

Тогда [99]:

$$\begin{aligned}
m_\chi &= -\frac{1}{2\mu^2 \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} \sqrt{(\xi_{\text{TP}} + m)^2 \mu^2 + 1} \sqrt{1 + (m - \xi_{\text{TP}})^2 \mu^2}} \times \\
&\times \left(\left(\left((-2a_1 m \mu^2 - \text{arsh}(\mu(m - \xi_{\text{TP}})) b_2 - \text{arsh}(\mu(\xi_{\text{TP}} + m)) b_2 + \right. \right. \right. \\
&+ 2\text{arsh}(m\mu) b_2) \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} + 2((b_2 m^2 + b_0) \mu^2 + b_2) m \mu \Big) \times \\
&\times \sqrt{(\xi_{\text{TP}} + m)^2 \mu^2 + 1} + \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} \mu \times \\
&\times \left((-b_2 m^2 + (a_1 - b_1) m + a_0 - b_0) (\xi_{\text{TP}} + m) \mu^2 - b_2 m + \right. \\
&+ b_2 \xi_{\text{TP}} + a_1 - b_1) \Big) \sqrt{1 + (m - \xi_{\text{TP}})^2 \mu^2} + \sqrt{(\xi_{\text{TP}} + m)^2 \mu^2 + 1} \times \\
&\times \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} \mu \left((-b_2 m^2 + (-a_1 + b_1) m + a_0 - b_0) (m - \xi_{\text{TP}}) \times \right. \\
&\times \left. \mu^2 - b_2 m - b_2 \xi_{\text{TP}} - a_1 + b_1 \right) \Big). \tag{3.2}
\end{aligned}$$

Проанализируем полученные зависимости.

Определим диапазоны изменения входящих в них переменных и

оценим (по формуле (3.2)) значения получаемых для них ошибок.

Математическое ожидание $-1 \leq m \leq 1$ ограничено условием размещения моделируемого объекта в пределах МИ, что отвечает условию минимальных искажений ДН [13].

По поводу диапазона изменения параметра μ можно отметить следующее.

В [17] выделено нескольких типовых распределений (равномерное, треугольное и т. д.) интенсивности отражений по поверхности объекта. Для них $1 \leq \mu \leq 2\sqrt{3}$. Воспользуемся этой оценкой.

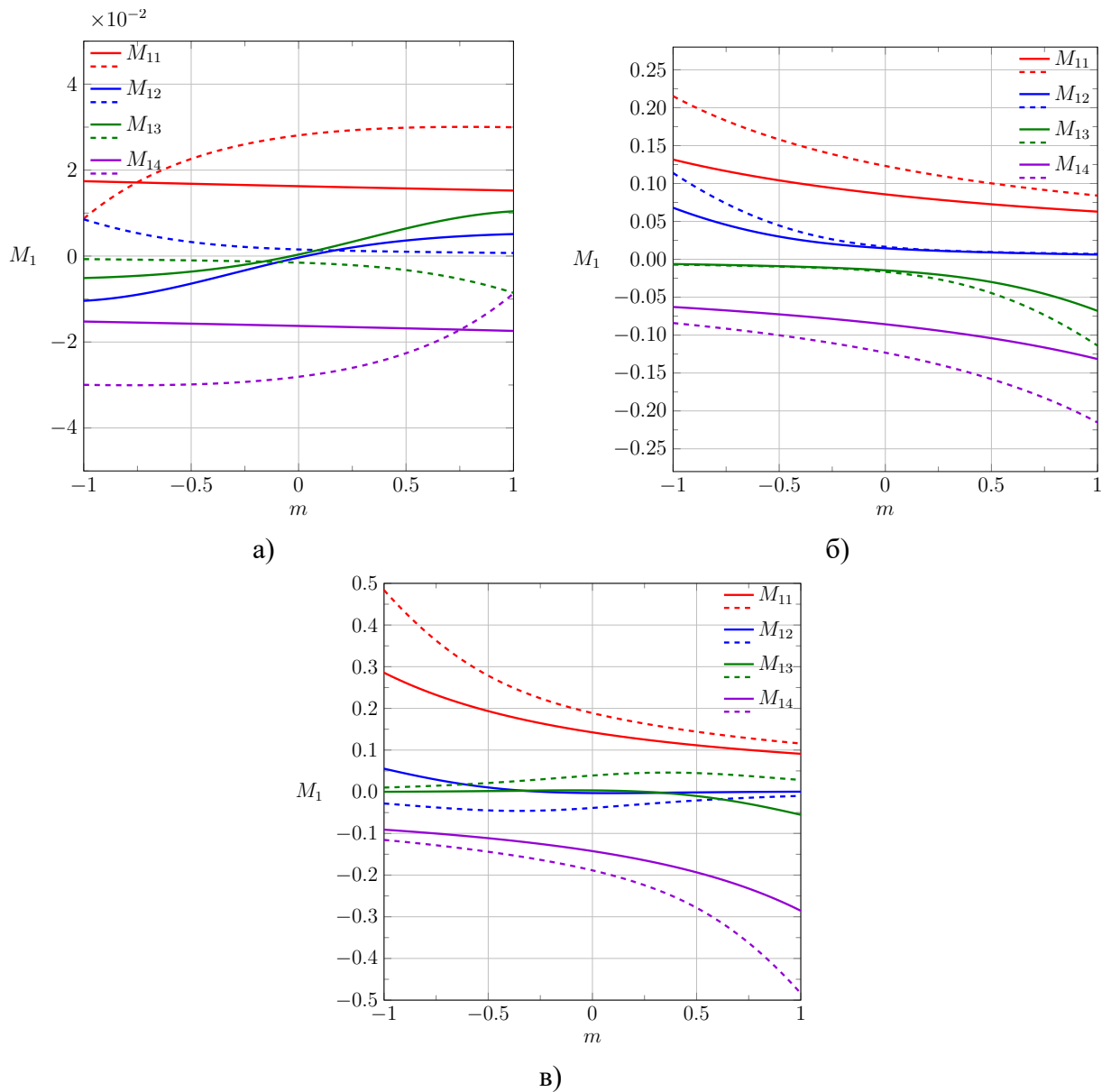


Рисунок 3.5 – Зависимости M_{11} , M_{12} , M_{13} , M_{14} (сплошная линия соответствует ДН вида $\cos$, штриховая – вида экспоненты Гаусса) для а) $\delta = 0.1\alpha_{0.5}$, б) $\delta = 0.5\alpha_{0.5}$, в) $\delta = \alpha_{0.5}$

Обозначим отношение углового размера объекта к разносу излучателей МИ как k_y .

Наибольшая ошибка в установке позиции КЦИ будет наблюдаться при максимально широкой ПРВ ШК, то есть при $\mu=1$.

Рассмотрим слагаемые, входящие в (3.2), при $k_y=1$ (рисунок 3.5).

Видно, что, во-первых, ошибка возрастает при увеличении разнosa излучателей, во-вторых, больший вклад в формировании ошибки вносят слагаемые M_{11} , M_{14} , соответствующие положениям КЦИ за пределами матрицы.

На рисунке 3.6 представлены результирующие зависимости для первого момента.

Как показано в разделе 2, ошибка пеленга равна нулю при расположении КЦИ в центре и на излучателях МИ. Однако, для распределенного объекта, в случае совпадения m с расположением излучателя матрицы (то есть при $m=\pm 1$), результирующая ошибка не равна нулю.

Большая ошибка имеет место для ДН вида экспонента Гаусса, поскольку нелинейность пеленгационной характеристики в этом случае выше.

Для больших разносов излучателей (рис. 3.6 б, в) знак математического ожидания ошибки повторяет знак ошибки установки положения КЦИ на участках за пределами МИ (рисунок 2.3). Следовательно, даже при m вблизи нуля, формирование ошибки происходит за счет попадания КЦИ за пределы МИ.

Для существенно меньших разносов излучателей МИ ($\delta=0.1\alpha_{0.5}$) и ДН вида $\cos$ (рис. 3.6 а) $m_\chi(m) \neq 0$ за счет ошибки внутри матрицы.

На рисунке 3.7 приведена зависимость ошибки и составляющих ее компонент при $k_y=2$.

Видно, что с увеличением k_y (то есть отношения разнosa излучателей МИ к размеру имитируемого объекта) величина $m_\chi(m)$ при малом разносе излучателей (рисунок 3.7 а) определяется квадратичными участками $\chi(\xi)$.

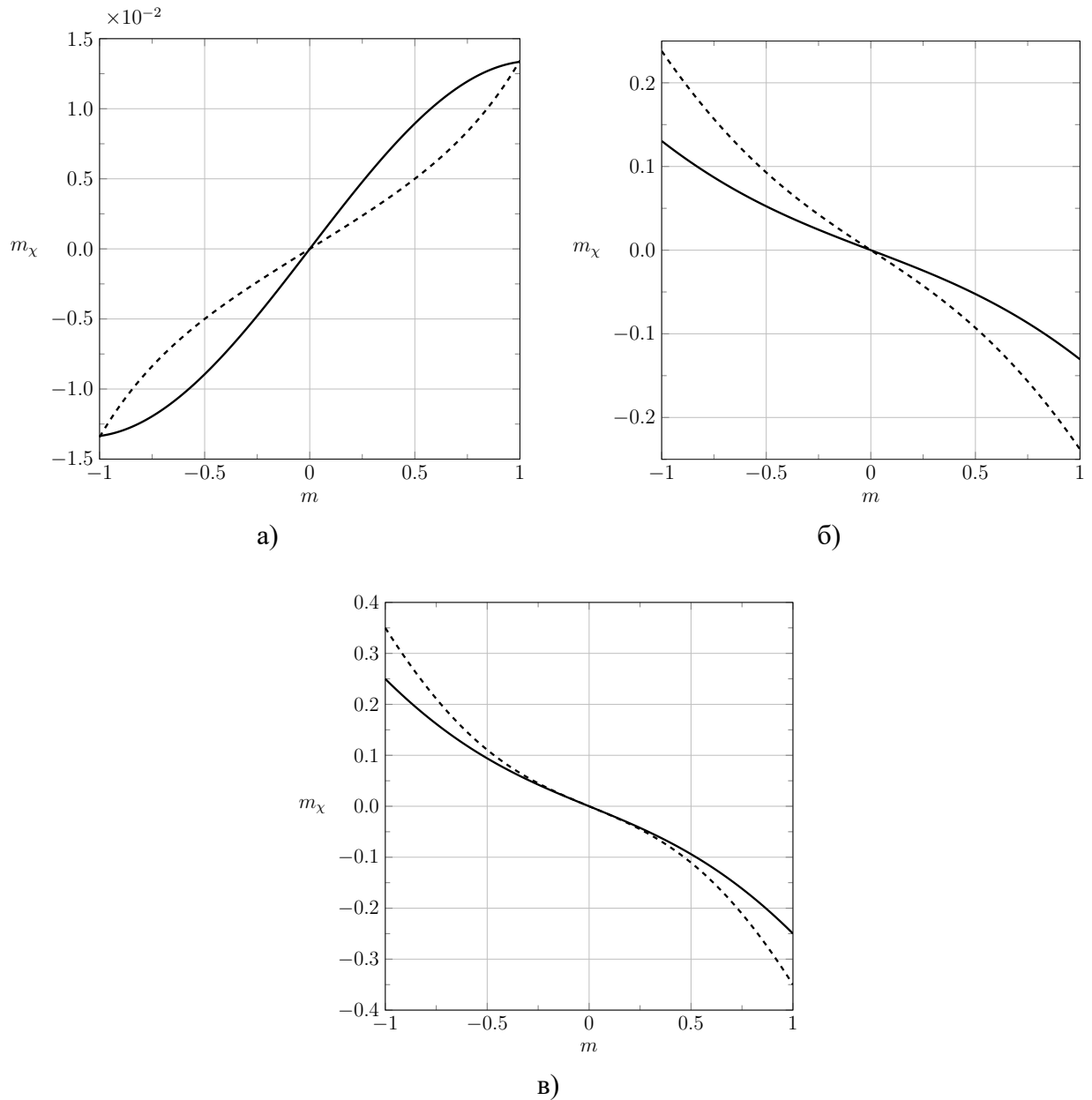


Рисунок 3.6 – Зависимости для среднего значения ошибки пеленга (сплошная линия соответствует ДН вида $\cos$, штриховая – экспонента Гаусса) для а) $\delta=0.1\alpha_{0.5}$, б) $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, в) $\delta=\alpha_{0.5}$

Как и следовало ожидать, сужение ПРВ в пределе приведет к $m_\chi(m)$ повторяющей $\chi(\xi)$ (2.12).

Максимальное значение $m_\chi(m)$ ($m_{\chi \max}=0.35$) достигается при максимально широкой ПРВ, разnose излучателей МИ равном ширине ДН, использовании ДН вида экспонента Гаусса, совпадении m и положения излучателей МИ (рисунок 3.6 в, $m=\pm 1$).

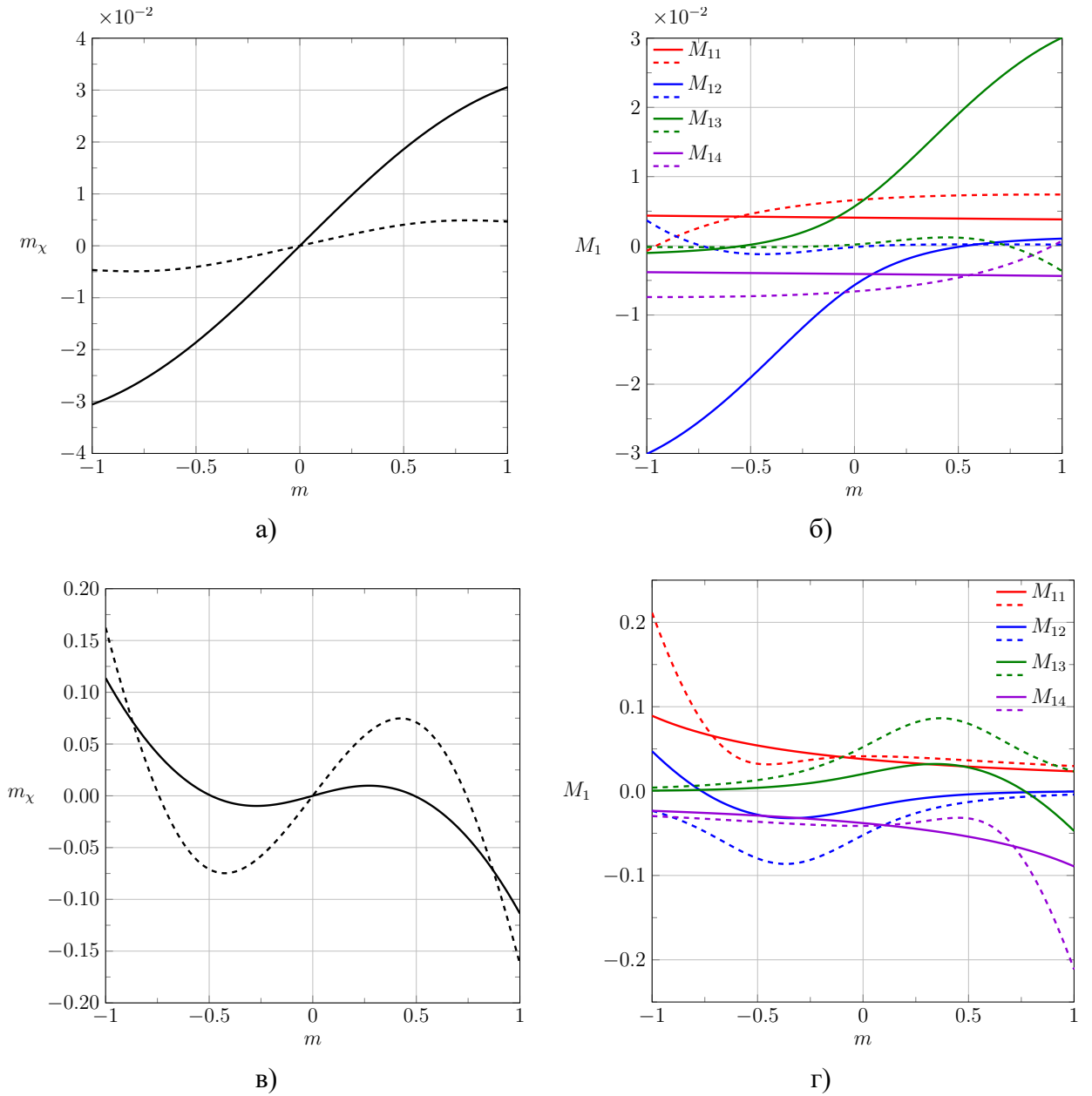
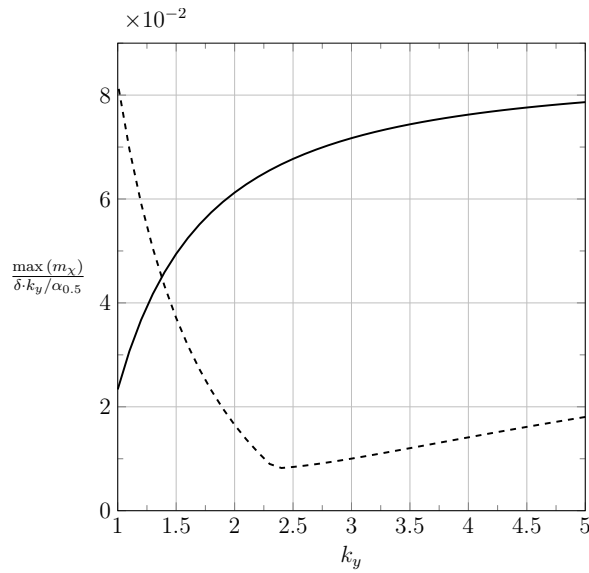
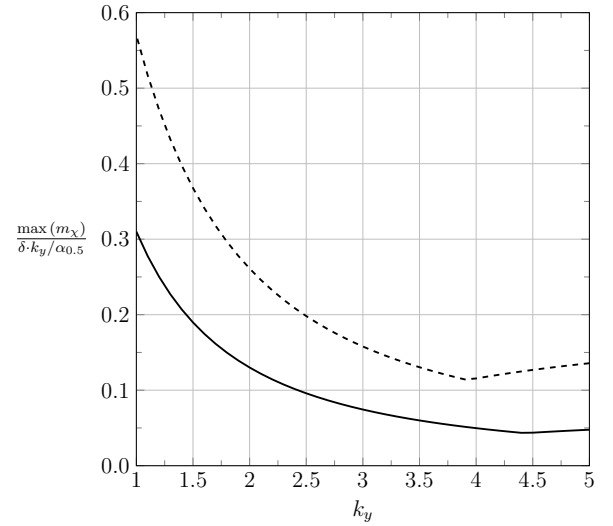


Рисунок 3.7 – Зависимости ошибки и составляющих ее компонент при $k_y=2$ (сплошная линия соответствует ДН вида cos, штриховая – экспонента Гаусса) для а) и б) $\delta=0.1\alpha_{0.5}$, для в) и г) $\delta=\alpha_{0.5}$

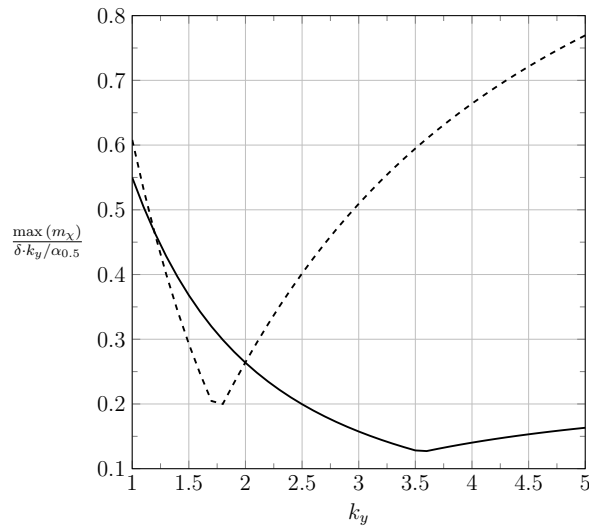
Выявленные ошибки приведут к погрешностям измерения положения имитируемого распределенного объекта по угловым координатам. Максимальные значения погрешностей, нормированные к размерам замещающего объекта, приведены на рисунке 3.8.



а)



б)



в)

Рисунок 3.8 – Зависимости максимального значения $m_\chi(m)$, нормированного к угловому размеру объекта, от k_y , сплошная линия соответствует ДН вида $\cos$, штриховая – экспонента Гаусса) для а) $\delta=0.1\alpha_{0.5}$, б) $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, в) $\delta=\alpha_{0.5}$

Видно, что максимальная ошибка $m_\chi(m)$ может достигать 77 % от углового размера объекта. Она наблюдается при использовании ДН вида экспоненты Гаусса, ширине базы МИ, равной ширине ДН и $\mu=1$.

Таким образом, полученное соотношение (3.2) позволяет рассчитать зависимость ошибки от разнosa излучателей МИ и размеров моделируемого распределенного объекта. Используя эту зависимость, можно определить разнос, при котором уровень ошибки не превысит заданную величину.

3.3 Рассеяние шумов координат

Рассмотрим параметры, характеризующие рассеяние ШК. Точнее проведем сравнение значений, получаемых для объекта и при его замещении МИ.

Как известно [17], функция ПРВ ШК распределенного объекта, определяемая (1.1), при вычислении второго центрального момента дает расходящийся результат. Это не позволяет использовать дисперсию, точнее квадрат среднеквадратического отклонения ШК (далее будем использовать сокращение СКО ШК), в качестве величины, определяющей их рассеяние.

Вместе с тем, если при вычислении второго момента искусственно ограничить область интегрирования некоторой конечной величиной (обозначим ее $\xi_{\max}$), то результат интегрирования будет конечным. В результате вместо квадрата СКО ШК будет использоваться параметр, схожий с ним, но, строго говоря, в полной мере квадратом СКО ШК не являющийся.

Наихудшая ситуация с точки зрения ограничения области интегрирования соответствует случаю, когда ширина ПРВ максимальна ($\mu=1$). Установлено, что в этом случае при увеличении пределов интегрирования на порядок (с 10^5 до 10^6) прирост значения интеграла становится незначительным (менее 20 %). Это позволяет обоснованно ограничить область интегрирования без существенной потери точности.

Цель подраздела – определить ошибку моделирования ширины функции распределения угловых шумов распределенных объектов, используя введенный параметр, определяющий рассеяние ШК.

В подразделе решены следующие основные задачи.

1. Получены соотношения, позволяющие рассчитывать параметр рассеяния функции распределения ШК для объекта и результата его имитации с помощью МИ.

2. Получено выражение для нахождения ошибки по параметру рассеяния, вносимой МИ.

3. Рассмотрена зависимость ошибки по параметру рассеяния от параметров МИ, объекта и ДН.

4. Рассмотрено представление ошибок имитации параметра рассеяния в виде эквивалентного изменения геометрического размера объекта имитации.

3.3.1 Выражения для оценки рассеяния шумов угловых координат

Введем ошибку по параметру рассеяния χ_{σ^2} , равную разности между рассеянием ШК, имитируемых МИ, и рассеянием замещаемого им объекта:

$$\chi_{\sigma^2} = \sigma_{\text{изм}}^2 - \sigma_{\text{треб}}^2. \quad (3.3)$$

Для сокращения записи в последующих выкладках воспользуемся сокращенными обозначениями: $\chi(\xi_{\text{треб}}) = \chi$, $\xi_{\text{треб}} = \xi$, $W_{\text{треб}}(\xi_{\text{треб}}, m, \mu) = W$.

В выражении (3.3):

- параметр рассеяния ШК объекта:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{треб}}^2 &= \int_{-\xi_{\text{max}}+m}^{\xi_{\text{max}}+m} (\xi-m)^2 W d\xi = \int_{-\xi_{\text{max}}+m}^{\xi_{\text{max}}+m} (\xi^2 + m^2 - 2\xi m) W d\xi = \\ &= \int_{-\xi_{\text{max}}+m}^{\xi_{\text{max}}+m} \xi^2 \cdot W \cdot d\xi + \int_{-\infty}^{\infty} m^2 \cdot W \cdot d\xi - \int_{-\infty}^{\infty} 2\xi m \cdot W \cdot d\xi = \\ &= \int_{-\xi_{\text{max}}+m}^{\xi_{\text{max}}+m} \xi^2 \cdot W \cdot d\xi + m^2 - 2m^2 = \int_{-\xi_{\text{max}}+m}^{\xi_{\text{max}}+m} \xi^2 \cdot W \cdot d\xi - m^2 = \\ &= \frac{\xi_{\text{max}} m^2 \mu^3 - \xi_{\text{max}} \mu + \text{arsh}(\xi_{\text{max}} \mu) \sqrt{\xi_{\text{max}}^2 \mu^2 + 1}}{\mu^2 \sqrt{\xi_{\text{max}}^2 \mu^2 + 1}} - m^2, \end{aligned} \quad (3.4)$$

- параметр рассеяния ШК, моделируемых МИ:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{изм}}^2 &= \int_{-\xi_{\text{max}}+m}^{\xi_{\text{max}}+m} (\xi_{\text{изм}} - m_{\text{изм}})^2 \cdot W \cdot d\xi = \\ &= \int_{-\xi_{\text{max}}+m}^{\xi_{\text{max}}+m} (\xi_{\text{треб}} + \chi(\xi_{\text{треб}}) - m_{\text{изм}})^2 \cdot W \cdot d\xi = \\ &= \int_{-\xi_{\text{max}}+m}^{\xi_{\text{max}}+m} (\xi^2 + \chi^2 + m_{\text{изм}}^2 + 2\xi\chi - 2\xi m_{\text{изм}} - 2\chi m_{\text{изм}}) \cdot W \cdot d\xi. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Среднее значение имитируемого углового положения КЦИ:

$$\begin{aligned}
 m_{\text{ИЗМ}} &= \int_{-\infty}^{\infty} \xi_{\text{ИЗМ}} \cdot W \cdot d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} (\xi + \chi) \cdot W \cdot d\xi = \int_{-\infty}^{-\xi_{\text{TP}}} (\xi + \chi_{a1}) W d\xi + \int_{-\xi_{\text{TP}}}^0 (\xi + \chi_{a2}) W d\xi + \\
 &+ \int_0^{\xi_{\text{TP}}} (\xi + \chi_{a3}) W d\xi + \int_{\xi_{\text{TP}}}^{\infty} (\xi + \chi_{a4}) W d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \xi W d\xi + \int_{-\infty}^{-\xi_{\text{TP}}} (a_0 + a_1 \xi) W d\xi + \\
 &+ \int_{-\xi_{\text{TP}}}^0 (b_0 + b_1 \xi + b_2 \xi^2) W d\xi + \int_0^{\xi_{\text{TP}}} (-b_0 + b_1 \xi - b_2 \xi^2) W d\xi + \int_{\xi_{\text{TP}}}^{\infty} (-a_0 + a_1 \xi) W d\xi = \\
 &= -\frac{1}{2\sqrt{\mu^2 m^2 + 1} \sqrt{(\xi_{\text{TP}} + m)^2 \mu^2 + 1} \sqrt{1 + (m - \xi_{\text{TP}})^2 \mu^2}} \times \\
 &\times \left(\left(\left(-2(a_1 + 1)m \mu^2 + \text{arsh}(\mu(\xi_{\text{TP}} - m)) \right) b_2 - \text{arsh}(\mu(\xi_{\text{TP}} + m)) b_2 + 2\text{arsh}(m\mu) b_2 \times \right. \right. \\
 &\times \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} + 2 \left((b_2 m^2 + b_0) \mu^2 + b_2 \right) m \mu \left. \right) \sqrt{(\xi_{\text{TP}} + m)^2 \mu^2 + 1} + \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} \mu \times \\
 &\times \left((-b_2 m^2 + (a_1 - b_1)m + a_0 - b_0) (\xi_{\text{TP}} + m) \mu^2 - b_2 m + b_2 \xi_{\text{TP}} + a_1 - b_1 \right) \times \\
 &\times \sqrt{1 + (m - \xi_{\text{TP}})^2 \mu^2} + \sqrt{(\xi_{\text{TP}} + m)^2 \mu^2 + 1} \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} \mu \times \\
 &\times \left((-b_2 m^2 + (-a_1 + b_1)m + a_0 - b_0) (m - \xi_{\text{TP}}) \mu^2 - b_2 m - b_2 \xi_{\text{TP}} - a_1 + b_1 \right).
 \end{aligned}$$

Тогда, после подстановки в (3.3), получим:

$$\begin{aligned}
 \chi_{\sigma^2} &= \int_{-\xi_{\text{max}} + m}^{\xi_{\text{max}} + m} (\chi^2 + m_{\text{ИЗМ}}^2 + 2\xi\chi - 2\xi m_{\text{ИЗМ}} - 2\chi m_{\text{ИЗМ}} - m^2 + 2\xi m) W d\xi = \\
 &= A + B + C - D - E - F + G.
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Рассмотрим интегралы по отдельности:

$$\begin{aligned}
 A &= \int_{-\xi_{\text{max}} + m}^{\xi_{\text{max}} + m} \chi^2 W d\xi = \int_{-\xi_{\text{max}} + m}^{-\xi_{\text{TP}}} \chi_{a1}^2 W d\xi + \int_{-\xi_{\text{TP}}}^0 \chi_{a2}^2 W d\xi + \int_0^{\xi_{\text{TP}}} \chi_{a3}^2 W d\xi + \int_{\xi_{\text{TP}}}^{\xi_{\text{max}} + m} \chi_{a4}^2 W d\xi = \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1} \sqrt{\xi_{\text{max}}^2 \mu^2 + 1} \mu^4} \left(\left(\left(\left(-6b_2^2 m^2 + a_1^2 - 2b_0 b_2 - b_1^2 \right) \mu^2 + \frac{3b_2^2}{2} \right) \times \right. \right. \\
 &\times \text{arsh}(\xi_{\text{TP}} \mu) - \left(\text{arsh}(\xi_{\text{max}} \mu) a_1^2 \mu - 2b_1 \left((3b_2 m^2 + b_0) \mu^2 - 2b_2 \right) \right) \mu \left. \right) \times \\
 &\times \sqrt{\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1} + \left(\xi_{\text{TP}} (-b_2^2 m^4 + a_1^2 m^2 - 2b_0 b_2 m^2 - b_1^2 m^2 + a_0^2 - b_0^2) \mu^4 + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\left(6m^2 \xi_{\text{TP}} - \frac{\xi_{\text{TP}}^3}{2} \right) b_2^2 + (2\xi_{\text{TP}}^2 b_1 - 6b_1 m^2 + 2b_0 \xi_{\text{TP}}) b_2 + \right. \\
& + \left. (-a_1^2 + b_1^2) \xi_{\text{TP}} + 2a_0 a_1 - 2b_0 b_1 \right) \mu^2 + 4b_1 b_2 - \frac{3}{2} \xi_{\text{TP}} b_2^2 \Big) \mu \Big) \sqrt{\xi_{\text{max}}^2 \mu^2 + 1} - \\
& - \mu^3 \left(\xi_{\text{max}} (a_1^2 m^2 + a_0^2) \mu^2 - a_1^2 \xi_{\text{max}}^2 + 2a_0 a_1 \right) \sqrt{\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1} \Big),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B = \int_{-\infty}^{\infty} m_{\text{изм}}^2 \cdot W \cdot d\xi = & - \frac{1}{(\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1)^{3/2} \cdot \mu^2} \left(2m^2 \left(\left(- \left(a_1^2 + (1-b_1)a_1 + \frac{b_1^2}{2} + \frac{1}{2} \right) \times \right. \right. \right. \\
& \xi_{\text{TP}}^2 \mu^4 + 2\xi_{\text{TP}}^2 b_2 (1+a_1) \mu^3 + \left(-2\xi_{\text{TP}}^2 b_2^2 + 2b_2 (a_1 - b_1) \xi_{\text{TP}} - \frac{(1+a_1)^2}{2} \right) \mu^2 + 2b_2 \times \\
& \left. \left. \left. \times (1+a_1) \mu - 4b_2^2 \right) \sqrt{\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1} + \left(\xi_{\text{TP}} (a_1 - b_1) \mu^2 - 2b_2 \right) (\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1) (1+a_1) \mu - 2b_2 \right) \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C = & \int_{-\xi_{\text{max}}+m}^{\xi_{\text{max}}+m} 2\xi \chi \cdot W \cdot d\xi = \\
= & \int_{-\xi_{\text{max}}+m}^{-\xi_{\text{TP}}} 2\xi \chi_{a1} W d\xi + \int_{-\xi_{\text{TP}}}^0 2\xi \chi_{a2} W d\xi + \int_0^{\xi_{\text{TP}}} 2\xi \chi_{a3} W d\xi + \int_{\xi_{\text{TP}}}^{\xi_{\text{max}}+m} 2\xi \chi_{a4} W d\xi = \\
= & - \frac{1}{\sqrt{\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1} \cdot \sqrt{\xi_{\text{max}}^2 \mu^2 + 1} \cdot \mu^3} \times \\
& \times \left(2 \left(\left(\mu (a_1 - b_1) \text{arsh}(\xi_{\text{TP}} \mu) - \text{arsh}(\xi_{\text{max}} \mu) a_1 \mu + \right. \right. \right. \\
& + (3b_2 m^2 + b_0) \mu^2 - 2b_2 \Big) \sqrt{\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1} + m \xi_{\text{TP}} (a_1 - b_1) \mu^4 + \\
& + (b_2 \xi_{\text{TP}}^2 - 3b_2 m^2 - \xi_{\text{TP}} a_1 + b_1 \xi_{\text{TP}} + a_0 - b_0) \mu^2 + 2b_2 \Big) \sqrt{\xi_{\text{max}}^2 \mu^2 + 1} - \\
& \left. \left. \left. - \sqrt{\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1} \cdot \mu^2 (\xi_{\text{max}} a_1 m^2 \mu^2 - \xi_{\text{max}} a_1 + a_0) \right) \right) \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D = & \int_{-\infty}^{\infty} 2\xi m_{\text{изм}} \cdot W \cdot d\xi = 2m_{\text{изм}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \xi \cdot W \cdot d\xi = 2m_{\text{изм}} \cdot m = \\
= & \frac{2m^2 \left(((a_1 + 1) \mu - 2b_2) \sqrt{\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1} - \xi_{\text{TP}} (a_1 - b_1) \mu^2 + 2b_2 \right)}{\mu \sqrt{\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1}},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E &= \int_{-\xi_{\max}+m}^{\xi_{\max}+m} 2\chi m_{\text{изм}} W d\xi = \int_{-\xi_{\max}+m}^{-\xi_{\text{TP}}} 2\chi_{a1} m_{\text{изм1}} W d\xi + \int_{-\xi_{\text{TP}}}^0 2\chi_{a2} m_{\text{изм2}} W d\xi + \\
&+ \int_0^{\xi_{\text{TP}}} 2\chi_{a3} m_{\text{изм3}} W d\xi + \int_{\xi_{\text{TP}}}^{\xi_{\max}+m} 2\chi_4 m_{\text{изм4}} W d\xi = \\
&= \frac{1}{2(\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1)^{3/2} \mu^4} \left(3 \left(\frac{1}{3} \left(\mu(-2\text{arsh}(\xi_{\text{TP}} \mu) b_1 b_2 + \mu((a_0 - a_1 m) \times \right. \right. \right. \\
&\times ((-a_1 - 1)m + a_0) \mu^2 + 8b_2^2 m^2 + 2b_1^2 + 2b_1) \left. \left. \left. \right) (\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1)^{3/2} \right) + \right. \\
&+ \left(\frac{2b_2^2 (\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1) \text{arsh}^2(\xi_{\text{TP}} \mu) - 2b_2 \mu (\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1) (b_1 + 1) \text{arsh}(\xi_{\text{TP}} \mu)}{3} + \mu^2 \times \right. \\
&\times \left(\xi_{\text{TP}}^2 \left(\frac{2b_2^2 m^4}{3} + \left(\frac{4}{3} b_0 b_2 + \frac{2}{3} b_1^2 + \frac{2}{3} b_1 + a_1 + a_1^2 \right) m^2 + \right. \right. \\
&+ \left. \left. \frac{2(a_1 + 1/2) a_0 m}{3} + a_0^2 + \frac{2b_0^2}{3} \right) \mu^4 + \right. \\
&+ \left(-\frac{4b_2(b_2 m^2 + b_0) \xi_{\text{TP}}^2}{3} + \left((4b_1 + 2) b_2 m^2 + \frac{2a_0 + 4b_0 b_1 + 4a_0 a_1 + 2b_0}{3} \right) \xi_{\text{TP}} + \right. \\
&+ \left. \frac{((a_1 + 1)m + a_0)(a_1 m + a_0)}{3} \right) \mu^2 + \\
&+ \left. \frac{2\xi_{\text{TP}}^2 b_2^2}{3} - \frac{4b_2(b_1 + 1/2) \xi_{\text{TP}}}{3} \right) + \frac{2b_1 + 2a_1^2 + 2a_1 + 8b_2^2 m^2 + 2b_1^2}{3} \Big) \sqrt{\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1} - \\
&- \frac{1}{3} \left(4\mu (\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1) \left(-b_2 \left(\xi_{\text{TP}} (b_2 m^2 + b_0) \mu^2 - \xi_{\text{TP}} b_2 + b_1 + \frac{1}{2} \right) \text{arsh}(\xi_{\text{TP}} \mu) + \right. \right. \\
&+ \mu \left(((a_1^2 + a_1) m^2 + a_0^2) \xi_{\text{TP}} \mu^3 + \left(b_1 + \frac{1}{2} \right) \xi_{\text{TP}} (3b_2 m^2 + b_0) \mu^2 + \right. \\
&+ \left. \left(a_1 + \frac{1}{2} \right) a_0 \mu - b_2 \left(b_1 + \frac{1}{2} \right) \xi_{\text{TP}} + 4b_2^2 m^2 + b_1^2 + b_1 \right) \Big) \Big) \Big), \\
F &= \int_{-\infty}^{\infty} m^2 \cdot W \cdot d\xi = m^2,
\end{aligned}$$

$$G = \int_{-\infty}^{\infty} 2\xi m \cdot W \cdot d\xi = 2 \cdot m^2.$$

В итоге, подставив в (3.6), получим:

$$\begin{aligned} \chi_{\sigma^2} = & -\frac{1}{2(\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1)^{3/2} \sqrt{\xi_{\text{max}}^2 \mu^2 + 1} \mu^4} \left(3 \left(\left(\left(2(-2b_2^2 m^2 - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - \frac{2b_0 b_2 + (a_1 + 2 + b_1)(a_1 - b_1)}{3} \right) \mu^2 - \frac{2b_1 b_2 \mu}{3} + b_2^2 \right) \text{arsh}(\xi_{\text{TP}} \mu) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{3} \left((-2a_1 \mu (a_1 + 2) \text{arsh}(\xi_{\text{max}} \mu) + (a_1^2 + 5a_1 + 2)m^2 + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + a_0(-2a_1 - 1)m + a_0^2 \right) \mu^3 + 4 \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times ((3b_1 + 1)b_2 m^2 + b_0(b_1 + 1)) \mu^2 + 2(4b_2^2 m^2 + b_1^2 + b_1) \mu - \right. \right. \\ & \left. \left. - 8b_2(b_1 + 1)) \mu \right) \sqrt{\xi_{\text{max}}^2 \mu^2 + 1} - \right. \\ & \left. - \frac{2\mu^3 (\xi_{\text{max}} ((a_1^2 + 2a_1)m^2 + a_0^2) \mu^2 - \xi_{\text{max}} a_1^2 + 2(a_0 - \xi_{\text{max}})a_1 + 2a_0)}{3} \right) \times \\ & \times (\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1)^{3/2} + \sqrt{\xi_{\text{max}}^2 \mu^2 + 1} \times \\ & \times \left(\left(\frac{2b_2^2 (\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1) \text{arsh}^2(\xi_{\text{TP}} \mu) - 2b_2 \mu (\xi_{\text{TP}}^2 \mu^2 + 1) (b_1 + 1) \text{arsh}(\xi_{\text{TP}} \mu)}{3} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{2b_2^2 m^4 + (-2 + 4b_0 b_2 - a_1^2 + (-1 + 4b_1)a_1 + 2b_1)m^2}{3} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{2a_0(a_1 + 1/2)m + 2b_0^2 + a_0^2}{3} \right) \xi_{\text{TP}}^2 \mu^4 + \frac{8\xi_{\text{TP}}^2 b_2 m^2 (a_1 + 1) \mu^3}{3} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(4 \left(-b_2^2 m^2 - \frac{b_0 b_2}{3} \right) \xi_{\text{TP}}^2 + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \frac{2(4(3/4 + b_1/2 + a_1)b_2 m^2 + b_0 + a_0 + 2a_0 a_1 + 2b_0 b_1) \xi_{\text{TP}}}{3} + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \left(-\frac{a_1^2 - 3a_1 - 2}{3} \right) m^2 + \frac{2a_0(a_1 + 1/2)m + a_0^2}{3} \right) \mu^2 + \right. \right. \end{aligned}$$

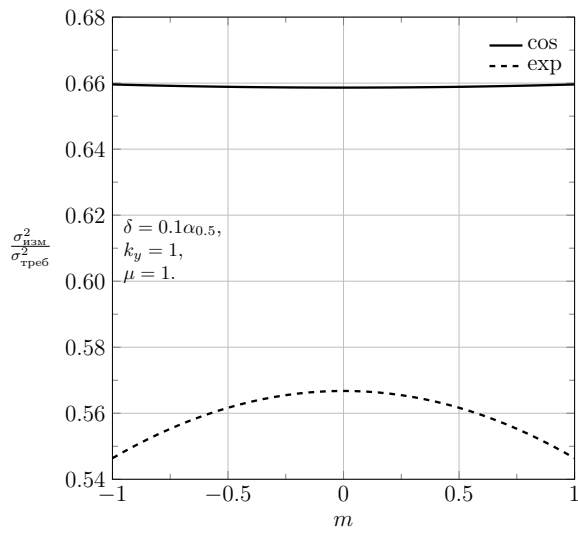
$$\begin{aligned}
& + \frac{8b_2m^2(a_1+1)\mu + 2\xi_{\text{TP}}^2b_2^2 - 4(b_1+1/2)b_2\xi_{\text{TP}}}{3} + \\
& + \frac{2b_1^2 - 8b_2^2m^2 + 2b_1 + 2a_1^2 + 2a_1}{3} \mu^2 \Bigg) \sqrt{\xi_{\text{TP}}^2\mu^2 + 1} - \\
& - \frac{1}{3} \left(2 \left(-2 \left(\xi_{\text{TP}}(b_2m^2 + b_0)\mu^2 - \xi_{\text{TP}}b_2 + b_1 + \frac{1}{2} \right) \times b_2 \operatorname{arsh}(\xi_{\text{TP}}\mu) \right) + \right. \\
& + (b_2^2m^4 + (-a_1^2 + 2a_1b_1 + 2b_0b_2 + b_1^2 + 2b_1)m^2 + a_0^2 + b_0^2)\xi_{\text{TP}}\mu^4 + \\
& + 4 \left(\left(\frac{3}{4} + \frac{b_1}{2} + a_1 \right) b_2m^2 + \frac{b_0(b_1+1/2)}{2} \right) \xi_{\text{TP}}\mu^3 + \\
& + \left(\frac{b_2^2\xi_{\text{TP}}^3}{2} - 2b_2(b_1+1)\xi_{\text{TP}}^2 + (-6b_2^2m^2 + a_1^2 - 2b_0b_2 - b_1^2 + 2a_1 - 2b_1)\xi_{\text{TP}} + \right. \\
& + 4 \left(a_1 + \frac{3(b_1+1)}{2} \right) b_2m^2 + 2b_0b_1 - a_0 + 2b_0) \mu^2 + ((-2b_1-1)b_2\xi_{\text{TP}} + \\
& \left. \left. + 2b_1^2 + 2b_1)\mu - 4 \left(-\frac{3\xi_{\text{TP}}b_2}{8} + b_1 + 1 \right) b_2 \right) \mu(\xi_{\text{TP}}^2\mu^2 + 1) \right) \Bigg). \quad (3.7)
\end{aligned}$$

В таблице 3.3 приведены расчеты по (3.7) для нескольких значений δ и k_y .

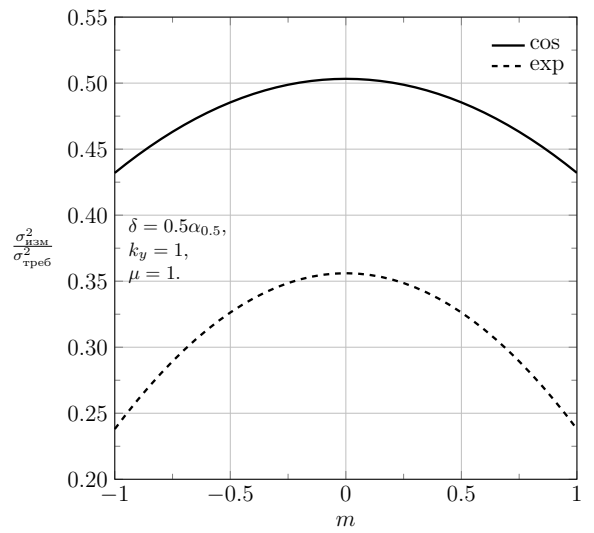
Таблица 3.3 – Значения параметра рассеяния ШК объекта ($\sigma_{\text{трес}}^2$) при $\mu=1$

	$\delta=0.1 \alpha_{0.5}$	$\delta=0.5 \alpha_{0.5}$	$\delta=\alpha_{0.5}$
$k_y=1$	3.787640	2.181500	1.498000
$k_y=3$	0.542896	0.363950	0.286400
$k_y=5$	0.215874	0.151440	0.123500

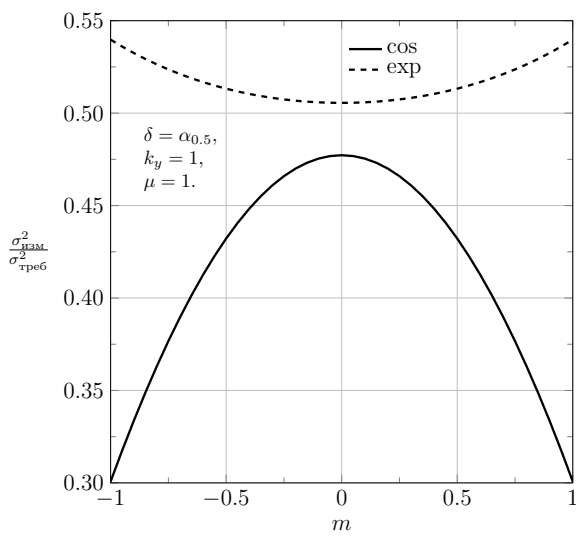
Ниже приведены результаты расчетов параметра рассеяния ШК объекта по (3.5) (рисунки 3.9, 3.11, 3.13), и ошибки по параметру рассеяния, рассчитанной по (3.7) (рисунки 3.10, 3.12, 3.14), для нескольких разносов излучателей МИ (δ) и размеров объекта (выраженных через коэффициент k_y).



а)

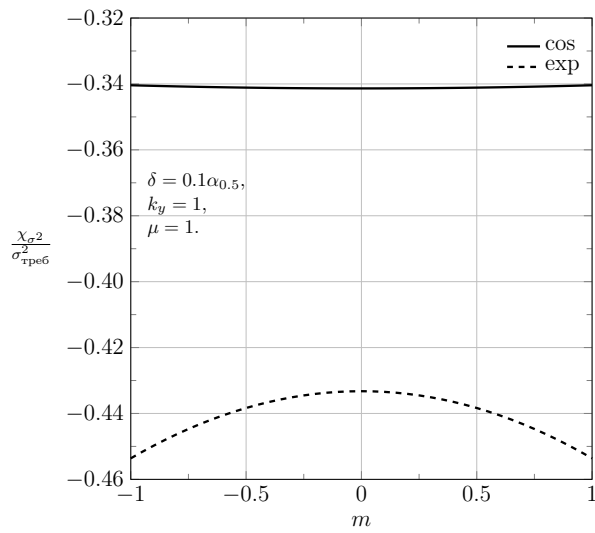


б)

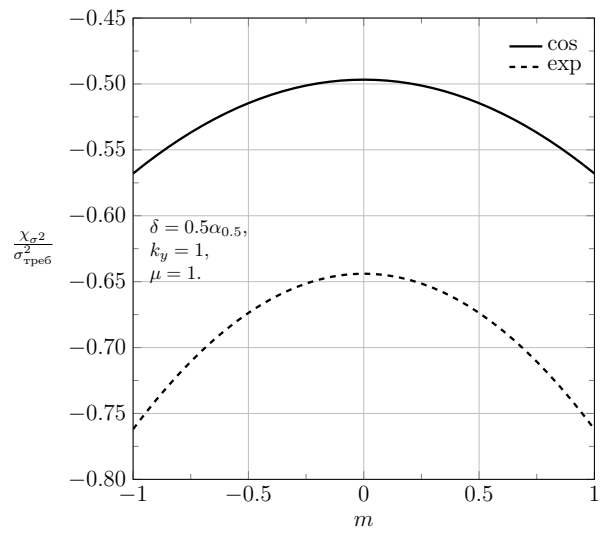


в)

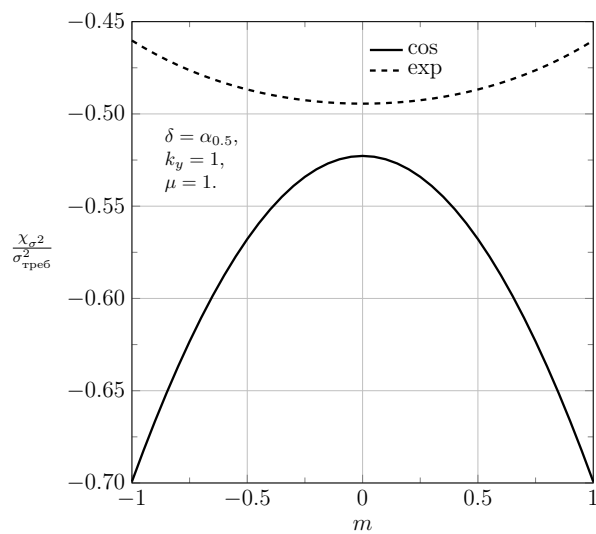
Рисунок 3.9 – Параметр рассеяния ШК при работе с МИ (нормирована к рассеянию ШК этого объекта) для а) $\delta=0.1\alpha_{0.5}$, б) $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, в) $\delta=\alpha_{0.5}$



а)



б)

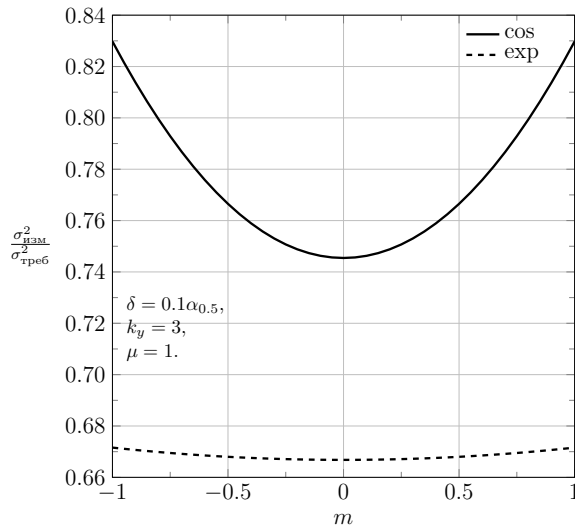


в)

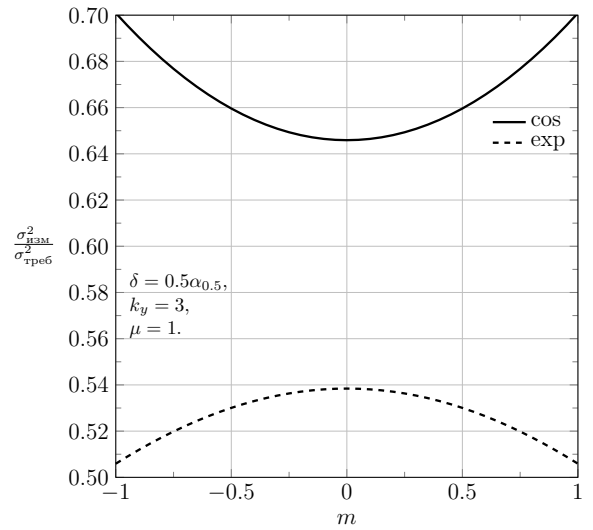
Рисунок 3.10 – Ошибка по параметру рассеяния, нормирована к параметру рассеяния ШК объекта для а) $\delta=0.1\alpha_{0.5}$, б) $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, в) $\delta=\alpha_{0.5}$

Для двух других значений k_y имеем следующие результаты (рисунки 3.11–3.14).

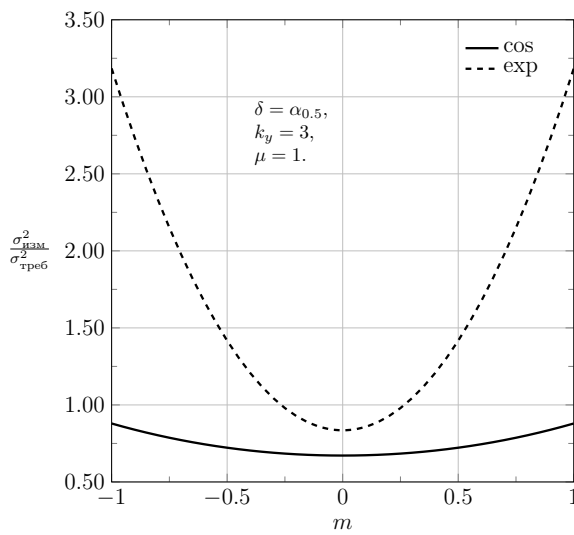
$$k_y = 3$$



а)

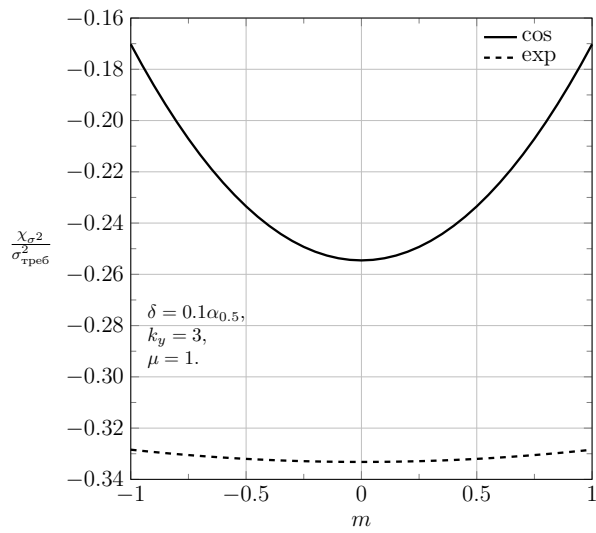


б)

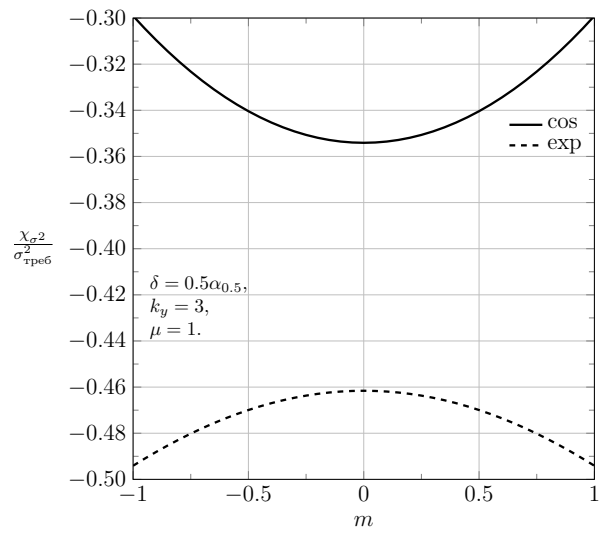


в)

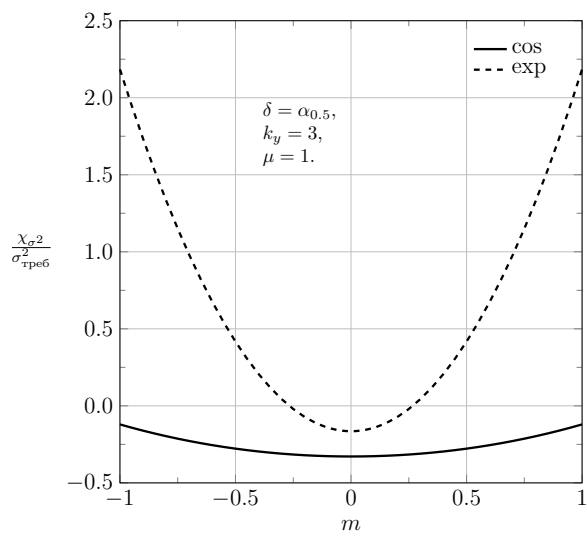
Рисунок 3.11 – Параметр рассеяния ШК при работе с МИ (нормирована к рассеянию ШК этого объекта) для а) $\delta=0.1\alpha_{0.5}$, б) $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, в) $\delta=\alpha_{0.5}$



а)



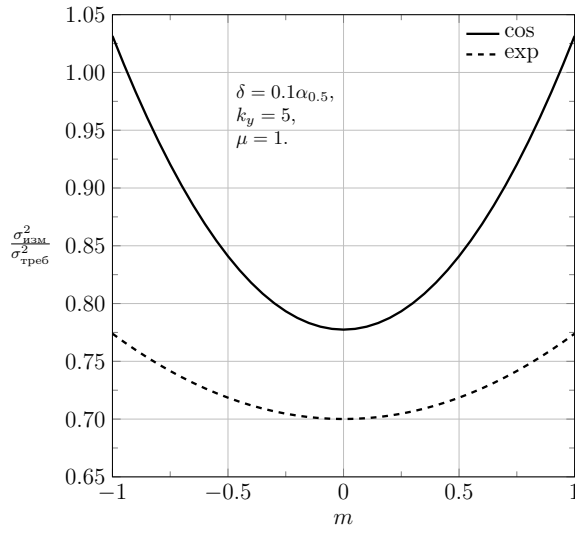
б)



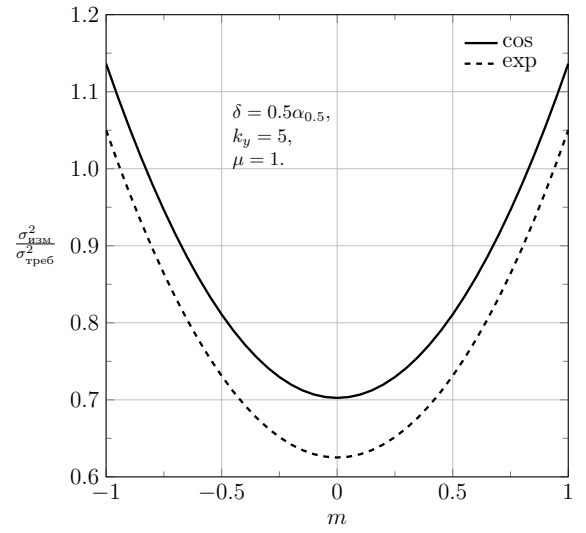
в)

Рисунок 3.12 – Ошибка по параметру рассеяния, нормирована к параметру рассеяния ШК объекта для а) $\delta=0.1\alpha_{0.5}$, б) $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, в) $\delta=\alpha_{0.5}$

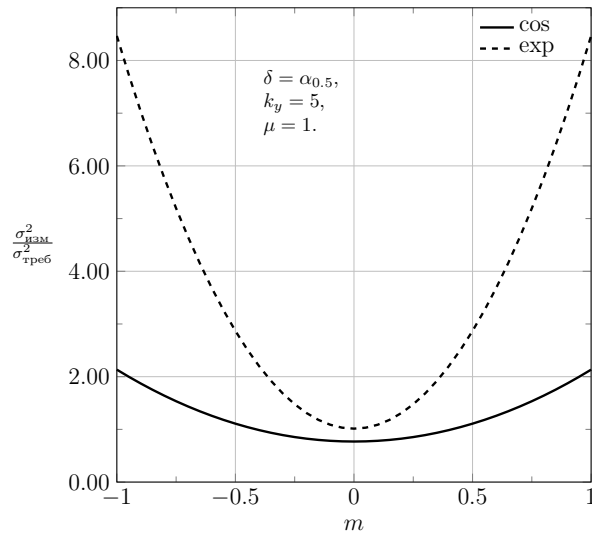
$$k_y = 5$$



а)



б)



в)

Рисунок 3.13 – Параметр рассеяния ШК при работе с МИ (нормирована к рассеянию ШК этого объекта) для а) $\delta=0.1\alpha_{0.5}$, б) $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, в) $\delta=\alpha_{0.5}$

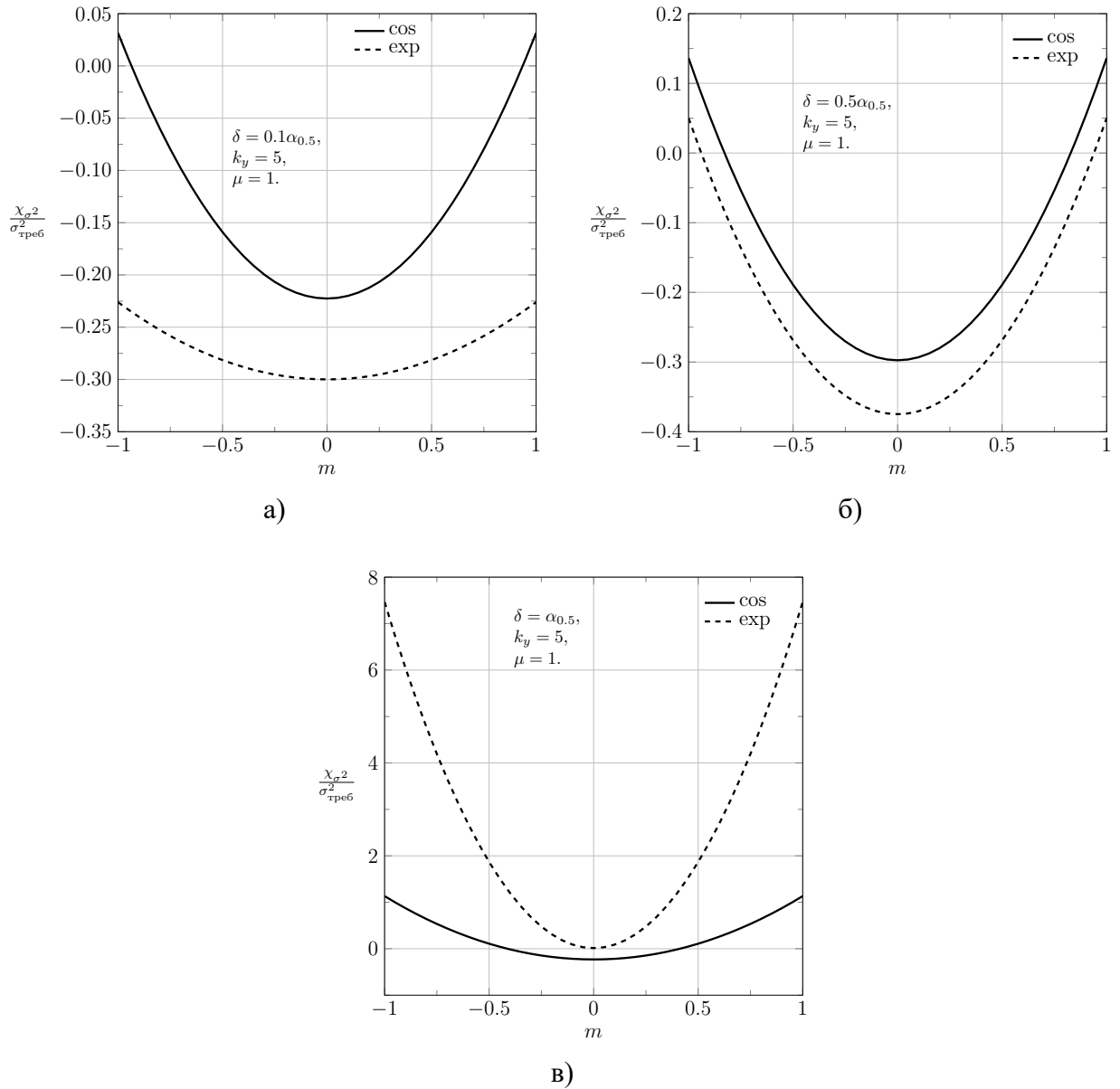


Рисунок 3.14 – Ошибка по параметру рассеяния, нормирована к параметру рассеяния ШК объекта для а) $\delta=0.1\alpha_{0.5}$, б) $\delta=0.5\alpha_{0.5}$, в) $\delta=\alpha_{0.5}$

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Ошибка по параметру рассеяния возрастает по мере увеличения разноса излучателей МИ, и по мере увеличения размера имитируемого объекта, вписанного в МИ.
2. ДН вида cos дает меньшую ошибку по параметру рассеяния, чем ДН вида экспоненты Гаусса, у которой нелинейность пеленгационной характеристики выше (см. раздел 2).
3. Ошибка по параметру рассеяния снижается при сдвиге объекта имитации относительно центра матрицы ($m=0$).

3.3.2 Влияние ошибки по параметру рассеяния шумов угловых координат на достоверность моделирования

Результаты разделов 3.1 и 3.3.1 показывают, что при работе с МИ рассеяние ШК моделируется с погрешностью. Эта погрешность оценена в разделе 3.3.1 как разность (3.3).

Вместе с тем очевидно, что с точки зрения проведения полунатурных испытаний эту ошибку можно интерпретировать как некое эквивалентное изменение угловых размеров объекта, возникающее при использовании МИ.

Рассмотрим этот подход подробнее.

Пусть при работе с МИ имеем распределение вида (1.1) с параметром, определяющим рассеяние ШК $\mu_{\text{ЭКВ}}$, отличающимся от параметра ШК объекта (то есть от μ):

$$\mu = \frac{\sigma_H}{\sigma_B} = \frac{\sqrt{\sigma_H^2}}{\sqrt{\sigma_B^2}},$$

$$\sigma_H^2 = \int_{\xi} F_r(\xi) d\xi, \quad \sigma_B^2 = \int_{\xi} (\xi - m_{\xi})^2 \cdot F_r(\xi) d\xi.$$

Рассмотрим возможность интерпретации этого отличия как эквивалентное изменение размеров моделируемого объекта (обозначим его $l_{\text{ц}}$) в k_r раз. Таким образом, вместо исходного размера $l_{\text{ц}}$ будем иметь эквивалентный размер $l_{\text{ц экв}} = k_r \cdot l_{\text{ц}}$.

При этом аргумент функции F_r будет «растянут» в k_r раз, что эквивалентно масштабированию ПРВ ШК. В результате получаем:

$$\mu_{\text{ЭКВ}} = \frac{\mu}{k_r}.$$

Таким образом, увеличение ширины распределения ШК (уменьшение параметра μ) в k_r раз, означает эквивалентное увеличение размера объекта при использовании МИ в k_r раз. Тогда:

$$\frac{\mu}{\mu_{\text{ЭКВ}}} = \frac{l_{\text{ц экв}}}{l_{\text{ц}}} = k_r.$$

Для оценки эквивалентного изменения размеров объекта требуется оценить ширину распределения угловых шумов. Найдем зависимость ошибки по параметру рассеяния от параметра ширины распределения $\chi_{\sigma^2}(\mu)$.

Из раздела 1 и [17] имеем диапазон изменения параметра μ ,

отвечающего за ширину распределения:

$\mu_{\min}=1$ – распределение максимально широкое,

$\mu_{\max}=2\sqrt{3}\approx 3.464$ – распределение максимально узкое.

Второй момент ошибки будет равен:

$$\begin{aligned} M_2(m, \mu) &= M_{21}(m, \mu) + M_{22}(m, \mu) + M_{23}(m, \mu) + M_{24}(m, \mu) = \\ &= \int_{-\xi_{\max}}^{-\xi_{\text{TP}}} \chi_{a1}^2 W d\xi + \int_{-\xi_{\text{TP}}}^0 \chi_{a2}^2 W d\xi + \int_0^{\xi_{\text{TP}}} \chi_{a3}^2 W d\xi + \int_{\xi_{\text{TP}}}^{\xi_{\max}} \chi_{a4}^2 W d\xi. \end{aligned}$$

Рассмотрим слагаемые по отдельности:

$$\begin{aligned} M_{21}(m, \mu) &= \\ &- \left(\left(-a_1^2 (\text{arsh}(\mu(m+\xi_{\max})) - \text{arsh}(\mu(m+\xi_{\text{TP}}))) \right) \sqrt{1+\mu^2(m+\xi_{\max})^2} - \right. \\ &- \left((a_1 m + a_0)^2 (m+\xi_{\max}) \mu^2 + (m-\xi_{\max}) a_1^2 + 2a_0 a_1 \right) \mu \sqrt{1+\mu^2(m+\xi_{\text{TP}})^2} + \\ &+ \mu \left((a_1 m + a_0)^2 (m+\xi_{\text{TP}}) \mu^2 + (m-\xi_{\text{TP}}) a_1^2 + 2a_0 a_1 \right) \sqrt{1+\mu^2(m+\xi_{\max})^2} \Big) / \\ &/ \left(2\mu^2 \sqrt{1+\mu^2(m+\xi_{\max})^2} \cdot \sqrt{1+\mu^2(m+\xi_{\text{TP}})^2} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{22}(m, \mu) &= \\ &\frac{1}{2\mu^4 \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} \sqrt{1+\mu^2(\xi_{\text{TP}}+m)^2}} \left(\left(-2(\text{arsh}(\mu(\xi_{\text{TP}}+m)) - \text{arsh}(\mu m)) \right) \times \right. \\ &\times \left((3b_2^2 m^2 + (3b_1 m + b_0) b_2 + b_1^2/2) \mu^2 - 3b_2^2/4 \right) \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} + \\ &+ (\mu^4 m (b_2 m^2 + b_1 m + b_0)^2 + \\ &+ (-11b_2^2 m^3/2 + 2(-b_1 m^2 + b_0 m) b_2 + b_1 m^2 + 2b_0 b_1) \mu^2 - 13m b_2^2/2 - 4b_1 b_2) \mu \times \\ &\times \sqrt{1+\mu^2(\xi_{\text{TP}}+m)^2} - \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} \left((b_2 m^2 + b_1 m + b_0)^2 \mu^4 (\xi_{\text{TP}}+m) + \right. \\ &+ \left((-11m^3 - 25m^2 \xi_{\text{TP}} - 5m \xi_{\text{TP}}^2 + \xi_{\text{TP}}^3) b_2^2/2 + 2(-b_1 m^2 + (-5b_1 \xi_{\text{TP}} + b_0) m - \right. \\ &- b_1 \xi_{\text{TP}}^2 - b_0 \xi_{\text{TP}}) b_2 + b_1^2 m - b_1^2 \xi_{\text{TP}} + 2b_0 b_1 \Big) \mu^2 - \\ &\left. \left. - 4b_2 \left(\frac{(13m - 3\xi_{\text{TP}}) b_2}{8} \right) + b_1 \right) \right) \mu \Big), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{23}(m, \mu) = & -\frac{1}{2\mu^4 \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} \sqrt{1 + \mu^2 (-\xi_{TP} + m)^2}} \times \\
& \times \left(\left(-2 \left(\left(3b_2^2 m^2 + (-3b_1 m + b_0) b_2 + \frac{b_1^2}{2} \right) \mu^2 - \frac{3b_2^2}{4} \right) \times \right. \right. \\
& \times (\operatorname{arsh}(\mu(-\xi_{TP} + m)) - \operatorname{arsh}(\mu m)) \sqrt{\mu^2 m^2 + 1} + \left(m \mu^4 (b_2 m^2 + b_0)^2 + \right. \\
& + \left(-\frac{11b_2^2 m^3}{2} + 2(b_1 m^2 + b_0 m) b_2 + b_1^2 m - 2b_0 b_1 \right) \mu^2 - \frac{13mb_2^2}{2} + 4b_1 b_2 \Big) \mu \Big) \times \\
& \times \sqrt{1 + (m - \xi_{TP})^2 \mu^2} - \sqrt{1 + \mu^2 m^2} \left((b_2 m^2 - b_1 m + b_0)^2 (m - \xi_{TP}) \mu^4 + \right. \\
& + \left(\frac{(-11m^3 + 25m^2 \xi_{TP} - 5m \xi_{TP}^2 - \xi_{TP}^3) b_2^2}{2} + \right. \\
& + 2(b_1 m^2 + (-5b_1 \xi_{TP} + b_0) m + b_1 \xi_{TP}^2 + \\
& + b_0 \xi_{TP}) b_2 + b_1^2 m + b_1^2 \xi_{TP} - 2b_0 b_1 \Big) \mu^2 + 4b_2 \left(\frac{(-13m - 3\xi_{TP}) b_2}{8} + b_1 \right) \Big) \mu \Big).
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{24}(m, \mu) = & \left(\left(-a_1^2 (\operatorname{arsh}(\mu(-m + \xi_{\max})) + \operatorname{arsh}(\mu(m - \xi_{TP}))) \right) \sqrt{1 + \mu^2 (m - \xi_{\max})^2} - \right. \\
& - \left((a_1 m + a_0)^2 (m - \xi_{\max}) \mu^2 + (m + \xi_{\max}) a_1^2 - 2a_0 a_1 \right) \mu \Big) \sqrt{1 + \mu^2 (m - \xi_{TP})^2} + \\
& + \mu \left((-a_1 m + a_0)^2 (m - \xi_{TP}) \mu^2 + (m + \xi_{TP}) a_1^2 - 2a_0 a_1 \right) \sqrt{1 + \mu^2 (m - \xi_{\max})^2} \Big) / \\
& / \left(2\mu^2 \sqrt{1 + \mu^2 (m - \xi_{\max})^2} \sqrt{1 + \mu^2 (m - \xi_{TP})^2} \right).
\end{aligned}$$

Рассмотрим частный случай.

На рисунке 3.15 приведена зависимость параметра рассеяния угловых ШК объекта: требуемая а) и измеренная б) от параметра ширины распределения ШК объекта для $m=0$.

Измеренный параметр рассеяния равен: $\sigma_{\text{изм}}^2 = M_2 - M_1^2$, в частном случае, при $m=0$ $\sigma_{\text{изм}}^2 = M_2$.

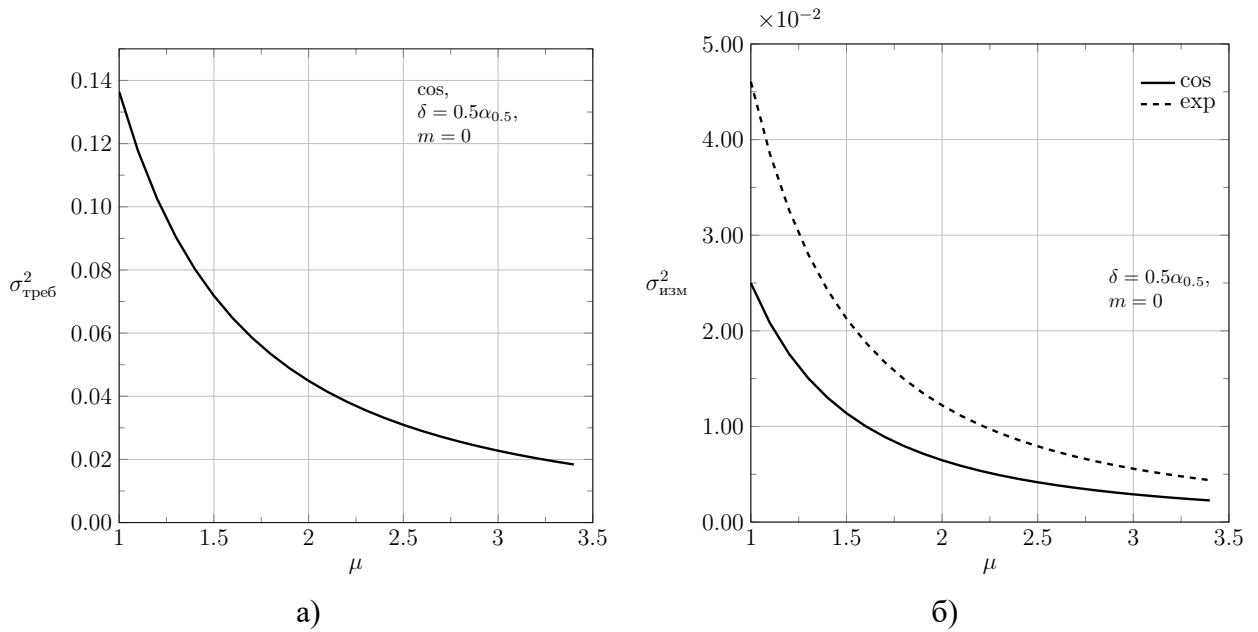


Рисунок 3.15 – Зависимость параметра рассеяния угловых ШК объекта: а) требуемого, б) измеренного от параметра, характеризующего ширину распределения

По рисунку 3.15 б) для ДН косинус (сплошная линия):

$$\sigma_{\text{изм}}^2(\mu = 1) = 0.025.$$

Вернемся к рисунку 3.15 а) и определим, чему равно μ в этом случае:

$$\mu_{\text{ЭКВ}} = 2.83.$$

Таким образом, исходное значение параметра равно: $\mu=1$, при использовании МИ стало: $\mu_{\text{ЭКВ}}=2.83$.

Выразим эквивалентный размер объекта из уравнения $\mu/\mu_{\text{ЭКВ}}=l_{\text{Ц ЭКВ}}/l_{\text{Ц}}$:

$$l_{\text{Ц ЭКВ}} = \frac{\mu}{\mu_{\text{ЭКВ}}} \cdot l_{\text{Ц}} = \frac{1}{2.83} \cdot l_{\text{Ц}}.$$

Произошло сужение ПРВ, что эквивалентно уменьшению размеров объекта в 2.83 раза.

Выводы по третьему разделу

1. При замещении распределенных объектов МИ возникают специфические ошибки моделирования ШК, проявляющиеся в виде искажений их ПРВ, которые приводят к ее асимметрии, смещению, и

изменению ширины.

2. Ошибка установки математического ожидания углового положения зависит от разноса излучателей матрицы, размеров объекта, формы и ширины ДН РТС. Для наихудшего сочетания параметров (разнос излучателей МИ на ширину ДН, при размере объекта, равном этому разносу и ДН вида экспоненты Гаусса), погрешность может достигать 77 % от размера имитируемого объекта (рисунок 3.8 в)).

3. Одним из следствий неточной установки КЦИ распределенного объекта при его имитации МИ является изменение ширины распределения шумов угловых координат. Количественной оценкой такого изменения может служить параметр – ошибка по параметру рассеяния ШК. В разделе получены аналитические соотношения, позволяющие для заданной формы ДН сканирующей антенны, размера объекта имитации, распределения блестящих точек по его поверхности, положения объекта относительно излучателей МИ и углового разноса излучателей МИ рассчитать ошибку величины параметра рассеяния ШК.

4. Пути снижения выявленных ошибок достаточно очевидны. Они заключаются в уменьшении разноса излучателей МИ и относительных размеров замещаемого объекта.

4 Экспериментальная апробация полученных результатов

Цель настоящего раздела – экспериментально апробировать и проверить полученные результаты, а также развить их в направлении практического использования.

Для достижения этой цели в разделе решены следующие основные задачи:

- проведены эксперименты, подтверждающие правильность теоретически полученных соотношений, рекомендаций и выводов;
- полученные в разделах 2, 3 теоретические результаты применены для решения задачи имитации эхосигналов от морских судов;

Экспериментальная апробация полученных результатов осуществлялась двумя путями. Во-первых, путем проведения экспериментов на специально созданном стенде, а, во-вторых, методами численного моделирования.

4.1 Экспериментальная проверка полученных теоретических результатов

4.1.1 Стенд моделирования работы матричного имитатора

Экспериментальная апробация осуществлялась с использованием стенда, представленного на рисунках 4.1 (укрупненная структура), 4.2 (фотография внешнего вида) и 4.3 (расположение антенн МИ и измерительного приемника).

Общее описание стенда

Стенд состоит из двухканального передатчика, линейного матричного излучателя из 6 антенн (рисунок 4.2), двухканального приемника и двух приемных антенн (рисунок 4.1).

МИ позволяет формировать отражения от распределенного объекта по одной угловой координате (азимуту). Выбор активных излучателей МИ осуществляется путем коммутации выходов передатчика на соответствующие излучатели.

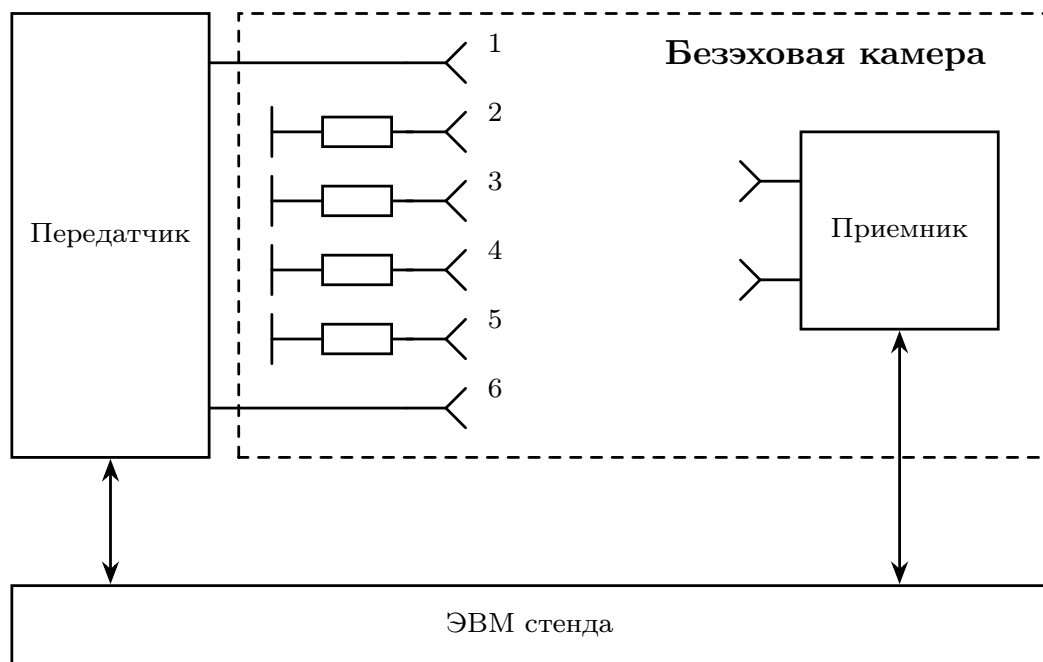


Рисунок 4.1 – Укрупненная структура стенда. В примере на излучение работают 1 и 6 антенны МИ

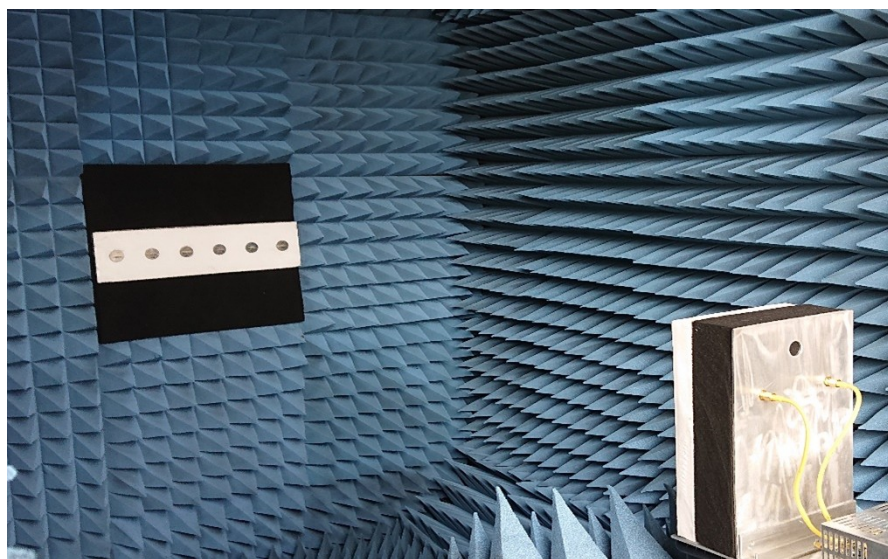


Рисунок 4.2 – Внешний вид стенда и МИ из его состава (приемник и его антенны в правом нижнем углу)

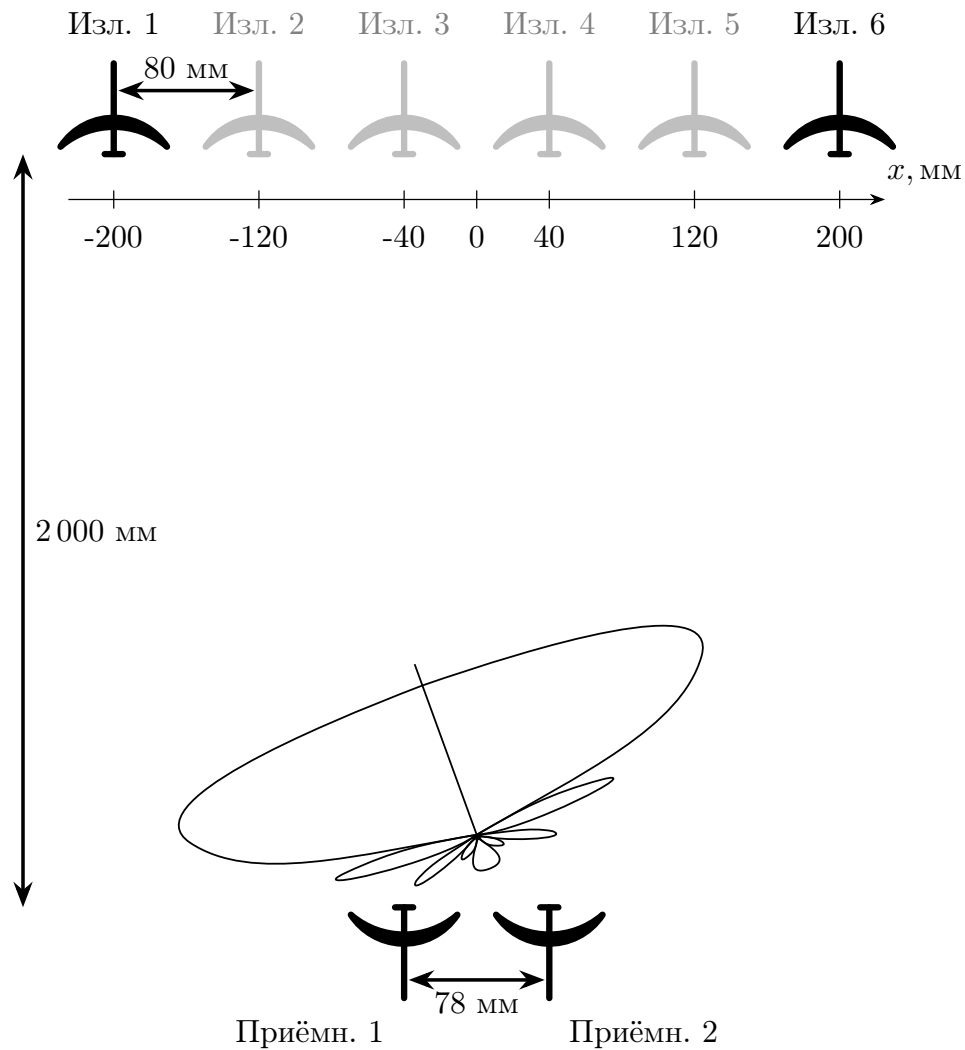


Рисунок 4.3 – Относительное расположение излучателей МИ и антенн измерительного приемника

Основные параметры приемника и передатчика стенда.

- Диапазон рабочих частот: 0.075–6 ГГц.
- Разрядность ЦАП/АЦП передатчика/приемника: 12 бит.
- Частота дискретизации ЦАП/АЦП: 15 МГц.
- Максимальная выходная мощность передатчика: +6.5 дБм.
- Управление верхнего уровня реализовано через порт Ethernet.
- Стенд размещен в безэховой камере (рисунок 4.2).

Излучатели МИ и приемные антенны одинаковы. Ширина их ДН по уровню половинной мощности на рабочей частоте (она равна 5 ГГц):

$$2\alpha_{0.5} = 75.1^\circ, \quad 2\theta_{0.5} = 101.2^\circ.$$

Диаграмма направленности антенн аппроксимируется функцией:

$$F(\alpha) = \cos(1.198\alpha),$$

где коэффициент 1.198 определяет ширину ДН по уровню 0.707, равную $2\alpha_{0.5}=75.1^\circ$, α – угол отклонения оси ДН от нормали к плоскости решетки (по азимуту).

Две антенны, используемые на прием, образуют антенную решетку.

Граница ее дальней зоны, определяется известным соотношением [107]

$$R = \frac{2D^2}{\lambda},$$

где D – максимальный размер апертуры решетки, λ – рабочая длина волны ($\lambda \approx 6$ см).

Она составляет около 0.4 метров, таким образом, (смотри рисунок 4.3) МИ расположен в дальней зоне приемной решетки.

Множитель решетки:

- при формировании суммарной диаграммы направленности

$$AF_{\Sigma}(\alpha) = e^{j\psi/2} + e^{-j\psi/2} = 2 \cos(\psi/2) = 2 \cos \left(\frac{\pi d \sin(\alpha)}{\lambda} \right),$$

- при формировании разностной диаграммы:

$$AF_{\Delta}(\alpha) = e^{j\psi/2} - e^{-j\psi/2} = 2j \sin(\psi/2) = 2j \sin \left(\frac{\pi d \sin(\alpha)}{\lambda} \right),$$

где $\psi = k d \sin(\alpha)$; $k = 2\pi/\lambda$; $d = 0.078$ м – расстояние между фазовыми центрами антенн решетки, α – угол отклонения оси ДН от равносигнального направления.

Результирующие суммарная и разностная диаграммы направленности (рисунок 4.4):

$$F_{\Sigma}(\alpha) = F(\alpha) \cdot AF_{\Sigma}(\alpha) = \cos(1.198\alpha) \cdot 2 \cos \left(\frac{\pi d \sin(\alpha)}{\lambda} \right),$$

$$F_{\Delta}(\alpha) = F(\alpha) \cdot AF_{\Delta}(\alpha) = \cos(1.198\alpha) \cdot 2j \sin \left(\frac{\pi d \sin(\alpha)}{\lambda} \right). \quad (4.1)$$

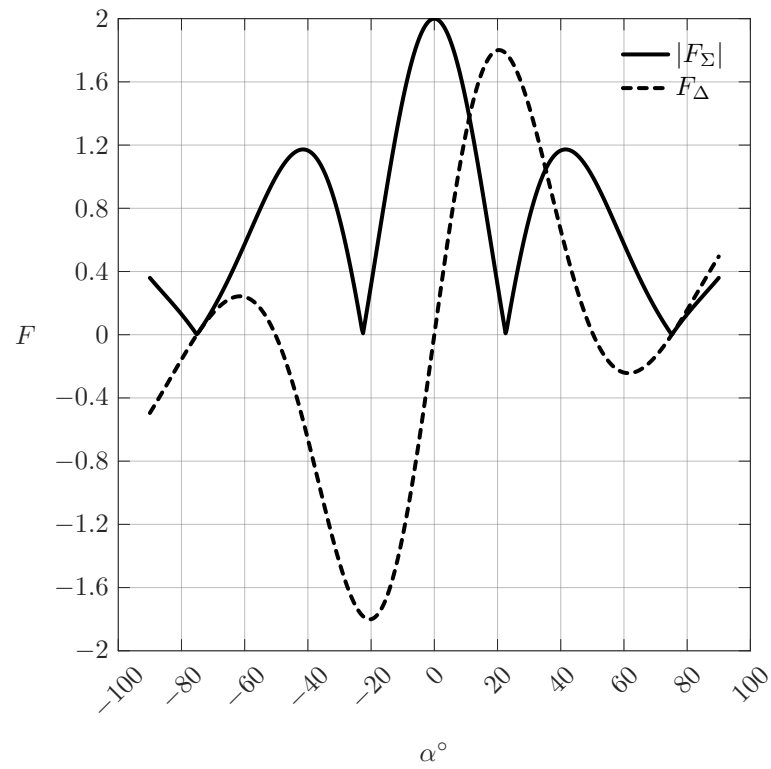


Рисунок 4.4 – Модуль суммарной и разностная ДН приемной антенной решетки стэнда

Пеленгационная характеристика (рисунок 4.5):

$$DF(\alpha) = \frac{F_{\Delta}(\alpha)}{|F_{\Sigma}(\alpha)|}. \quad (4.2)$$

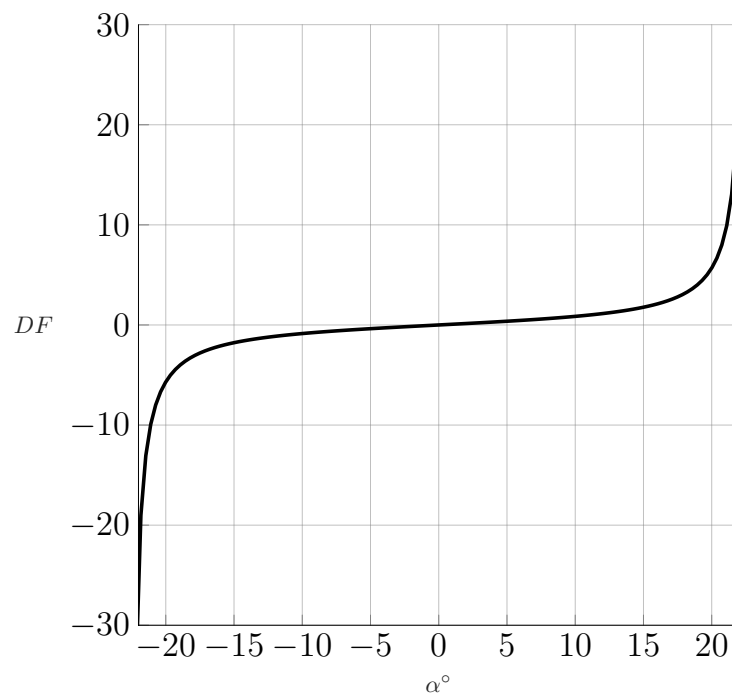


Рисунок 4.5 – Пеленгационная характеристика приемной антенной решетки

Ширина суммарной ДН решетки (рисунок 4.4) составляет $2\alpha_{0.5} \approx 21.54^\circ$, полуширина $\alpha_{0.5} \approx 10.77^\circ$.

Сканирование ее луча осуществлялось при обработке оцифрованных сигналов, принятых антеннами. Для этого использовались простейшие алгоритмы вычисления сигналов для суммарного и разностного приемных каналов:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{\Sigma}(\alpha, n) &= \dot{S}_{\text{пр1}}(n) \cdot e^{j\varphi(\alpha)} + \dot{S}_{\text{пр2}}(n), \\ \dot{U}_{\Delta}(\alpha, n) &= \dot{S}_{\text{пр1}}(n) \cdot e^{j\varphi(\alpha)} - \dot{S}_{\text{пр2}}(n),\end{aligned}\quad (4.3)$$

где $\dot{S}_{\text{пр1}}(n)$, $\dot{S}_{\text{пр2}}(n)$ – n -е отсчеты комплексных огибающих сигналов, принимаемых первой и второй антеннами приемника, прошедшие его тракты до входа АЦП; $\varphi(\alpha) = 2\pi d \sin(\alpha) / \lambda$.

При $\lambda \approx 6$ см фазовый сдвиг $\varphi(\alpha) = \pm\pi$ обеспечивает поворот луча на ± 22 градуса.

Матричный излучатель

Рассчитанные угловые положения излучателей МИ (относительно фазового центра приемной решетки) приведены в таблице 4.1. Они получены для положения антенн, представленного на рисунке 4.3. Максимальный угловой разнос излучателей составляет 11.4212° .

Таблица 4.1 – Расчетные угловые положения излучателей МИ относительно фазового центра приемной решетки (при $R=2000$ мм, положение центра МИ напротив фазового центра решетки)

№ Излучателя	1	2	3	4	5	6
Рассчитанное положение излучателя (градусы)	-5.7106	-3.4336	-1.1458	1.1458	3.4336	5.7106

Из шести излучателей одновременно используются только два (рисунок 4.1). В экспериментах были использованы наборы этих пар, соответствующие базам МИ, далее условно называемых матрицами с малой ($\delta \approx 0.01015 \cdot \alpha_{0.5}$, задействованы соседние излучатели), средней ($\delta \approx 0.3101 \cdot \alpha_{0.5}$, задействованы излучатели через два) и большой ($\delta \approx 0.5158 \cdot \alpha_{0.5}$, задействованы излучатели № 1 и № 6) базами.

Алгоритм работы стенда

1. Перед началом работы выполняется автоматическая калибровка стенда. Осуществляется оценка поправочных фазовых и амплитудных множителей каналов передатчика и приемника. В результате устраняются

фазовые и амплитудные неидентичности каналов приемника, передатчика и МИ, а также реализуется фокусировка МИ.

2. Для заданных объектов имитации и сценария моделирования ЭВМ стенда рассчитываются отсчеты комплексных огибающих сигналов, подводимых к излучателям МИ. Массив отсчетов заносится в память передатчика, который переносит их на частоту 5 ГГц.

3. Выходные сигналы передатчика подводятся к выбранным излучателям МИ. Антенны приемника принимают сигналы, излучаемые МИ, и осуществляют их перенос с радиочастоты в область видеочастот с последующей оцифровкой. Результаты оцифровки заносятся в память приемников.

4. После заполнения памяти отсчеты считываются ЭВМ.

5. Осуществляется обработка принятых отсчетов.

Оценки доплеровских спектров формируются путем преобразования Фурье массивов отсчетов сигналов суммарного и разностного каналов.

Положение КЦИ, формируемое МИ, определяется следующим образом.

Осуществляется сканирование луча приемной решетки с шагом 10^{-5} градуса (смотри (4.3)) в пределах ± 22 градуса.

Фиксируется положение ее луча, при котором имеет место минимум сигнала, принятого разностным каналом. Оно принимается за положение КЦИ по азимуту.

4.1.2 Проведенные эксперименты и их основные результаты

Проведенные на стенде эксперименты можно разделить на следующие основные группы.

1. Измерение углового положения излучателей МИ при подаче сигнала передатчика последовательно на 6 излучателей МИ. Сравнение измеренных угловых величин с приведенными в таблице 4.1. Эксперимент выполнен с целью проверки приемопередающей части стенда, калибровки стенда по азимутальной координате, а также проверки алгоритма обработки сигналов.

2. Измерение углового положения 11 точек, формируемых МИ и имеющих различающиеся частотные сдвиги. Выполнялось для малой,

средней и большой баз МИ.

3. Имитация ШК распределенного объекта. Эксперименты проводились на большой матрице. Были выбраны два распределения блестящих точек по поверхности объекта: равномерное (соответствует $\mu=\sqrt{3}$) и две блестящие точки на краях объекта (соответствует $\mu=1$) для:

- размера объекта равного размеру матрицы ($k_y=1$);
- размера объекта вдвое меньше размера матрицы ($k_y=2$), объект расположен по центру МИ;
- размера объекта вдвое меньше размера матрицы ($k_y=2$), объект расположен у излучателя матрицы.

Эксперименты пункта 2 обеспечили проверку результатов раздела 2 (точности установки положения КЦИ в различные угловые положения), а эксперименты, проведенные по пункту 3 – раздела 3.

Основные результаты экспериментов заключаются в следующем.

1. Пеленгация каждого из шести излучателей.

Результаты представлены в таблицах 4.2 и 4.3.

Таблица 4.2 – Угловые положения излучателей, определенные геометрически и в результате пеленга

№ излучателя	1	2	3	4	5	6
Рассчитанное положение (градусы)	-5.5177	-3.3172	-1.1068	1.1068	3.3172	5.5177
Измеренное положение (градусы)	-6.38	-3.60	-1.21	1.70	4.35	6.47

Таблица 4.3 – Угловое расстояние между соседними излучателями

№ излучателей	1–2	2–3	3–4	4–5	5–6
Рассчитанное значение (градусы)	2.2005	2.2104	2.2136	2.2104	2.2005
Измеренное значение (градусы)	2.78	2.39	2.91	2.65	2.12

2. Измерение углового положения 11 точек, формируемых МИ и имеющих различающиеся частотные сдвиги.

Были проведены две группы экспериментов. В первой заданы 11 точек в пределах МИ, во второй – за пределами матрицы.

Для первой группы задавались условия, сведенные в таблицу 4.4 (где ξ – нормированные положения точек (КЦИ); амплитудные коэффициенты

(A_1 и A_2) и частотные сдвиги ($f_{\text{доп}}$) сигналов, подводимых к излучателям МИ).

Таблица 4.4 – Нормированные угловые положения КЦИ и соответствующие им амплитудные коэффициенты для сигналов, подводимых к излучателям матрицы. КЦИ в пределах матрицы

ξ	-1	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
A_1	1	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0
A_2	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$f_{\text{доп}}, (\text{кГц})$	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175

Для второй группы задавались условия, сведенные в таблицу 4.5.

Таблица 4.5 – Нормированные угловые положения КЦИ и соответствующие им амплитудные коэффициенты для сигналов, подводимых к излучателям матрицы. КЦИ за пределами матрицы

ξ	-3	-2.8	-2.6	-2.4	-2.2	-2	-1.8	-1.6	-1.4	-1.2	-1
A_1	0.6667	0.6786	0.6923	0.7083	0.7273	0.7500	0.7778	0.8125	0.8529	0.9167	1.0000
A_2	0.3333	0.3214	0.3077	0.2917	0.2727	0.2500	0.2222	0.1875	0.1471	0.0833	0.0000
$f_{\text{доп}}, (\text{кГц})$	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175

Для снижения влияния случайных факторов для каждой группы проведено по пять измерений (при неизменных условиях эксперимента) с последующим усреднением полученных результатов.

Частотные смещения позволили (с помощью частотной селекции (БПФ преобразования)) разделить сигналы точек.

Измеренные угловые положения точек для первой группы экспериментов представлены на рисунках 4.6-4.8. На этих же рисунках пунктиром нанесены оценки, найденные по формуле (2.11), полученной во втором разделе.

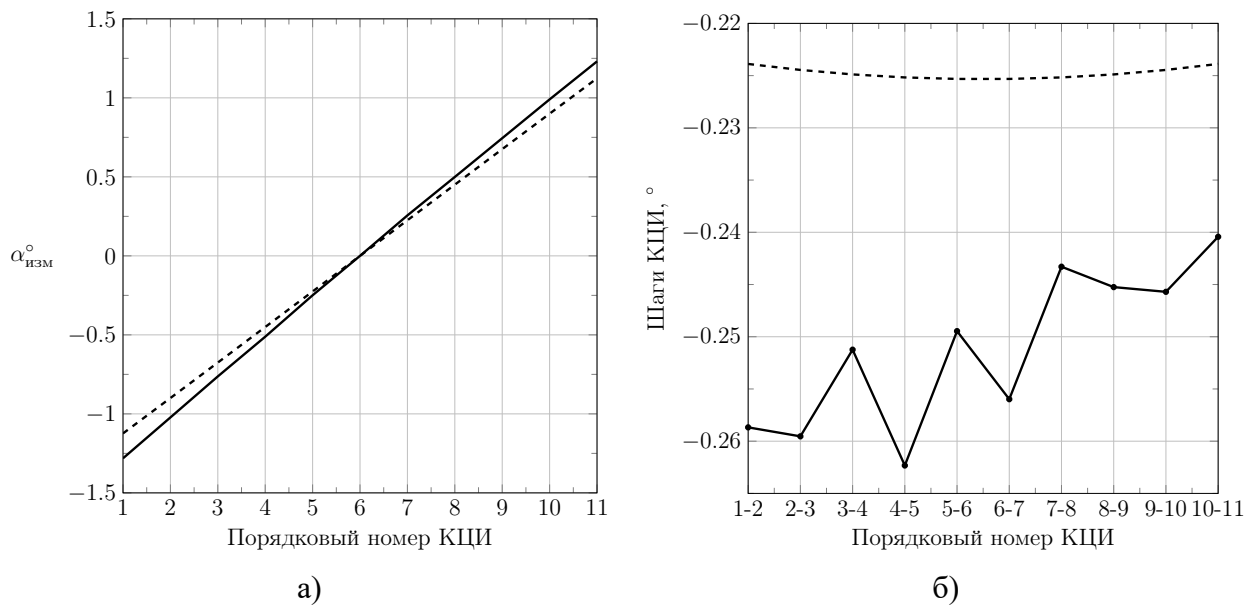


Рисунок 4.6 – Малая база матрицы. а) Измеренные угловые положения и б) расстояние между соседними точками, а также оценки, полученные на основе результатов второго раздела (2.11)

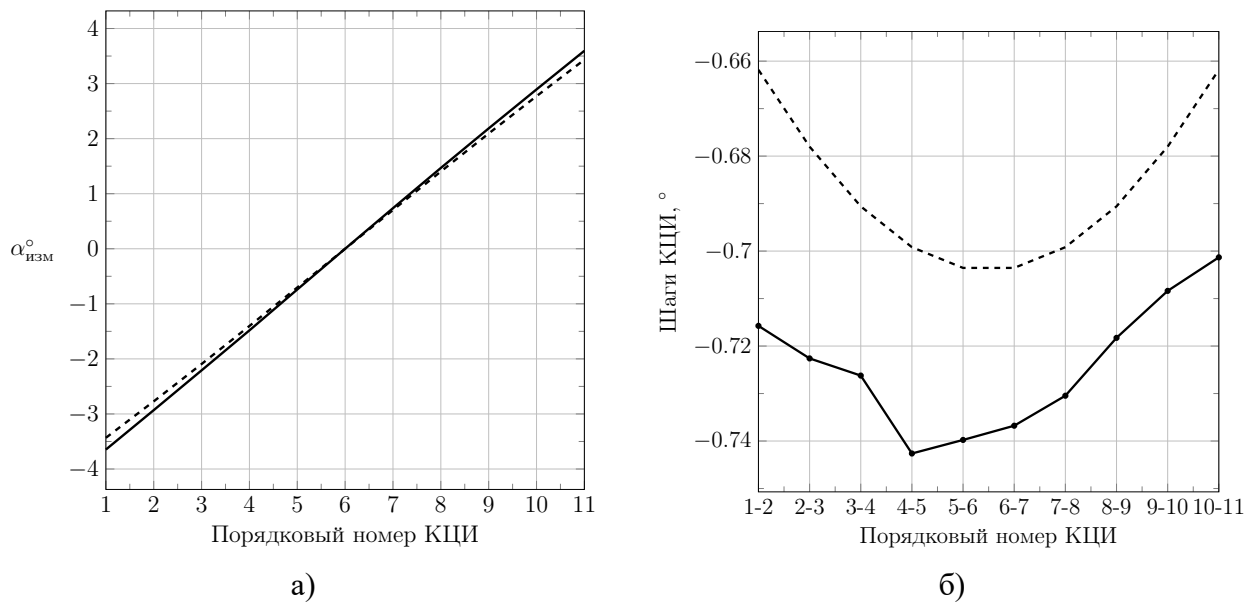


Рисунок 4.7 – Средняя база матрицы. а) Измеренные угловые положения и б) расстояние между соседними точками, а также оценки, полученные на основе результатов второго раздела (2.11)

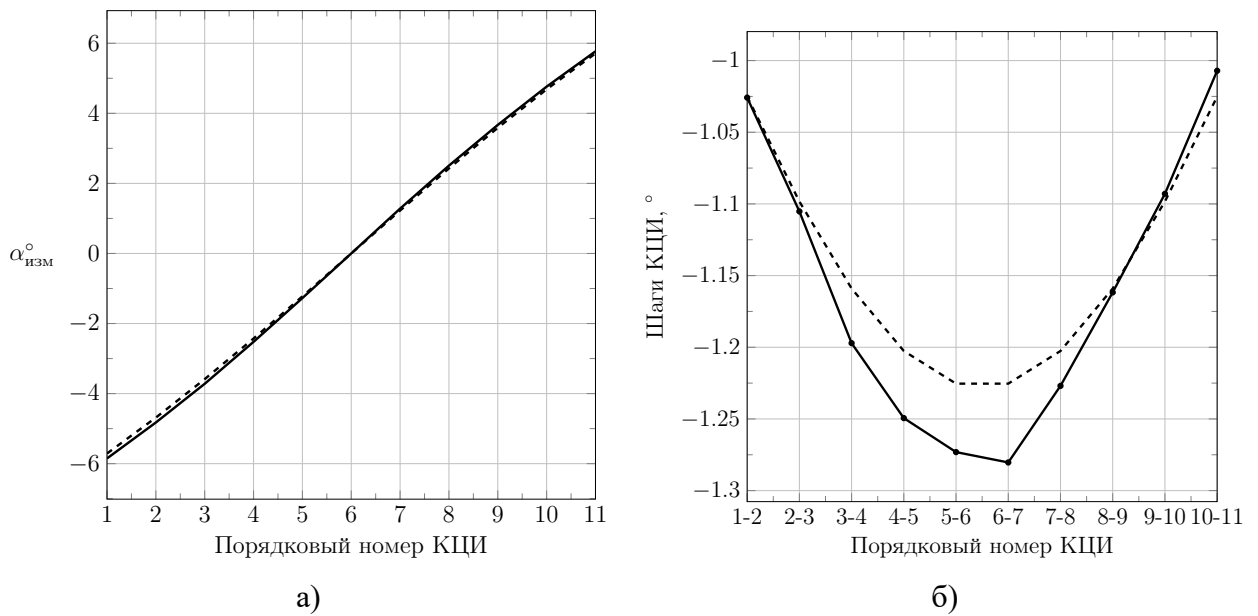


Рисунок 4.8 – Большая база матрицы. а) Измеренные угловые положения и б) расстояние между соседними точками, а также оценки, полученные на основе результатов второго раздела (2.11)

Видно, что по мере увеличения размеров матрицы степень близости получаемых результатов возрастает.

Измеренные угловые положения точек для второй группы экспериментов представлены на рисунках 4.9-4.11. На этих же рисунках пунктиром нанесены оценки, найденные по формуле (2.11), полученной во втором разделе.

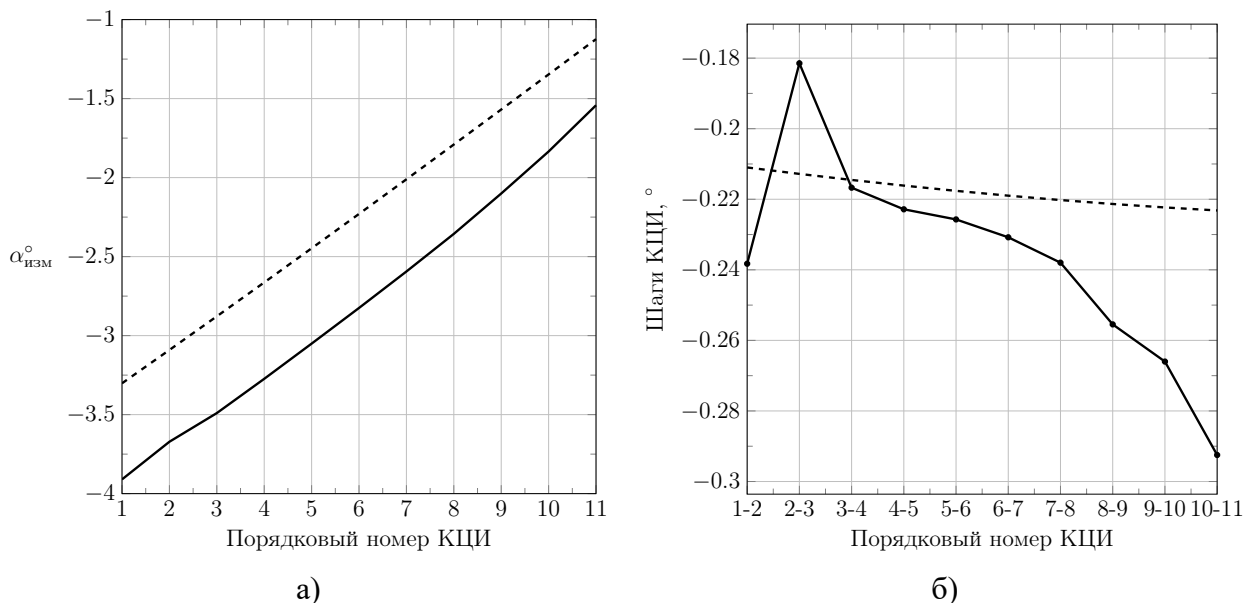


Рисунок 4.9 – Малая база матрицы. а) Измеренные угловые положения и б) расстояние между соседними точками, а также оценки, полученные на основе результатов второго раздела (2.11)

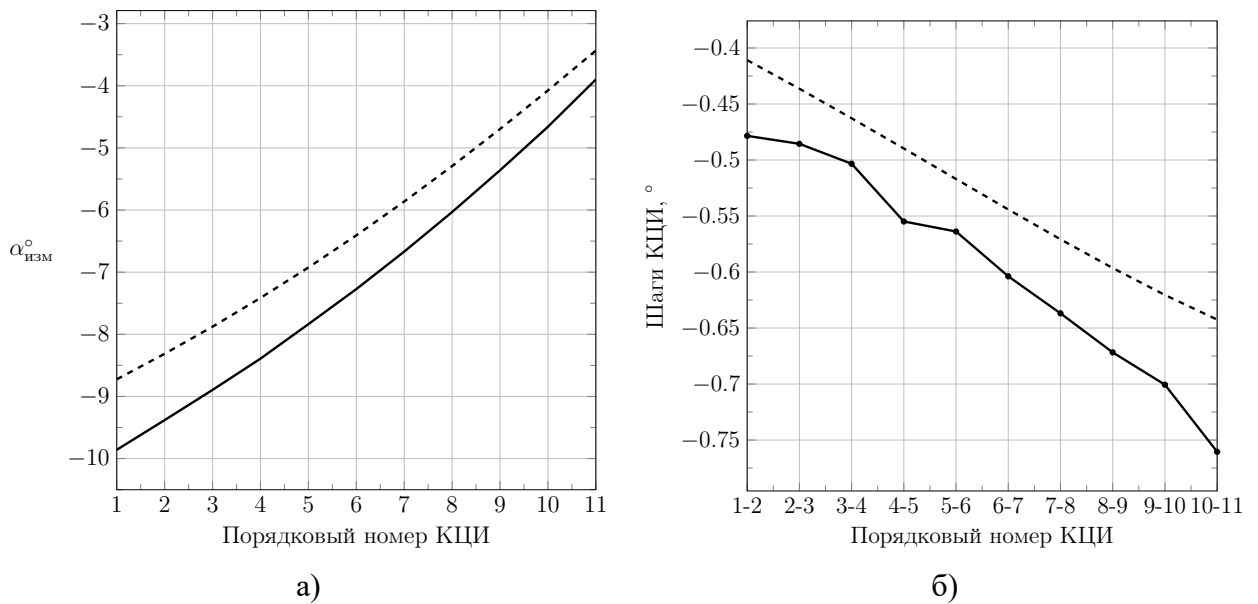


Рисунок 4.10 – Средняя база матрицы. а) Измеренные угловые положения и б) расстояние между соседними точками, а также оценки, полученные на основе результатов второго раздела (2.11)

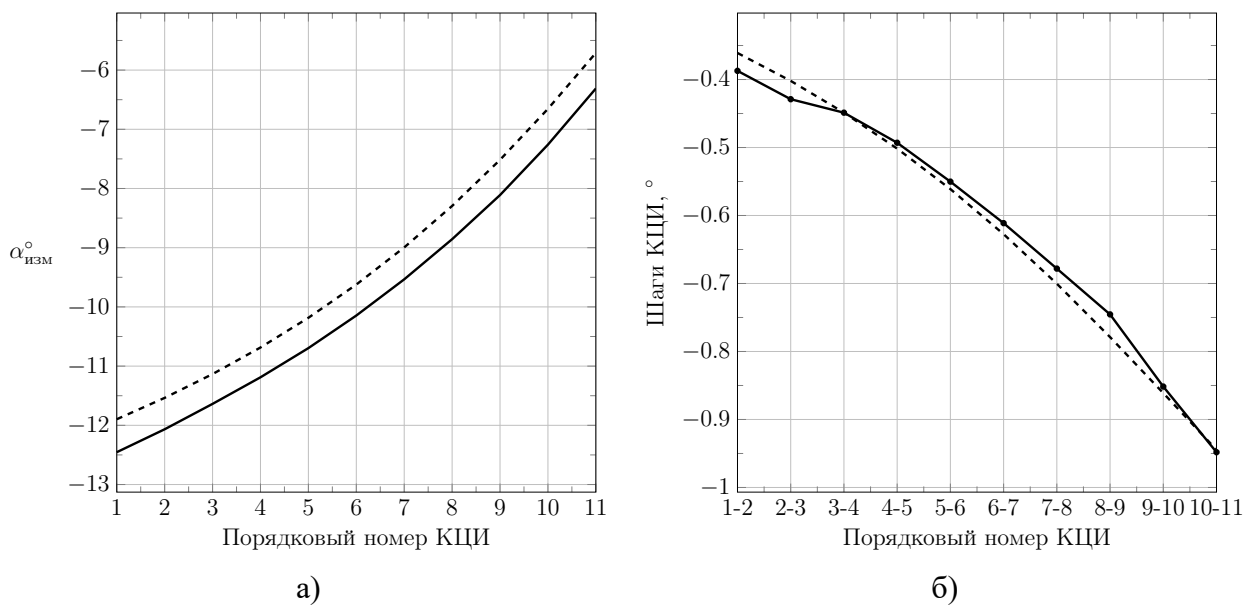


Рисунок 4.11 – Большая база матрицы. а) Измеренные угловые положения и б) расстояние между соседними точками, а также оценки, полученные на основе результатов второго раздела (2.11)

Зависимости ошибки измерения положения КЦИ для различных баз матрицы показаны на рисунках 4.12-4.14 (за матрицей – а) и в пределах МИ – б)).

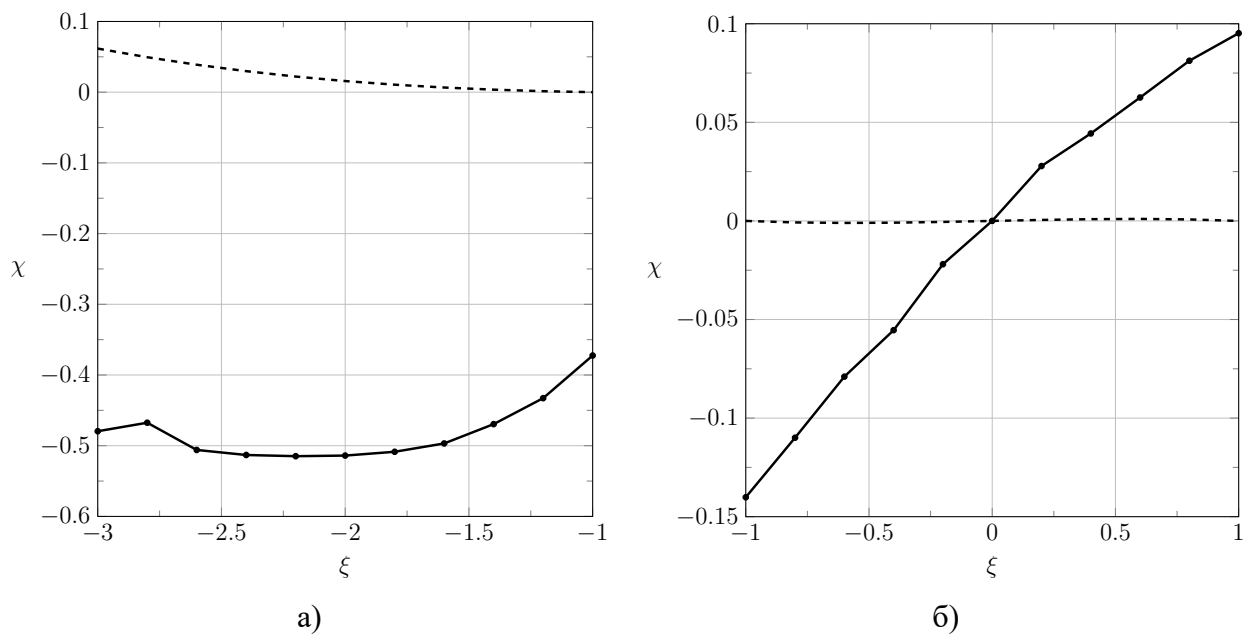


Рисунок 4.12 – Ошибка установки положения КЦИ при использовании малой базы матрицы (рисунок: а) за пределами матрицы, б) в пределах матрицы)

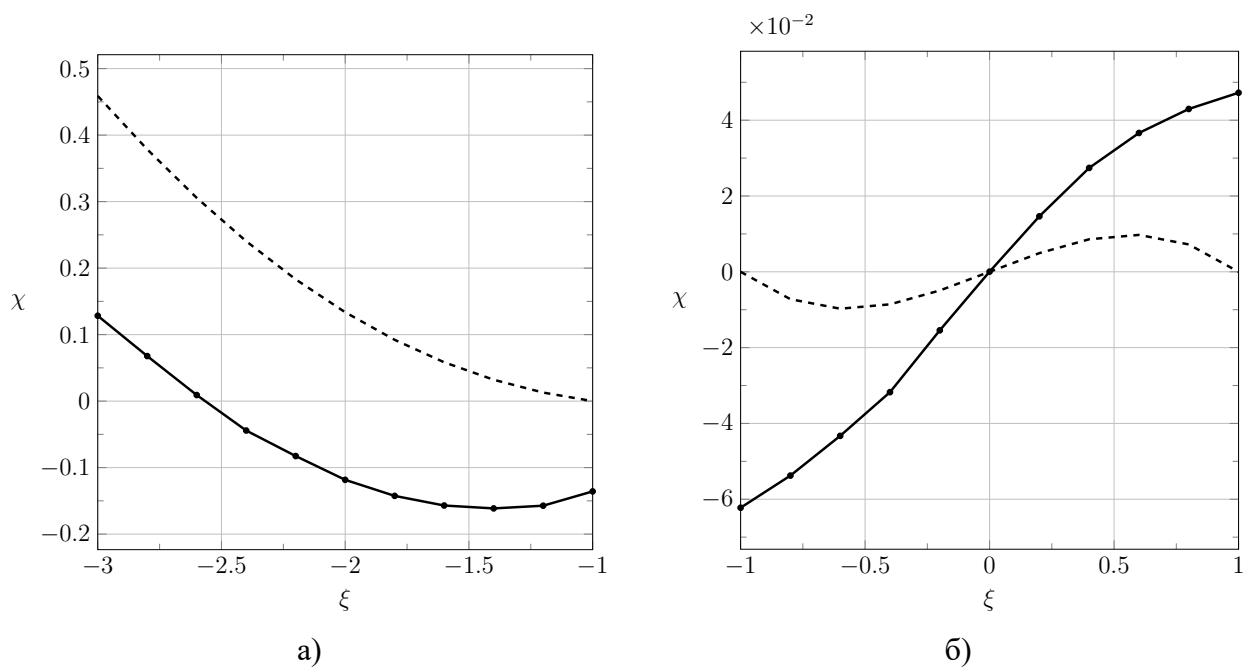


Рисунок 4.13 – Ошибка установки положения КЦИ при использовании средней базы матрицы (рисунок: а) за пределами матрицы, б) в пределах матрицы)

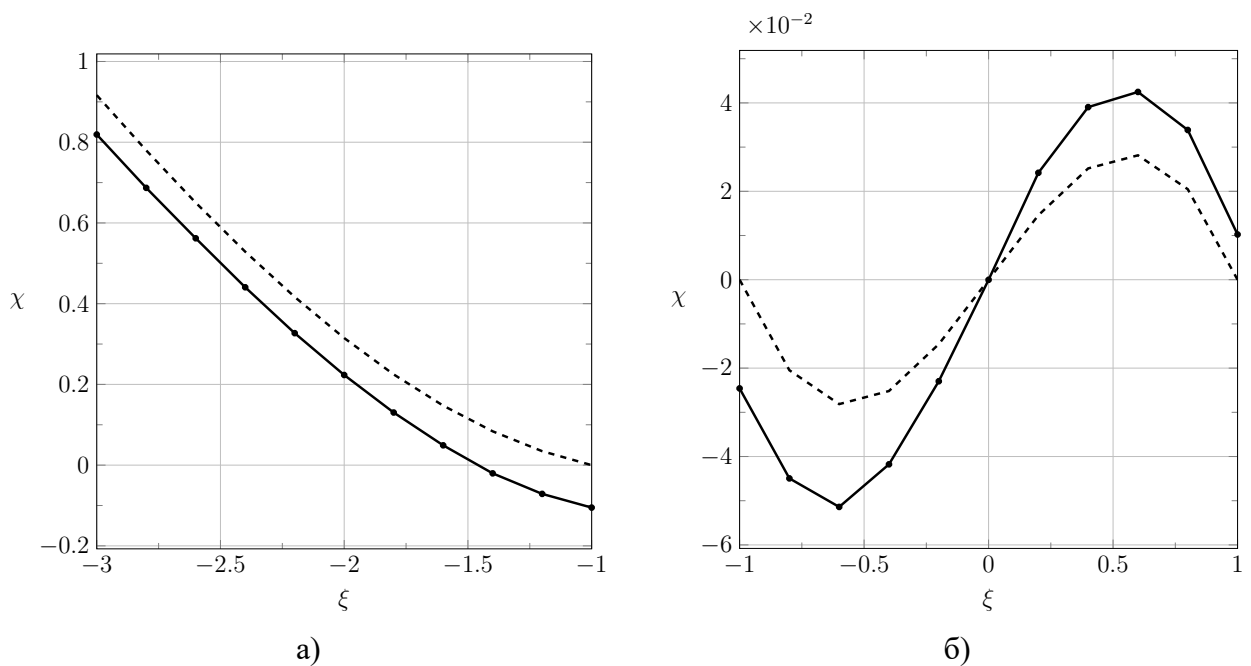


Рисунок 4.14 – Ошибка установки положения КЦИ при использовании большой базы матрицы (рисунок: а) за пределами матрицы, б) в пределах матрицы)

В целом проверка соответствия результатов измерений результатам, полученным во втором разделе, показала их близость. Особенно это заметно для большой матрицы. Поэтому эта матрица использовалась для проведения последующих экспериментов.

Имитация шумов угловых координат распределенного объекта

С учетом ранее выполненных экспериментов, измерения были ограничены большой матрицей. Использовались две модели объекта:

- с равномерным распределением 128 точек, излучающих сигналы одинаковой мощности;
- две точки по краям объекта, излучающих нормально распределенные сигналы с одинаковой дисперсией.

Были проведены следующие эксперименты.

1. Размер объекта равен размеру матрицы ($k_y=1$). Распределение интенсивности сигналов от точек равномерное ($\mu=\sqrt{3}$).
2. Размер объекта равен размеру матрицы ($k_y=1$). Две блестящие точки на краях цели ($\mu=1$).
3. Размер объекта вдвое меньше размера матрицы ($k_y=2$). Объект по центру матрицы ($m_{\text{тресб}}=0$). Распределение интенсивности точек равномерное ($\mu=\sqrt{3}$).
4. Размер объекта вдвое меньше размера матрицы ($k_y=2$). Объект по

центру матрицы ($m_{\text{трёб}}=0$). Две блестящие точки на его краях ($\mu=1$).

5. Размер объекта вдвое меньше размера матрицы ($k_y=2$). Объект у левого края матрицы ($m_{\text{трёб}}=-0.5$). Распределение интенсивности точек равномерное ($\mu=\sqrt{3}$).

6. Размер объекта вдвое меньше размера матрицы ($k_y=2$). Объект у левого края матрицы ($m_{\text{трёб}}=-0.5$). Две блестящие точки на краях цели ($\mu=1$).

7. Размер объекта вдвое меньше размера матрицы ($k_y=2$). Объект у правого края матрицы ($m_{\text{трёб}}=0.5$). Распределение интенсивности точек равномерное ($\mu=\sqrt{3}$).

8. Размер объекта вдвое меньше размера матрицы ($k_y=2$). Объект у правого края матрицы ($m_{\text{трёб}}=0.5$). Две блестящие точки на краях цели ($\mu=1$).

В каждом эксперименте определялось по три параметра ШК: математическое ожидание (m), параметр рассеяния ($\sigma_{\text{изм}}^2$) и коэффициент асимметрии (γ_1). Если $\gamma_1 < 0$, то согласно результатам третьего раздела распределение характеризуется удлинённым левым хвостом, при $\gamma_1 > 0$ – удлинённым правым.

Результаты измерений приведены в таблице 4.6 (строки «эксперимент»). Там же для сравнения приведены результаты расчетов по формулам раздела 3 (строки «расчет»).

В каждом эксперименте также определялись два параметра: математическое ожидание ошибки положения объекта (m_χ) и ошибка по параметру рассеяния (χ_{σ^2}).

Результаты приведены в таблице 4.7 (строки «эксперимент»). Для сравнения приведены результаты расчетов по формулам (3.2) и (3.7) (строки «расчет»).

На рисунке 4.15 приведены ПРВ, полученные для экспериментов 7 и 8 (сплошная линия). Штриховой линией показаны теоретические кривые ПРВ.

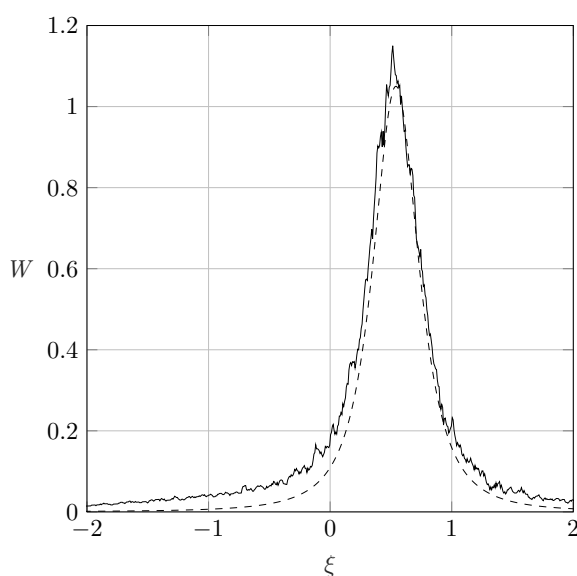
Расхождения между расчетными и экспериментальными данными обусловлены ограниченностью области углов электронного сканирования луча антенной решетки, используемой в стенде. В целом полученные экспериментальные результаты достаточно близки к расчетным, полученным по формулам третьего раздела.

Таблица 4.6 – Результаты экспериментов и расчетов

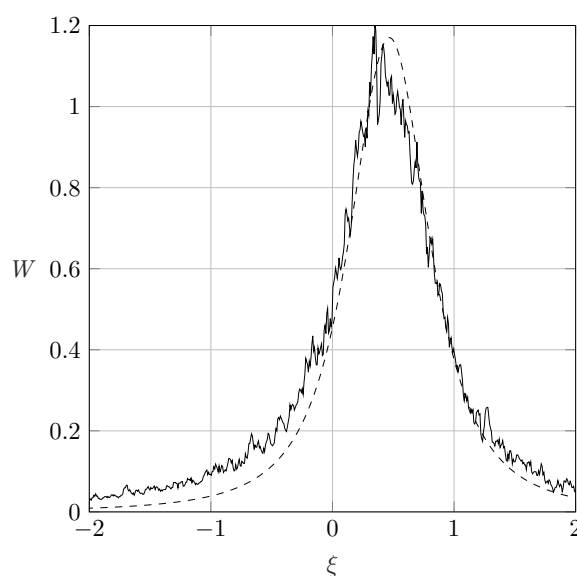
Параметр ПРВ		Номер эксперимента							
		1	2	3	4	5	6	7	8
m	эксперимент	0.0300	0.0100	0.0000	0.0000	-0.5192	-0.4536	0.5210	0.4684
	расчет	0	0	0	0	-0.5437	-0.4991	0.5437	0.4991
$\sigma_{\text{изм}}^2$	эксперимент	0.2810	0.3611	0.1502	0.2421	0.1115	0.2243	0.1318	0.2348
	расчет	0.3859	0.7184	0.1589	0.3242	0.1819	0.3105	0.1819	0.3105
$\sigma_{\text{изм}}$	эксперимент	0.5301	0.6009	0.3876	0.4920	0.3339	0.4736	0.3630	0.4846
	расчет	0.6213	0.8476	0.3987	0.5694	0.4266	0.5573	0.4266	0.5573
γ_1	эксперимент	-0.04	-0.03	0.01	-0.02	1.43	0.90	-1.46	-0.92
	расчет	0	0	0	0	1.35	1.09	-1.35	-1.09

Таблица 4.7 – Экспериментальные и расчетные результаты ошибок имитации ШК

Параметр		Номер эксперимента							
		1	2	3	4	5	6	7	8
m_χ	эксперимент	0.0300	0.0100	0.0000	0.0000	-0.0192	0.0464	0.0210	-0.0316
	расчет	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0437	0.0009	0.0437	-0.0009
χ_σ^2	эксперимент	-0.5945	-0.7824	-0.1698	-0.2816	-0.1271	-0.1699	-0.1018	-0.1605
	расчет	-0.4328	-0.5890	-0.1657	-0.2112	-0.1404	-0.2344	-0.1404	-0.2344



а)



б)

Рисунок 4.15 – Оценка ПРВ ШК: а) эксперимент 7, б) эксперимент 8

4.2 Моделирование спектральных характеристик шумов угловых координат

Как уже отмечалось в первом разделе, основное внимание в данной работе уделено ПРВ ШК и ее параметрам. Вместе с тем, интересно оценить влияние погрешностей установки положения КЦИ на спектральные характеристики ШК. С этой целью стенде был проведен ряд экспериментов.

Объект представлял собой $Q=128$ точек, расположенных равномерно вдоль горизонтальной линии. Распределение интенсивности сигналов от точек равномерное. Каждая точка излучает сигнал со случайной амплитудой. Сигналы точек разнесены по частотам на 5 кГц (то есть находятся в диапазоне $5 \text{ ГГц} \pm 125 \text{ кГц}$).

На рисунке 4.16 приведены полученные осциллограммы блужданий КЦИ, где $\xi_{\text{треб}}$ – массив положений КЦИ, полученный по многоточечной модели при идеальной пеленгационной характеристике; $\xi_{\text{изм}}$ – результаты измерений на стенде.

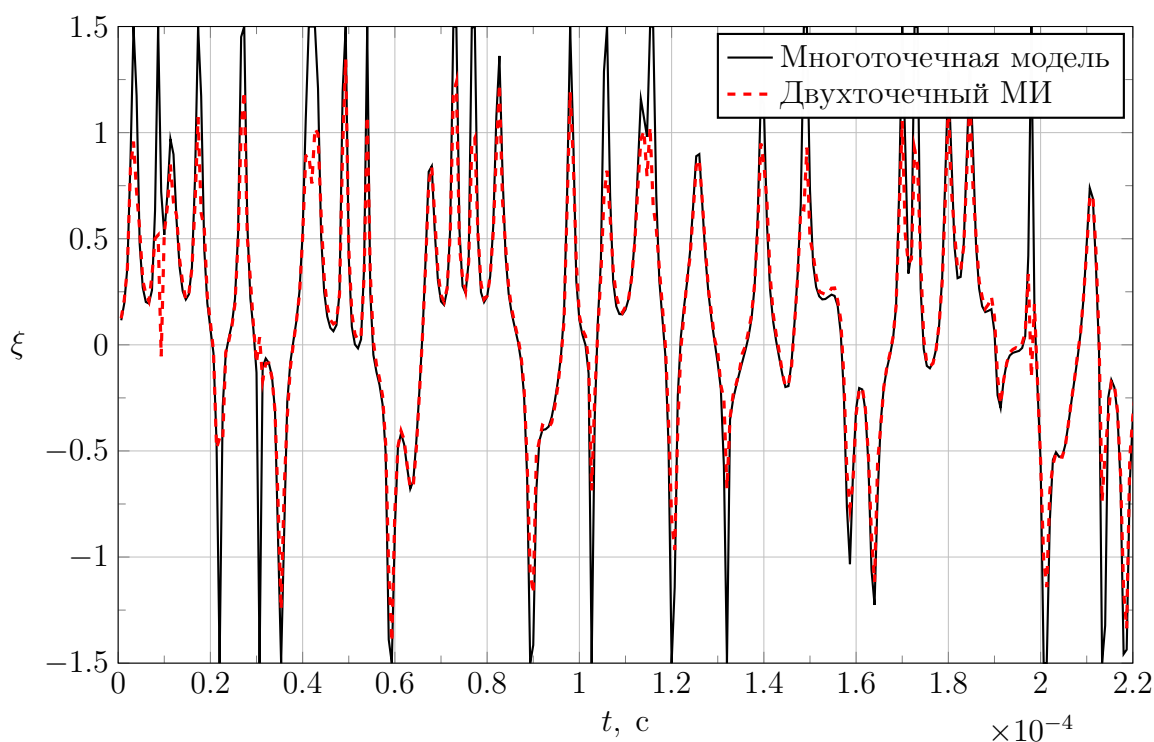


Рисунок 4.16 – Осциллограмма блужданий КЦИ. Фрагмент

На рисунке 4.17 показаны три кривых ПРВ ШК: W_1 – ПРВ ШК при математическом моделировании отражений от множества точек двухточечной моделью, W_2 – ПРВ ШК, измеренная на стенде, W_3 – ПРВ ШК теоретическая по (1.1) с параметром рассеяния, найденным по (3.5).

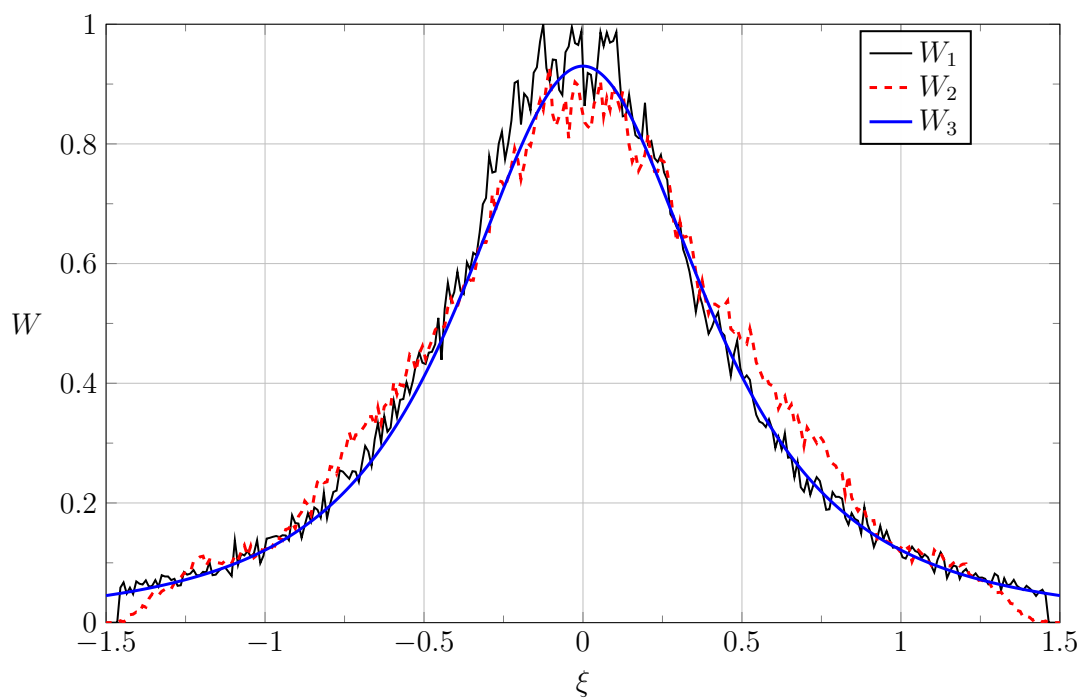
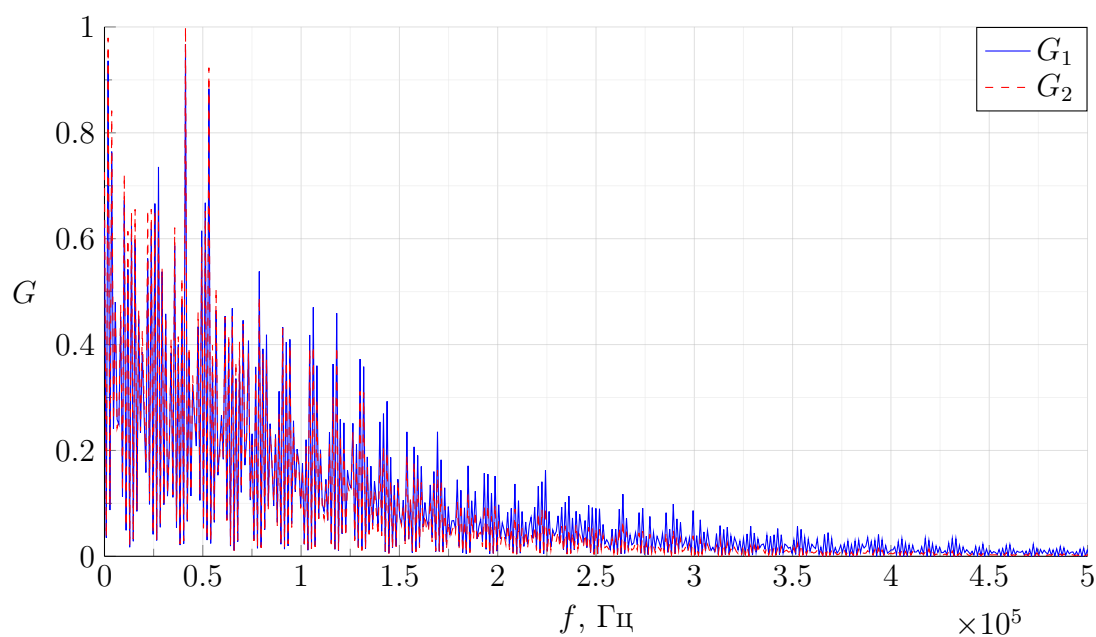


Рисунок 4.17 – ПРВ ШК

Над полученным массивом положений КЦИ выполнено дискретное преобразование Фурье.

Рисунок 4.18 – СПМ ШК (G_1 – при математическом моделировании, G_2 – результаты, полученные на стенде)

Эксперимент повторялся 16 раз, в каждом генерировался новый набор случайных амплитуд для сигналов элементарных блестящих точек. В

результате была найдена оценка спектральной плотности мощности ШК:

$$G(f) = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} \left| \dot{G}_i(f) \right|^2,$$

где $\dot{G}_i(f)$ – это спектральная оценка для i -го эксперимента.

Полученная оценка была сглажена путем свертки со скользящим окном. Итоговые кривые представлены на рисунке 4.18.

Нетрудно заметить хорошее соответствие полученных в эксперименте и ожидаемых зависимостей.

4.3 Имитация эхосигнала от корабля при морском волнении

В разделе представлены результаты экспериментов по моделированию с помощью МИ отражений от корабля, испытывающего бортовую качку.

В качестве объекта выбран американский ракетный крейсер типа «Тикондерога», основные параметры которого (включая распределение отражающих свойств по поверхности) приведены в открытой литературе [25].

Основные характеристики крейсера приведены в таблице 4.8.

Таблица 4.8 – Основные параметры крейсера «USA CG-47 TICONDEROGA»

Длина	172.8 м
Ширина	16.7 м
Высота	55 м
Осадка	9.7 м
Водоизмещение	9800 тонн (полное)

Статичный радиолокационный портрет корабля приведен на рисунке 1.6. Рабочее поле разбито на прямоугольные ячейки, каждая из которых имеет размер 10×10 метров. Для ячеек указаны значения средней ЭПР (в дБ), относительно одного квадратного метра. Ракурс наблюдения – боковой.

Основные параметры экспериментов сведены в таблицу 4.9.

Таблица 4.9 – Основные параметры экспериментов

Кол-во отсчетов сигналов	$N=2^{18}=262\,144$
Длительность одной реализации сигнала передатчика (время наблюдения)	0.0175 с
Рабочая частота стенда	$f_0=5$ ГГц
Частота дискретизации сигналов передатчика и приемника	$F_s=15$ МГц
Набор начальных фаз блестящих точек	Случаен. Постоянен в пределах одного эксперимента.
Модель качки	Бортовая
Ракурс	Бортовой
Количество блестящих точек на поверхности судна	60
Расположение БТ	В соответствии с рисунком 1.6 и 1.11
Количество периодов качки за время наблюдения	$T_k=8$
Максимальное отклонение корабля от равновесного состояния	$\beta_{\max}=0.1$ рад $=5.73^\circ$
Расстояние от фазового центра антенны РТС до центра масс корабля	$R=1000$ м

Корабль как твердое тело, частично погруженное в жидкость, имеет 6 степеней свободы, 3 из которых – движение центра тяжести вдоль координатных осей и 3 – вращение вокруг этих осей. Этим перемещениям соответствуют 6 видов качки: основные (продольно-горизонтальная, поперечно-горизонтальная и вертикальная) и дополнительные (бортовая, килевая и рысканье).

В эксперименте в качестве модели качки была использована простейшая линейная гармоническая модель, для которой угловое

отклонение от положения равновесия изменяется по гармоническому закону [108 – 110]:

$$\beta(t) = \beta_{\max} \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{T_k} t \right),$$

где β – угол крена, рыскания или угол килевой качки; $\beta_{\max}$ – максимальное отклонение корабля по соответствующему углу; T_k – период колебаний.

При качке изменяется расстояние от точки на поверхности судна до фазового центра антенны, как показано на рисунке 4.19.

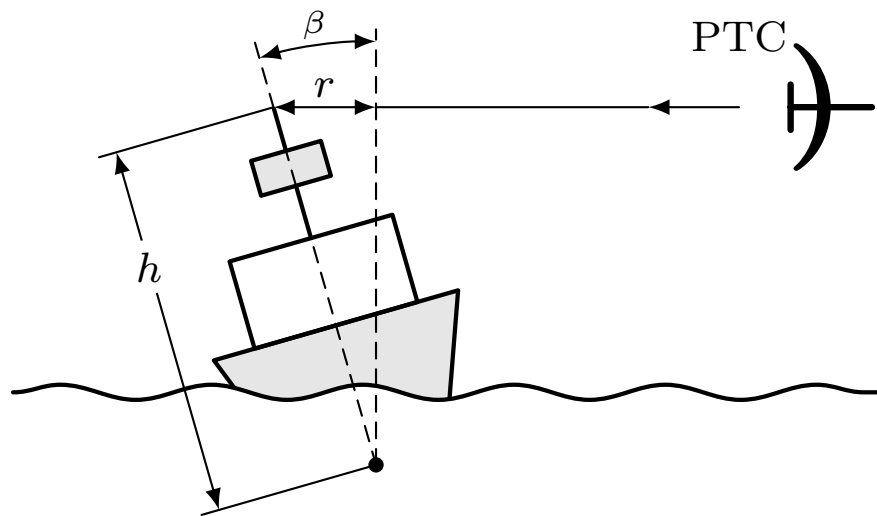


Рисунок 4.19 – Корабль на морском волнении

При условии, что наблюдатель находится на расстоянии R от центра корабля, а смещение точек определяется только эффектом бортовой качки, можно рассматривать изменение расстояния как сумму расстояния до центра корабля и дополнительного смещения, вызванного поворотом. При бортовой качке, такие изменения расстояния определяются выражением:

$$r_{i,q}(t) = h_{i,q} \cdot \sin(\beta(t)) = h_{i,q} \cdot \sin \left(\beta_{\max} \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{T_k} \cdot t \right) \right),$$

где $r_{i,q}$, $h_{i,q}$ — расстояние от i,q -й блестящей точки и ее положение по высоте, отсчитываемое от оси вращения корабля.

Учитывая, что угловое отклонение $\beta_{\max} \ll 1$ (в радианах), изменение расстояния до РТС

$$r_{i,q}(t) = h_{i,q} \cdot \beta_{\max} \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{T_k} \cdot t \right).$$

А текущее значение расстояния до этой точки

$$R_{i,q}(t) = \sqrt{R^2 + \sqrt{X_{i,q}^2 + Y_{i,q}^2} + r_{i,q}(t)}.$$

Фазовый набег сигнала от i,q -ой блестящей точки:

$$\Delta\varphi_{i,q}(t) = \frac{2\pi f_0 R_{i,q}(t)}{c}.$$

Отсчеты комплексной огибающей сигнала от i,q -ой блестящей точки:

$$\dot{S}_{i,q}(t) = A_{i,q} \cdot \exp(j \cdot (2\pi f_0 t + \varphi_{0,i,q} + \Delta\varphi_{i,q}(t))),$$

где $\varphi_{0,i,q}$ – начальная фаза для каждой точки, равномерно распределенная на интервале $0-2\pi$.

Поскольку стенд позволяет имитировать только перемещения КЦИ по азимуту, то объект имитации необходимо свести к одномерному, путем суперпозиции эхосигналов элементарных БТ в угломестной плоскости, то есть:

$$\dot{S}_q(t) = \sum_i \dot{S}_{i,q}(t).$$

Результаты экспериментов заключаются в следующем.

1. На рисунках 4.20 и 4.21 показаны осциллограммы блужданий КЦИ, полученные расчетным путем и в результате экспериментов. Видно, что экспериментальные данные имеют ограничение на максимальные значения. Это объяснимо. Раствор разностной ДН и пеленгационной характеристики в расчетах полагается не ограниченным. В эксперименте он ограничен величиной порядка $\pm 22^\circ$ (рисунки 4.4 и 4.5). В остальном результаты близки.

2. На рисунке 4.22 представлены полученные оценки ПРВ.

Итоговая оценка ПРВ ШК, полученная путем усреднения 16 измерений, приведена на рисунке 4.22. Можно констатировать хорошее соответствие результатов.

3. Над полученным массивом положений КЦИ выполнено дискретное преобразование Фурье. Эксперимент повторен 16 раз. Каждый раз генерировался новый набор случайных начальных фаз эхосигналов от фрагментов судна. Результирующие оценки СПМ ШК, полученные в этих экспериментах приведены на рисунке 4.23.

Нетрудно заметить высокую степень их близости.

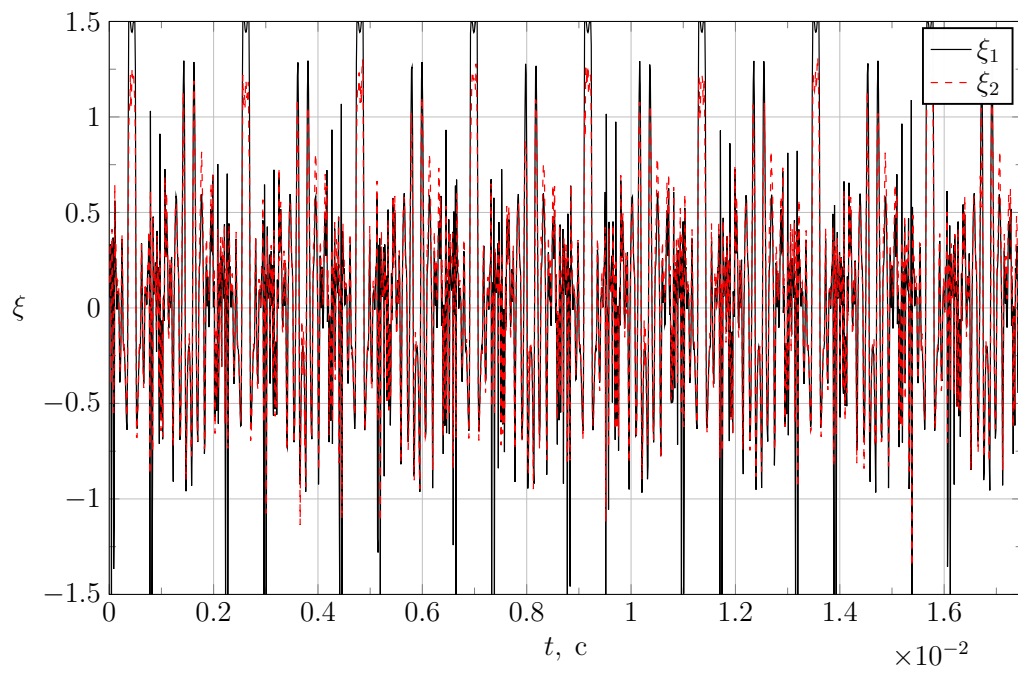


Рисунок 4.20 – Осциллограмма блужданий КЦИ (ξ_1 – для многоточечной модели, ξ_2 – получено на стенде)

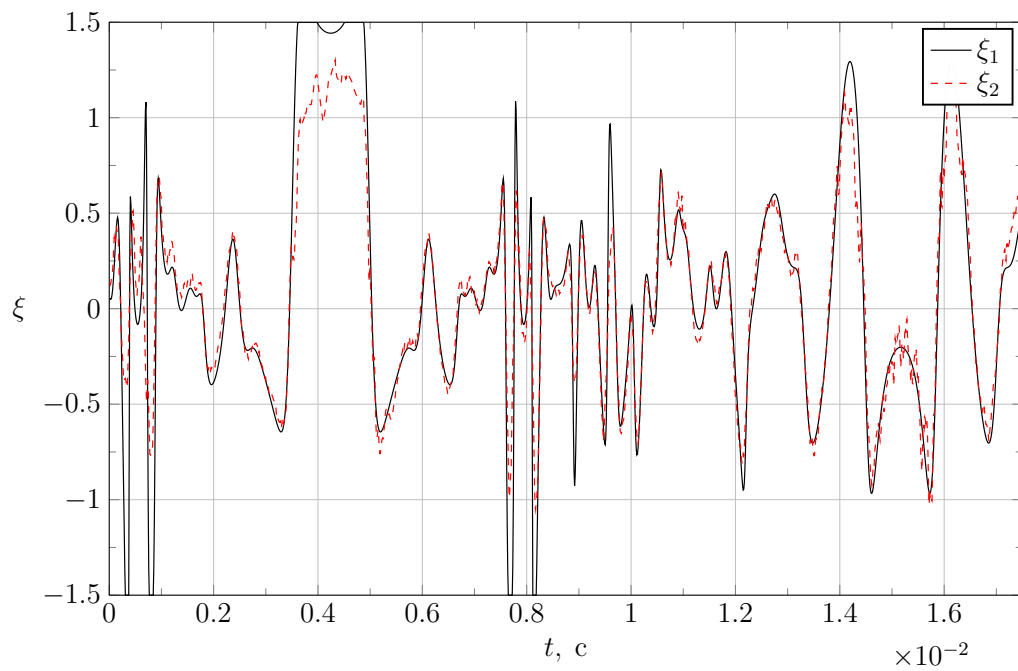


Рисунок 4.21 – Увеличен один из периодов блужданий КЦИ (ξ_1 – для многоточечной модели, ξ_2 – получено на стенде)

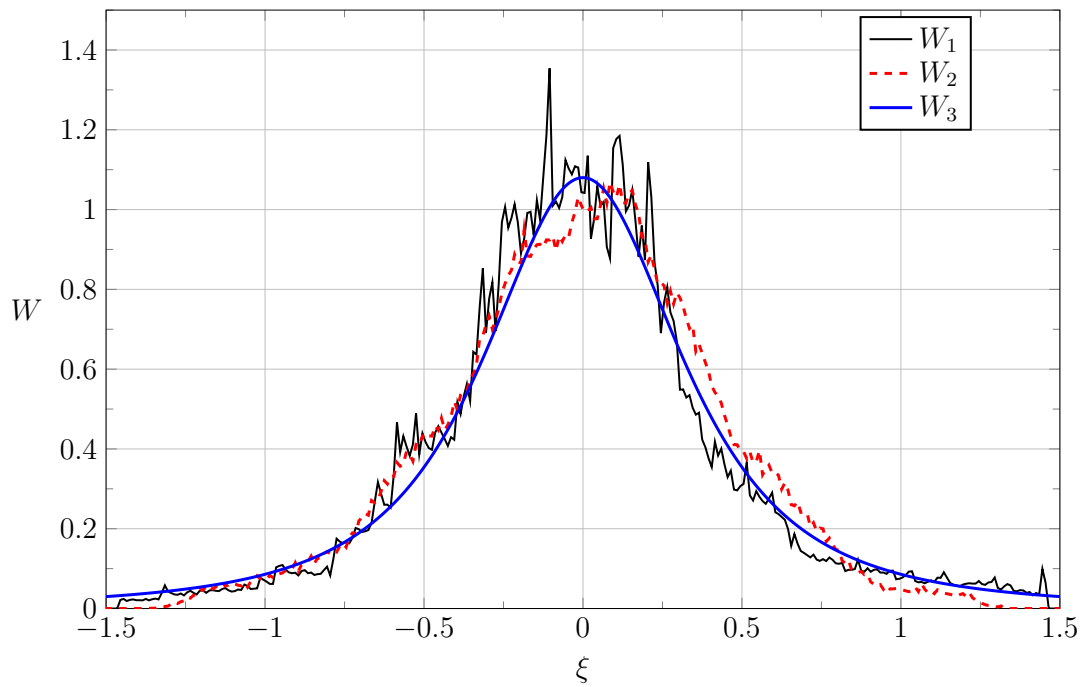


Рисунок 4.22 – Оценка ПРВ ШК (W_1 – математическое моделирование одномерной модели корабля, W_2 – результаты, полученные на стенде, W_3 – теоретическая кривая, построенная по формуле 1.1)

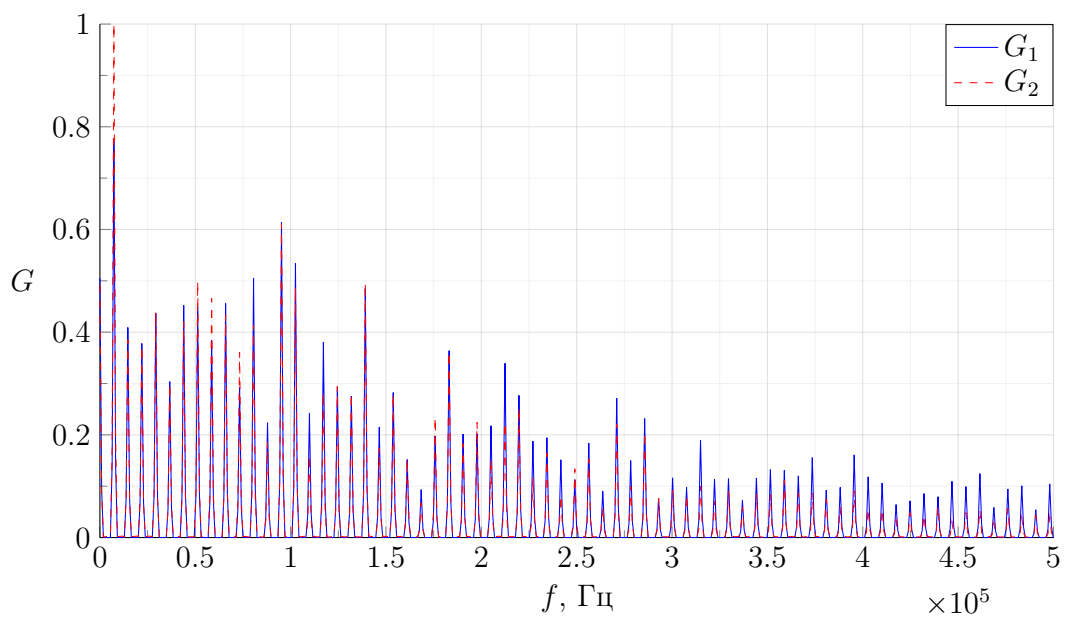


Рисунок 4.23 – Оценка СПМ ШК (G_1 – при математическом моделировании одномерной модели корабля, G_2 – результаты, полученные на стенде)

Выводы по четвертому разделу

1. Экспериментально подтверждено, что переход от многоточечной модели к двухточечной приводит к ошибкам измерения углового положения КЦИ, которые вызывают искажения ПРВ ШК, а также ее смещение, изменение рассеяния и асимметрии.

2. В целом результаты экспериментов, проведенных на разработанном стенде, подтвердили основные положения и результаты, полученные в разделах 2 и 3. В частности, была экспериментально продемонстрирована возможность формирования заданных положений КЦИ как в пределах, так и за пределами матрицы. Показано наличие ошибки измерения углового положения КЦИ, причем ее характер и величина согласуются с расчетными оценками.

3. Полученные результаты подтверждают возможность практического применения разработанного стенда, алгоритмов имитации и метода оценивания параметров ошибок имитации для решения задач моделирования экосигналов от морских объектов.

Заключение

Основные результаты проведенных исследований заключаются в следующем.

В работе установлены причины возникновения и оценены параметры ошибок установки углового положения кажущегося центра излучения в матричных имитаторах с учетом направленных свойств антенны радиотехнической системы. Оценены основные вероятностные характеристики ошибок имитации матричным имитатором угловых шумов распределенных объектов: плотность распределения вероятности, первый момент и параметр, определяющий рассеяние. Полученные теоретические результаты развиты до уровня, позволяющего синтезировать матричные имитаторы протяженных радиолокационных объектов, обеспечивающие заданную достоверность имитации их угловых шумов.

Установлено, что представление точечных объектов в виде геометрических моделей, состоящих из двух точек, неизбежно приводит к ошибки при установки углового положения кажущегося центра излучения. Сформулированы зависимости, связывающие величину этой ошибки с диаграммой направленности антенны, разносом излучателей матричного имитатора и заданным положением кажущегося центра излучения.

Установлено, что ошибки установки положения кажущегося центра излучения, возникающие в матричных имитаторах, обуславливают ошибки при моделировании шумов угловых координат распределенных объектов.

Выведены аналитические выражения для оценки ошибки моделирования функции распределения, математического ожидания шумов угловых координат и параметра, характеризующего их разброс. Показано, что эти ошибки зависят от взаимного расположения излучателей матричного имитатора, размеров и положения замещаемого объекта, распределения отражающих свойств по его поверхности и формы диаграммы направленности антенны.

Сформулированы условия и соотношения, позволяющие определить разнос излучателей матричного имитатора и ограничения на размеры и положение замещаемого объекта, при которых обеспечивается заданная достоверность имитации ШК.

Проведена экспериментальная проверка теоретических выводов,

подтвердившая их правильность и обоснованность.

Таким образом, следует отметить следующие прикладные аспекты.

1. Полученные выражения для расчета ошибок установки углового положения кажущегося центра излучения позволяют, во-первых, проводить оценку точностных характеристик матричного имитатора, во-вторых, задавать разнос излучателей матричного имитатора, при котором гарантируется заданный уровень ошибок.

2. Полученные выражения для расчета ошибок установки вероятностных характеристик шумов угловых координат распределенных объектов позволяют задавать разнос излучателей матричного имитатора, определять соотношение между размером разнosa и размерами имитируемого объекта, а также устанавливать взаимное положение объекта имитации и матрицы с целью обеспечения заданного гарантированного уровня ошибок.

3. Результаты, полученные при решении задачи синтеза матричного имитатора отражений от надводного корабля, могут быть непосредственно использованы при разработке матричных имитаторов и их программного обеспечения.

В качестве направлений дальнейших исследований логично предложить исследования методов компенсации выявленных ошибок установки углового положения и имитации вероятностных характеристик шумов угловых координат, а также исследования влияния выявленных ошибок на спектральные характеристики шумов угловых координат.

Список сокращений

БТ – блестящая точка

ДН – диаграмма направленности

КЦИ – кажущийся центр излучения

МИ – матричный имитатор

ПРВ – плотность распределения вероятностей

РТС – радиотехническая система

СПМ – спектральная плотность мощности

ШК – шумы (угловых) координат

ЭВМ – электронно-вычислительная машина

ЭПР – эффективная поверхность рассеяния

Список литературы

1. Ergezer H., Keskin M. F., Gunay O. Hardware-in-the-Loop Radar Test Simulator // Proceedings of the 4th International Conference on Simulation and Modeling Methodologies, Technologies and Applications (SIMULTECH 2014). – Vienna, Austria : SciTePress, 08/28/2014–08/30/2014. – P. 666–673. – DOI: 10.5220/0005034506660673.
2. Huang H., Pan M., Lu Z. Hardware-in-the-loop simulation technology of wide-band radar targets based on scattering center model // Chinese Journal of Aeronautics. – 2015. – Vol. 28, no. 5. – P. 1476–1484. – DOI: 10.1016/j.cja.2015.07.006.
3. Hardware-in-the-loop radar environment simulation on wideband DRFM platforms / J. J. Strydom [et al.] // Proceedings of the IET International Conference on Radar Systems (Radar 2012). – Glasgow, UK : IET, 10/23/2012–10/25/2012. – P. 1–5. – DOI: 10.1049/cp.2012.1687.
4. Радиолокационные системы многофункциональных самолётов : РЛС – информационная основа боевых действий многофункциональных самолётов. Системы и алгоритмы первичной обработки радиолокационных сигналов. Т. 1 / А. И. Канащенков, В. И. Меркулов, А. А. Герасимов [и др.] ; под ред. А. И. Канащенков, В. И. Меркулов. – М. : Радиотехника, 2006. – 655 с. – (Авиационные системы радиоуправления).
5. Wayne D. J., McBride S. T., McKenna J. T. Multiple Target, Dynamic RF Scene Generator // Proceedings of the 38th Annual Antenna Measurement Techniques Association (AMTA) Conference. – Austin, Texas, USA, 10/30/2016–11/04/2016. – P. 319–324.
6. Радиолокационные системы авиационно-космического мониторинга земной поверхности и воздушного пространства / В. С. Верба [и др.] ; под ред. В. С. Верба, Б. Г. Татарский. – М. : Радиотехника, 2014. – 570 с. – (Научная серия «Труды научных школ ОАО «Концерн радиостроения «Вега»»). – ISBN 978-5-93108-084-0.
7. Степанов М. А. Точность позиционирования кажущегося центра излучения в когерентном трёхточечном матричном имитаторе // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеchnическая. – 2015. – № 5. – С. 57–67.
8. Точность оценки амплитудной неидентичности каналов матричного имитатора / Н. В. Белявская [и др.] // Материалы XIII

Международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (АПЭП–2016). Т. 12. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. – С. 28 – 31.

9. Калмыков И. Ю. Ошибки позиционирования эквивалентного центра излучения двумерным матричным имитатором // Современные проблемы радиоэлектроники. – Красноярск : Изд-во СФУ, 2011. – С. 27 – 31.

10. Сабитов Т. И., Киселев А. В. Коррекция амплитудной ошибки в матричных имитаторах радиолокационных целей // Радиопромышленность. – 2020. – Т. 30, № 4. – С. 106 – 110. – DOI: 10.21778/2413-9599-2020-30-4-106-110.

11. Матвеев Н. П. Модель моноимпульсной системы с дискретным фазированием для оценки точности угловых измерений // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. – 2008. – № 3. – С. 81 – 93. – (Приборостроение).

12. Леонтьев В. В. Методы теоретической и экспериментальной оценки характеристик радиолокационного рассеяния морских объектов : автореф. дис. : 05.12.04 / Леонтьев В. В. – СПб. : СПбГУ, 2000. – 33 с.

13. Тырыкин С. В. Модели радиолокационных объектов, построенные из независимых отражателей, и имитация эхосигналов на их основе : дис. : 05.12.14 / Тырыкин С. В. – Новосибирск : НГТУ, 2005. – 229 с.

14. Артюшенко В. М., Воловач В. И. Искажения диаграмм направленности фазированных антенных решёток под влиянием периодических и флуктуационных помех // Журнал радиоэлектроники. – 2021. – № 2. – DOI: 10.30898/1684-1719.2021.2.10.

15. Хомяков П.О. Определение границ возможного положения кажущегося центра излучения двухточечной модели // XIII Международная научно-техническая конференция АПЭП. – 2016. С. 32 - 34.

16. Степанов М. А., Сабитов Т. И., Киселев А. В. Ошибки фазировки матричного имитатора эхосигналов многоантенной радиоэлектронной системы // Журнал радиоэлектроники. – 2021. – № 10. – DOI: 10.30898/1684-1719.2021.10.14.

17. Островитянов Р. В., Басалов Ф. А. Статистическая теория радиолокации протяжённых целей. – М. : Радио и связь, 1982. – 224 с.

18. Радиолокация PCA : [Электронный ресурс]. – URL: <http://aeroson.ru/niokr/radiolokatsiya-rsa/> (дата обр. 13.05.2025).
19. Доросинский Л. Г., Трухин М. П. Теория и практика обработки сигналов от пространственно-распределённых целей. – Ульяновск : Зебра, 2015. – 243 с.
20. Bird T. S. Fundamentals of Aperture Antennas and Arrays: From Theory to Design, Fabrication and Testing. – Chichester : John Wiley & Sons, 2016. – ISBN 9781118923566. – DOI: 10.1002/9781119127451. – 430 p.
21. Горбунова А. А. Разработка алгоритма получения точечного портрета сложной цели по комплексному радиолокационному изображению // Труды МАИ. – 2011. – № 45. – С. 1–21. – URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=25366> (дата обр. 25.05.2025).
22. Методика формирования радиолокационных портретов (сигнатур) объектов сложной пространственной конфигурации с проводящей поверхностью / Е. Э. Филиппских [и др.] // Информация и космос. – 2022. – № 1. – С. 20–27.
23. Горобец В. Н. Доплеровские спектры узкополосных сигналов, отражённых кораблями различных классов // Радиофизика и электроника. – 2012. – Т. 17, № 3. – С. 35–40.
24. Штагер Е. А. Радиолокационная заметность корабля. – СПб. : ВВМ, 2019. – 104 с.
25. Штагер Е. А. Радиолокационные антиподы кораблей. – СПб. : ВВМ, 2009. – 197 с.
26. Кобак В. О. Радиолокационные отражатели. – М. : Сов. радио, 1975. – 248 с.
27. Охрименко А. Е. Основы радиолокации и РЭБ. – М. : Воениздат, 1983. – 456 с.
28. Андреев А. Ю., Засухин С. О., Шихов И. А. Радиолокационные портреты и эффективная площадь рассеяния морских объектов // Труды Крыловского государственного научного центра. – 2020. – Т. 4, № 394.
29. Delano R. H. A Theory of Target Glint or Angular Scintillation in Radar Tracking // Proceedings of the IRE. – 1953. – Vol. 41. – P. 1778–1784. – DOI: 10.1109/JRPROC.1953.274368.

30. Анализ фронта электромагнитной волны, создаваемой когерентными источниками излучения из двух точек пространства / А. А. Дятко [и др.] // Доклады БГУИР. – 2018. – № 6 (116). – С. 5 – 11.

31. Бартон Д., Вард Г. Справочник по радиолокационным измерениям / Пер. с англ. под ред. М. М. Вейсбейна. – М. : Сов. радио, 1976. – 392 с.

32. Mokole E. L. Contributions to Radar Tracking Errors for a Two-Point Target Caused by Geometric Approximations : Technical Report / Naval Research Laboratory. – Washington, DC, 09/19/1991. – DOI: 10.21236/ADA241635. – 27 p.

33. Климашов Б. М. Протяженность цели и нестационарность процесса сближения объектов в ближней радиолокации // Вестник Самарского государственного технического университета. – 2005. – С. 37 – 44.

34. Артющенко В. М., Воловач В. И. Анализ параметров спектра доплеровского сигнала, отраженного от движущегося протяженного объекта // Журнал радиоэлектроники. – 2015. – № 1. – С. 1 – 16.

35. Киселев А. В., Артющенко В. В., Никулин А. В. Имитация отражений от распределённых радиолокационных объектов на основе некогерентных геометрических моделей. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2019. – 211 с. – (Монография НГТУ). – ISBN 978-5-7782-3920-3.

36. Patterson D. M., Ashley R. A. Glint Tracking Errors in Radar // A Nonlinear Time Series Workshop: A Toolkit for Detecting and Identifying Nonlinear Serial Dependence. – Boston : Kluwer Academic Publishers, 2000. – P. 121–136. – DOI: 10.1007/978-1-4419-8688-7_7.

37. Bahtiyar S. Target glint phenomenon analysis and evaluation of glint reduction techniques : Master of Science thesis / Bahtiyar Selçuk. – Ankara : Middle East Technical University, 2012. – 87 p.

38. Sherman S. M., Barton D. K. Monopulse Principle and Techniques. – 2nd ed. – Norwood, MA : Artech House, 2011. – 419 p.

39. Yin H. C., Huang P. R. Further comparison between two concepts of radar target angular glint // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2008. – Vol. 44, no. 1. – P. 372–380. – DOI: 10.1109/TAES.2008.4517012.

40. Li H.-W., Wang J. Particle filter for manoeuvring target tracking via passive radar measurements with glint noise // IET Radar, Sonar and Navigation. – 2012. – Vol. 6, no. 3. – P. 180–189. – DOI: 10.1049/iet-rsn.2011.0075.
41. Borden B., Mumford M. D. A Statistical Glint Error Model for Radar Tracking // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2007. – Vol. 43, no. 3. – P. 1103–1117. – DOI: 10.1109/TAES.2007.4383583.
42. Angular Glint Error Simulation Using Attributed Scattering Center Models / K. Y. Guo [et al.] // IEEE. – 2018. – Vol. 6. – P. 35194–35205. – DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2846538.
43. Штагер Е. А. Методы расчёта радиолокационных характеристик объектов, находящихся вблизи неровной земной или морской поверхности. – СПб. : ВВМ, 2014. – 150 с.
44. Борзов А. Б. Миллиметровая радиолокация: методы обнаружения и наведения в условиях естественных и организованных помех. – М. : Радиотехника, 2010. – 376 с.
45. Конструктор объектов программного комплекса моделирования радиолокационных сигналов / А. С. Солонар [и др.] // Доклады БГУИР. – 2014. – № 6 (84). – С. 60–66.
46. N-Element Glint Simulator : пат. US 3 760 418 A / С. Н. Cash, J. J. Jernigan. – заявл. 17.04.1972 ; опубл. 18.09.1973.
47. Имитатор радиолокационной цели : пат. СССР 1840948 A1 / В. П. Допиро [и др.]. – заявл. 23.04.1979 ; опубл. 20.10.2014.
48. Тверской Г. Н., Терентьев Г. К., Харченко И. П. Имитаторы эхо-сигналов судовых радиолокационных станций. – Л. : Судостроение, 1973. – 224 с.
49. Имитатор радиолокационных целей : пат. РФ 2787576 C1 / А. С. Боков, Ю. В. Марков, А. К. Сорокин. – заявл. 28.10.2021 ; опубл. 11.01.2023.
50. Способ имитации радиолокационных отражений : пат. РФ 2610837 C1 / А. В. Киселев [и др.]. – заявл. 21.12.2015 ; опубл. 16.02.2017.
51. Способ имитации радиолокационных отражений : пат. РФ 2746751 C1 / В. В. Артюшенко [и др.]. – заявл. 03.12.2019 ; опубл. 20.04.2021.
52. Способ имитации радиолокационных отражений для систем с двумя приемными антеннами : пат. РФ 2782407 C1 / М. А. Степанов, А. В. Киселев, Т. И. Сабитов. – заявл. 26.11.2021 ; опубл. 26.10.2022.

53. Способ и устройство имитации радиолокационного сигнала моноимпульсной РЛС : пат. РФ 2391682 С1 / А. И. Сиротин [и др.]. – заявл. 26.12.2008 ; опубл. 10.06.2010.
54. Имитатор радиолокационной цели : пат. РФ 2317563 С1 / А. Ф. Гришков, А. Э. Чекрыгин, И. Г. Дорух. – заявл. 20.03.2006 ; опубл. 20.02.2008.
55. Имитатор радиолокационной цели : пат. РФ 2402036 С2 / В. Х. Пшихопов, И. Г. Дорух, А. П. Дорух. – заявл. 18.11.2008 ; опубл. 20.10.2010.
56. Complex radar target simulator : пат. GB 2405761 А / P. Mussell, M. E. Fletcher. – заявл. 19.09.2001 ; опубл. 09.03.2005.
57. Леонов А. И., Фомичев К. И. Моноимпульсная радиолокация. – М. : Радио и связь, 1984. – 280 с.
58. Защита от радиопомех / М. В. Максимов, М. П. Бобнев, Б. Х. Кривицкий [и др.] ; под ред. М. В. Максимова. – М. : Сов. радио, 1976. – 496 с.
59. Иванников А. П., Иванников Д. А. Анализ возможности радиолокационной оценки усреднённого значения ЭПР точечных целей обзорными РЛС // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. – 2017. – № 2. – С. 13–21.
60. Никулин А. В. Имитация отражений радиосигналов на основе использования дискретных излучателей статистически независимых сигналов : дис. : 05.12.04 / Никулин А. В. – Новосибирск : НГТУ, 2015. – 149 с.
61. He W., Zhang L., Li N. A new method to improve precision of target glint // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2014. – Vol. 50, no. 2. – P. 1400–1405.
62. Артюшенко В. В., Киселев А. В., Степанов М. А. Задание отражающих свойств распределённых объектов в терминах шумов координат // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2015. – № 3 (28). – С. 17–28. – DOI: 10.17212/1727-2769-2015-3-17-28.
63. Штагер Е. А. Рассеяние радиоволн на телах сложной формы. – М. : Радио и связь, 1986. – 184 с.

64. Таюров А. В. Метод «блуждающей точки» и его применение в матричных имитаторах : вып. квалиф. работа / Таюров А. В. – Новосибирск : НГТУ, 2021. – 66 с.

65. Артюшенко В. В., Киселев А. В., Таюров А. В. Замещение распределённого радиолокационного объекта одноточечной моделью // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2022. – № 1 (54). – С. 14–24. – DOI: 10.17212/1727-2769-2022-1-14-24.

66. Tayurov A. V., Kiselev A. V., Artyushenko V. V. Simulation of Radar Ship Reflections Using Matrix Simulators // Proceedings of the 23rd International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM) (Erlagol). – IEEE, 06/30/2022–07/04/2022. – P. 124–128. – DOI: 10.1109/EDM55285.2022.9855063.

67. Имитатор цели с механическим доворотом : пат. РФ 2690965 С1 / Г. Е. Подпоркин, А. А. Кизима, Д. В. Хлебников. – заявл. 12.10.2018 ; опубл. 07.06.2019.

68. Динамический имитационный стенд с трёхстепенными имитаторами целей : пат. РФ 179288 U1 / А. В. Буслаев [и др.]. – заявл. 25.08.2017 ; опубл. 07.05.2018.

69. Динамический узел имитации цели с двухступенным устройством доворота : пат. РФ 184323 U1 / А. Н. Безмельницын [и др.]. – заявл. 05.04.2018 ; опубл. 22.10.2018.

70. Динамический координатор : пат. РФ 89900 U1 / Н. А. Васильев [и др.]. – заявл. 14.08.2009 ; опубл. 20.12.2009.

71. Испытательный стенд : пат. РФ 2263869 С1 / И. Д. Тесля [и др.]. – заявл. 11.02.2004 ; опубл. 10.11.2005.

72. Двухцелевой плоский узел цели с трёхстепенными имитаторами цели : пат. РФ 184973 U1 / Н. А. Барбышов [и др.]. – заявл. 05.04.2018 ; опубл. 15.11.2018.

73. Sisle M. E., McCarthy E. D. Hardware-in-the-loop simulation for an active missile // Simulation. – 1982. – Vol. 39, no. 5. – P. 159–167. – DOI: 10.1177/003754978203900503.

74. Portable RF Target Simulator / D. Wayne [et al.] // Proceedings of the Antenna Measurement Techniques Association (AMTA) 2009. – Englewood, USA, 2009. – P. 485–490.

75. RF Target and Decoy Simulator / D. Wayne [et al.] // Proceedings of the Antenna Measurement Techniques Association (AMTA) 2011. – Englewood, USA, 2011. – P. 485–490.
76. Ратынский М. В., Порсев В. И. Моноимпульсная пеленгация в РЛС с цифровыми ФАР. – М. : Радиотехника, 2019. – 162 с.
77. Работа радиолокационной угломерной системы в условиях сигнала, создаваемого когерентными источниками излучения из двух точек пространства / А. А. Дятко [и др.] // Доклады БГУИР. – 2019. – № 7–8 (126). – С. 22–29. – DOI: 10.35596/1729-7648-2019-126-8-22-29.
78. Пистолькорс А. А., Литвинов О. С. Введение в теорию адаптивных антенн. – М. : Наука, 1991. – 200 с.
79. Lux J., Schaefer M. Displacing Unpredictable Nulls in Antenna Radiation Patterns // NASA Tech Briefs Magazine. – 2005. – Vol. 29, no. 3. – NPO-30898. URL: <https://www.techbriefs.com/component/content/article/722-npo-30898>.
80. Mailloux R. J. Phased Array Antenna Handbook. – 2nd ed. – Norwood, MA : Artech House, 2005. – 515 p. – (Artech House Antennas and Propagation Library). – URL: <http://twanclik.free.fr/electricity/electronic/pdfdone11/Phased.Array.Antenna.Handbook.Artech.House.Publishers.Second.Edition eBook-kB.pdf> (visited on 05/24/2025).
81. Тырыкин С. В., Сабитов Т. И., Киселёв А. В. Специальные вопросы построения когерентных матричных имитаторов. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2021. – 232 с. – (Монография НГТУ). – ISBN 978-5-7782-4451-1.
82. Кацнельсон В. З., Тимченко Н. И., Волков В. В. Основы радиолокации и импульсной техники. – Л. : Гидрометеиздат, 1985. – 335 с.
83. Справочник по радиолокации. Кн. 1 / под ред. М. И. Сколник. – М. : Техносфера, 2014. – 672 с. – ISBN 978-5-94836-381-3.
84. Mahafza B. R. Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB. – Boca Raton : Chapman & Hall/CRC, 2000. – 552 p. – ISBN 1-58488-182-8.
85. Перунов Ю. М., Фомичев К. И., Юдин Л. М. Радиоэлектронное подавление информационных каналов систем управления оружием. – М. : Радиотехника, 2003. – 416 с.

86. Леонов А. И., Фомичев К. И. Моноимпульсная радиолокация. – М. : Сов. радио, 1970. – 392 с.

87. Киселев А. В., Таюров А. В. Систематические ошибки установки углового положения в матричных имитаторах радиоэлектронной обстановки // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2023. – № 4 (61). – С. 34–44. – DOI: 10.17212/1727-2769-2023-4-34-44.

88. Корн Г. А., Корн Т. М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М. : Наука, 1973. – 832 с.

89. Tayurov A. V., Kiselev A. V. Errors in Setting the Angular Position in Matrix Simulators due to the Nonlinearity of the Direction Finding Characteristics of the Antenna // Proceedings of the IEEE 16th International Scientific and Technical Conference «Actual Problems of Electronic Instrument Engineering» (APEIE). – Novosibirsk : IEEE, 11/10/2023–11/12/2023. – P. 670–674. – ISBN 979-8-3503-3089-2. – DOI: 10.1109/APEIE59731.2023.10347847.

90. Международный союз электросвязи. Рекомендация МСЭ–R М.1851-1. Математические модели диаграмм направленности антенн радиолокационных систем радиоопределения для использования при анализе помех (2009–2018) : тех. отч. / МСЭ. – Женева, 2018. – С. 2–9. – № М.1851–1. – URL: <https://www.itu.int/rec/R-REC-M.1851-1-201801-S/en> (дата обр. 13.05.2025).

91. Раков В. И. Методы аппроксимации диаграмм направленного действия антенн радиолокационных станций. – Л. : Военно-морская академия корабельной военной техники (ВМАКВ), 1958. – 59 с.

92. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing / W. H. Press [et al.]. – 3rd ed. – Cambridge : Cambridge University Press, 2007. – 1235 p. – ISBN 9780521880688.

93. Heath M. T. Scientific Computing: An Introductory Survey. – Revised 2nd ed. – Philadelphia : Society for Industrial, Applied Mathematics, 2018. – 567 p. – ISBN 978-1611975574.

94. Balanis C. A. Antenna theory: analysis and design. – 4th ed. – Hoboken : Wiley, 2016. – 1104 p. – ISBN 978-1-118-64206-1.

95. Киселев А. В., Таюров А. В. Ошибка установки углового положения радиолокационного объекта, замещаемого двухточечной

моделью, при использовании антенны с разностной диаграммой направленности // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2024. – № 4 (65). – С. 15–25. – DOI: 10.17212/1727-2769-2024-4-15-25.

96. Patterson D. M., Ashley R. A. A Nonlinear Time Series Workshop: A Toolkit for Detecting and Identifying Nonlinear Serial Sependence. Vol. 2. – Boston : Kluwer Academic Publishers, 2000. – 340 p.

97. Sykora S. Transformation Properties of Probability Density Functions. – Stan's Library. Vol. 1. – 2004.

98. Wood S. N. Core statistics. – New York : Cambridge University Press, 2015. – 258 p. – ISBN 978-1-107-07105-6.

99. Киселев А. В., Таюров А. В. Соотношения для оценки ошибок установки углового положения в матричных имитаторах радиоэлектронной обстановки // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2024. – № 2 (63). – С. 43–53. – DOI: 10.17212/1727-2769-2024-2-43-53.

100. Киселев А. В., Таюров А. В. Функция распределения шумов угловых координат распределённой цели, замещаемой двухточечной моделью // Информационно-управляющие системы. – 2025. – № 1. – С. 42–50. – DOI: 10.31799/1684-8853-2025-1-42-50.

101. Вадзинский Р. Н. Справочник по вероятностным распределениям. – СПб. : Наука, 2001. – 295 с.

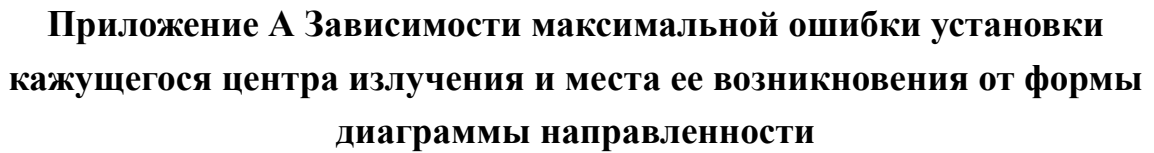
102. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Радио и связь, 1982. – 624 с.

103. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В. С. Королук [и др.]. – 2-е изд. – М. : Наука, 1985. – 640 с.

104. DeGroot M. H., Schervish M. J. Probability and Statistics. – 4th ed. – Boston : Pearson Education, 2012. – 912 p.

105. Киселев А. В., Таюров А. В. Математическое ожидание ошибок имитации шумов угловых координат распределённого радиолокационного объекта, замещаемого двухточечной геометрической моделью // Радиотехника и электроника. – 2024. – Т. 69, № 8. – С. 817–823. – DOI: 10.31857/S0033849424080129.

106. Смолянский М. Л. Таблицы неопределённых интегралов. – 2-е изд., испр. – М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. – 112 с.
107. Stutzman W. L., Thiele G. A. Antenna Theory and Design. – 3rd ed. – Hoboken : Wiley, 2012. – 848 p. – ISBN 978-0-470-57664-9.
108. Благовещенский С. Н., Холодилин А. Н. Справочник по статике и динамике корабля. В 2 т. Т. 2: Динамика (качка) корабля. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л. : Судостроение, 1976. – 176 с.
109. Справочник по теории корабля. В 3 т. Т. 2: Статика судов. Качка судов / под ред. Я. И. Войткунский. – Л. : Судостроение, 1985. – 440 с.
110. Ремез Ю. В. Качка корабля. – Л. : Судостроение, 1983. – 328 с.
111. Nelder J. A., Mead R. A Simplex Method for Function Minimization // The Computer Journal. – 1965. – Vol. 7, no. 4. – P. 308–313. – DOI: 10.1093/comjnl/7.4.308.



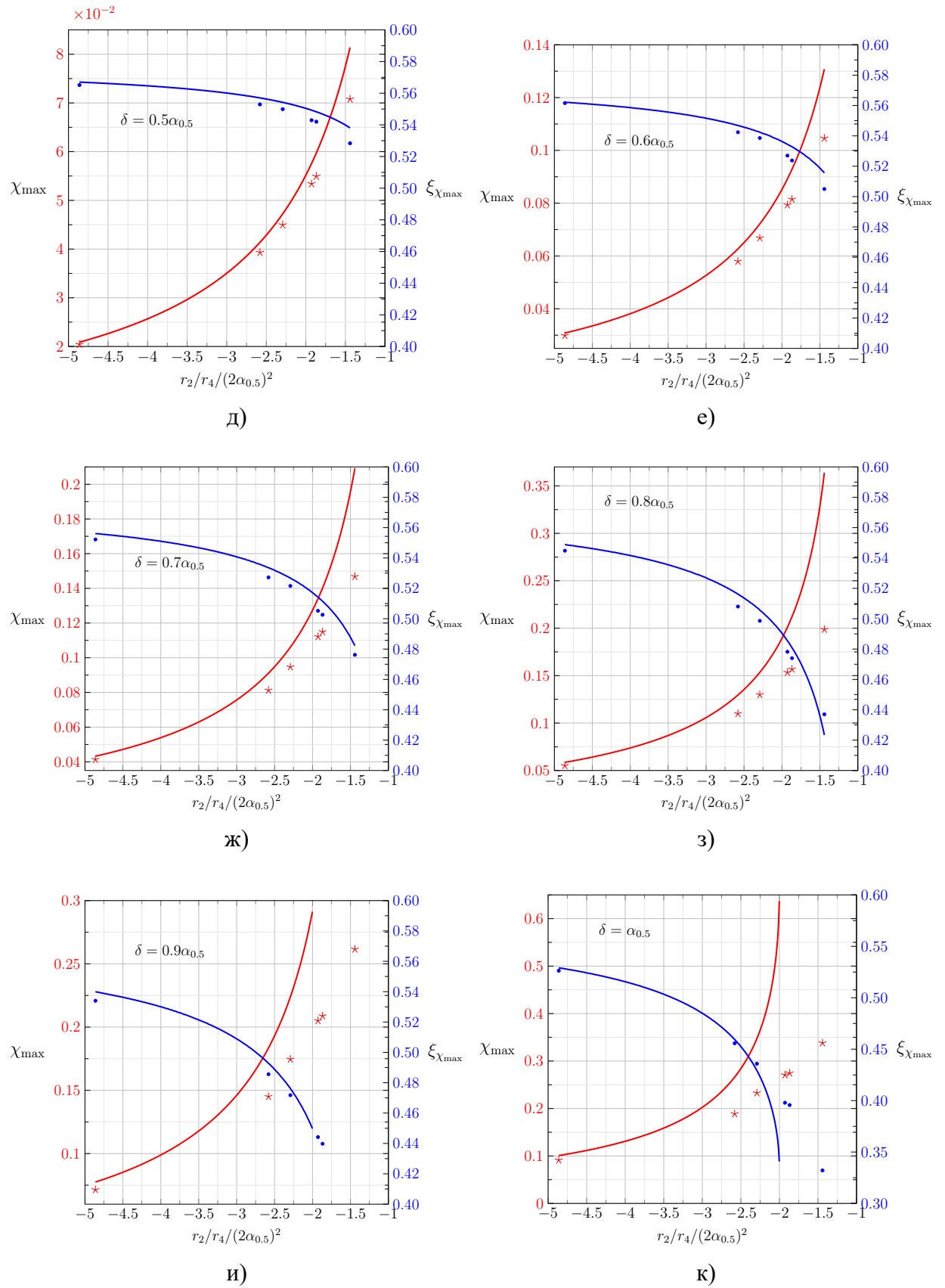
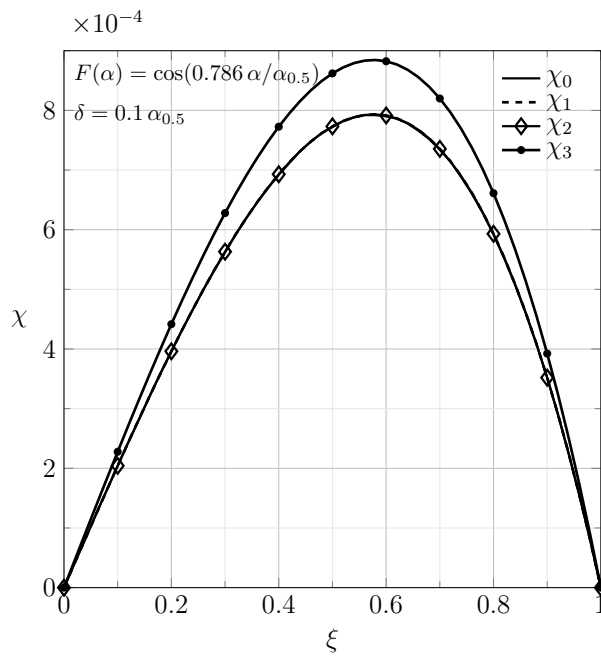


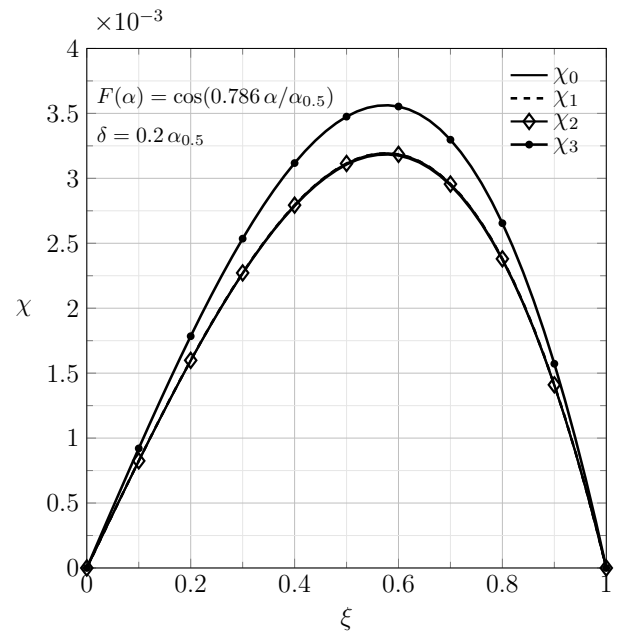
Рисунок А.1 – Зависимость максимального уровня ошибки (красным цветом) и нормированного положения максимума в пределах матрицы от коэффициентов аппроксимации ДН (синим цветом) для различных баз матрицы

Приложение Б Зависимости ошибки установки кажущегося центра излучения от требуемого положения внутри матрицы

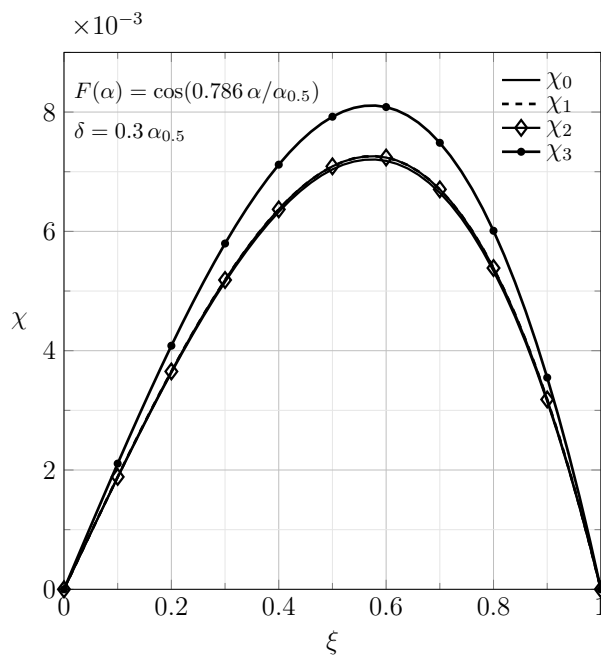
Ниже представлены результаты расчета ошибок по выражениям из таблицы 2.2. Помимо этого, на рисунках сплошной линией изображены результаты численного эксперимента (χ_0), полученные для суммарной ДН без аппроксимации. Кривая введена в качестве референтной.



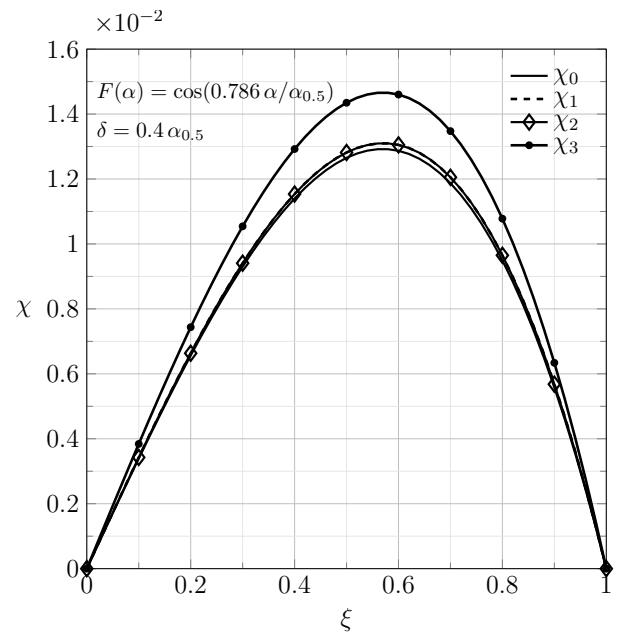
a)



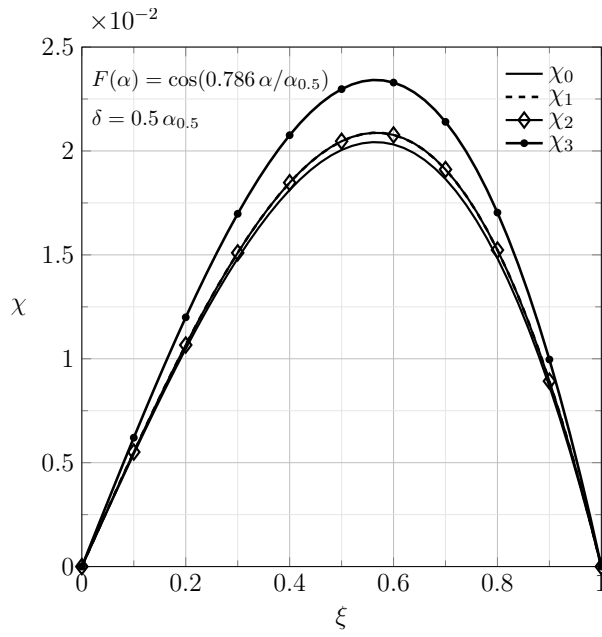
б)



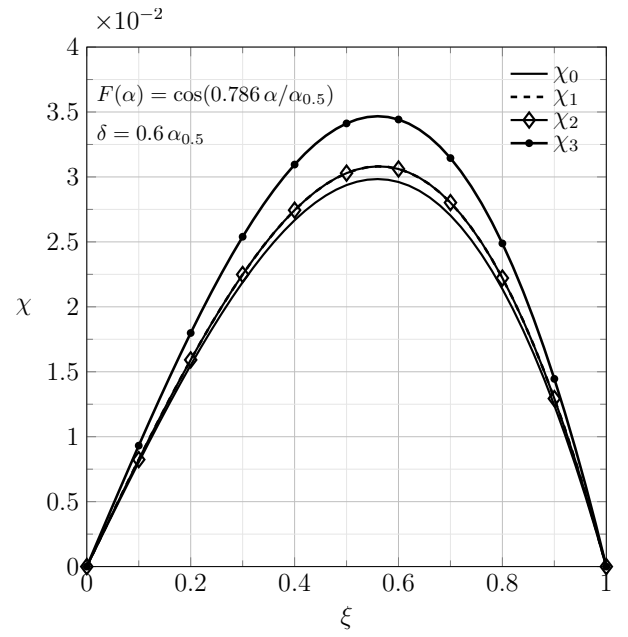
в)



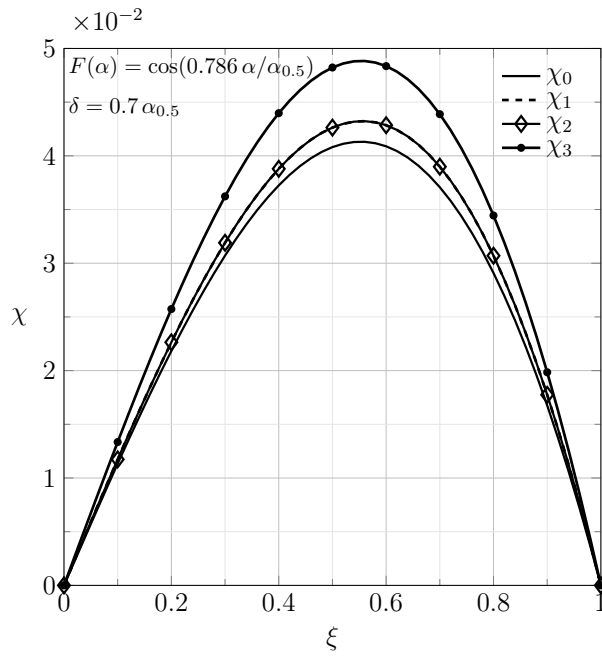
г)



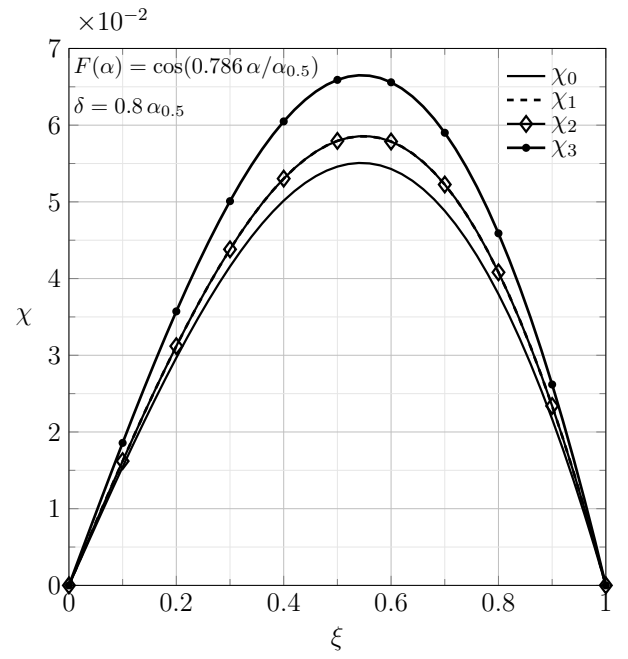
д)



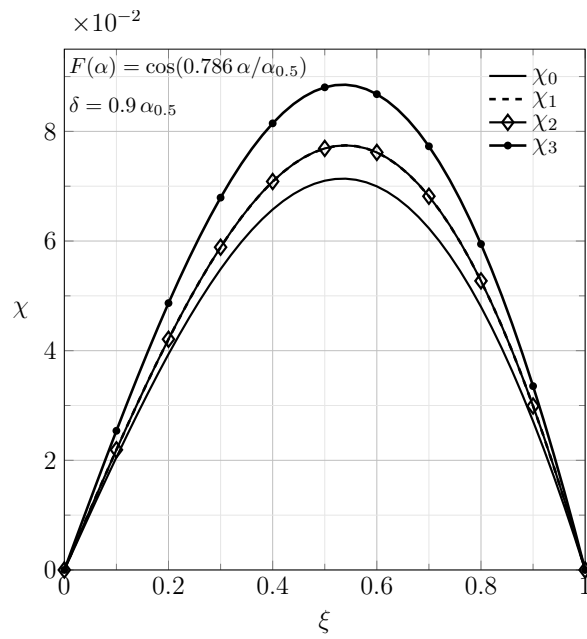
е)



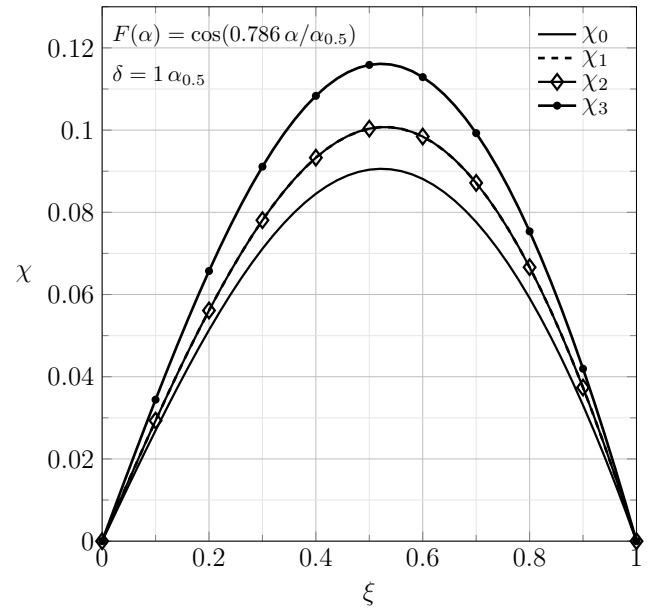
ж)



з)

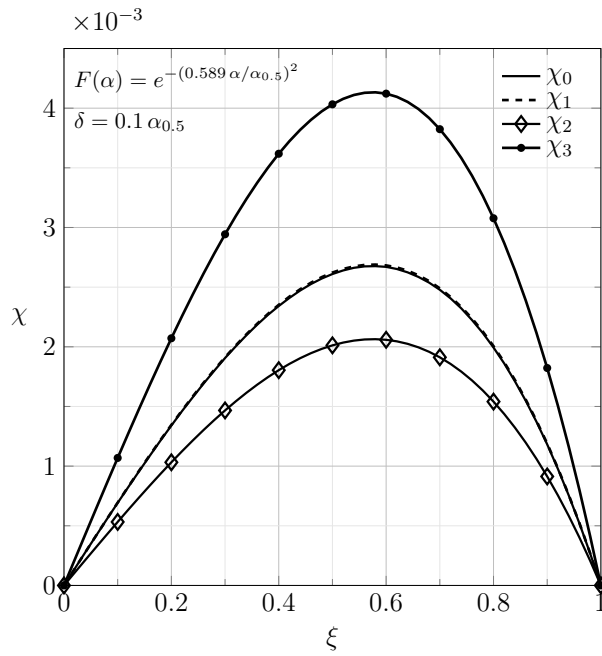


и)

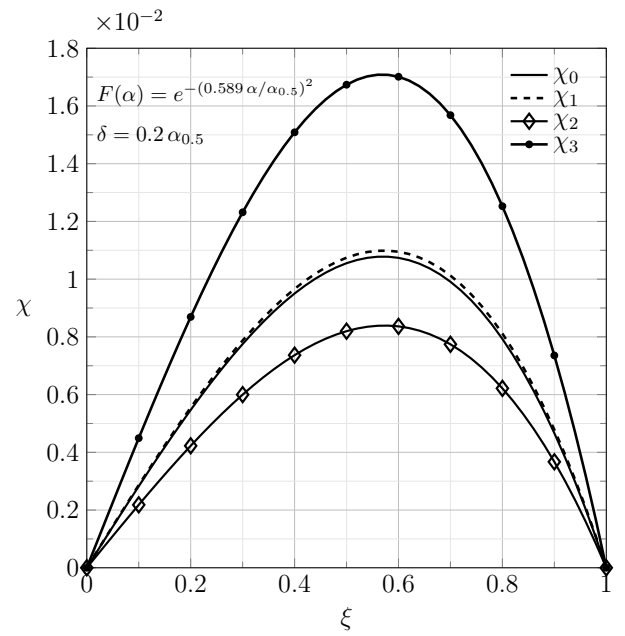


к)

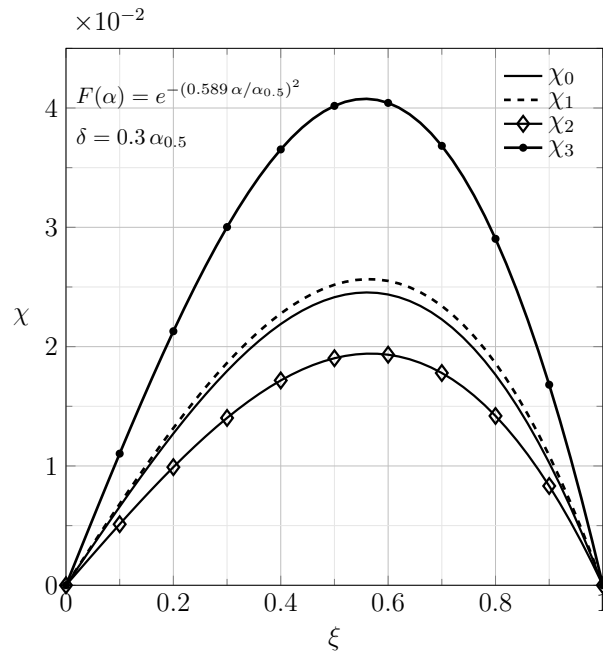
Рисунок Б.1 – Зависимость ошибки от задаваемого положения КЦИ для ДН cos



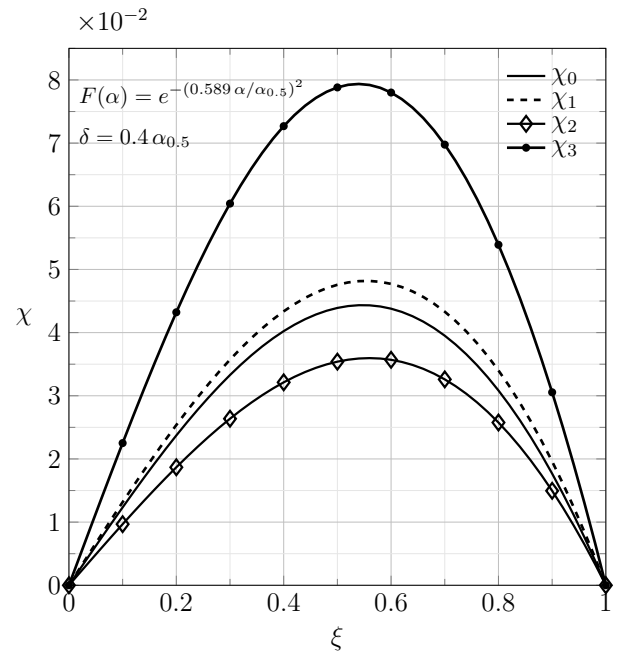
а)



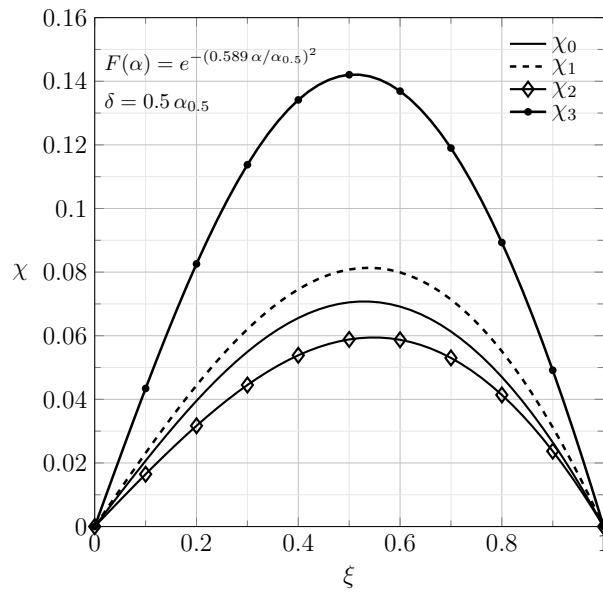
б)



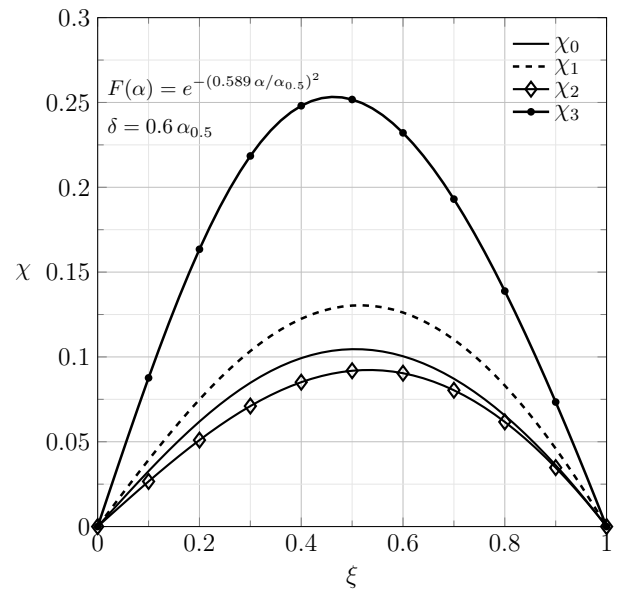
B)



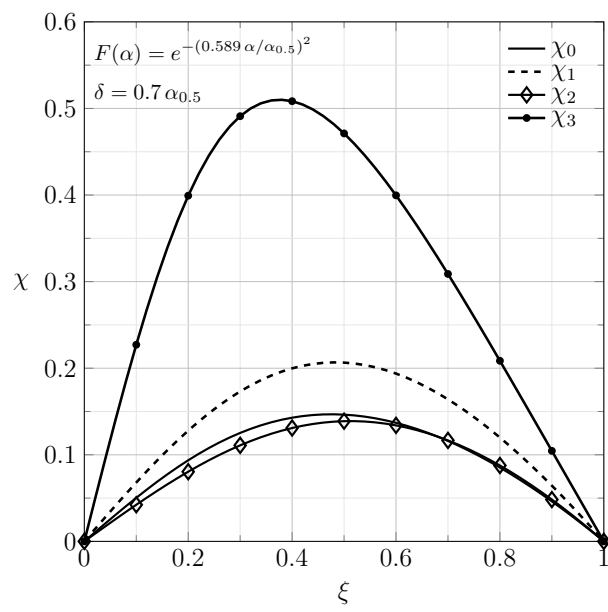
Г)



Д)



е)



ж)

Рисунок Б.2 – Зависимость ошибки от задаваемого положения КЦИ для ДН экспонента Гаусса

Приложение В Аппроксимация функции ошибки

Как показано в разделе 3.1, k -й момент ошибки определяется выражением:

$$M_k(m, \mu) = \int_{-\xi_{\max}}^{\xi_{\max}} \chi^k(\xi) \cdot W(\xi, m, \mu) \cdot d\xi, \quad (\text{B.1})$$

где $\xi_{\max}$ – границы области интегрирования.

Однако вычисление этого интеграла при непосредственном использовании (2.12) и (1.1) не представляется возможным.

В качестве альтернативного пути рассмотрим разбивку области интегрирования на участки с заменой в (B.1) выражения (2.12) на более простые аппроксимирующие функции:

$$\begin{aligned} M_k(m, \mu) = & \int_{-\xi_{\max}}^{-\xi_{\text{TP}}} \chi_{a1}^k(\xi) \cdot W(\xi, m, \mu) \cdot d\xi + \int_{-\xi_{\text{TP}}}^0 \chi_{a2}^k(\xi) \cdot W(\xi, m, \mu) \cdot d\xi + \\ & + \int_0^{\xi_{\text{TP}}} \chi_{a3}^k(\xi) \cdot W(\xi, m, \mu) \cdot d\xi + \int_{\xi_{\text{TP}}}^{\xi_{\max}} \chi_{a4}^k(\xi) \cdot W(\xi, m, \mu) \cdot d\xi, \end{aligned}$$

где $\chi_{a1}(\xi)$, $\chi_{a2}(\xi)$, $\chi_{a3}(\xi)$, $\chi_{a4}(\xi)$ – функции, аппроксимирующие $\chi(\xi)$ на участках $-\xi_{\max} \leq \xi \leq -\xi_{\text{TP}}$, $-\xi_{\text{TP}} \leq \xi \leq 0$, $0 \leq \xi \leq \xi_{\text{TP}}$, $\xi_{\text{TP}} \leq \xi \leq \xi_{\max}$, $-\xi_{\text{TP}}$, ξ_{TP} – точки перехода.

Найдем функции $\chi_{a1}(\xi)$, $\chi_{a2}(\xi)$, $\chi_{a3}(\xi)$, $\chi_{a4}(\xi)$, аппроксимирующие $\chi(\xi)$.

Из рисунков (2.3), (2.6), а также рисунка (B.1) видно, что функция ошибки:

- кососимметрична;
- в пределах матрицы существенно нелинейна;
- при значительных выходах за ее пределы близка к линейной.

Тогда в качестве аппроксимирующих полиномов логично рассмотреть:

$$\begin{aligned} \chi_{a1}(\xi) &= a_0 + a_1 \xi; & \chi_{a2}(\xi) &= b_0 + b_1 \xi + b_2 \xi^2; \\ \chi_{a3}(\xi) &= c_0 + c_1 \xi + c_2 \xi^2; & \chi_{a4}(\xi) &= d_0 + d_1 \xi. \end{aligned}$$

Причем в силу косой симметрии функции ошибки коэффициенты

аппроксимации соотносятся как:

$$a_0 = -d_0, \quad a_1 = d_1, \quad b_0 = -c_0, \quad b_1 = c_1, \quad b_2 = -c_2.$$

тогда

$$\begin{aligned} \chi_{a1}(\xi) &= a_0 + a_1 \xi; & \chi_{a2}(\xi) &= b_0 + b_1 \xi + b_2 \xi^2; \\ \chi_{a3}(\xi) &= -b_0 + b_1 \xi - b_2 \xi^2; & \chi_{a4}(\xi) &= -a_0 + a_1 \xi. \end{aligned}$$

Неизвестные коэффициенты аппроксимации a_0, a_1, b_0, b_1, b_2 зависят как от ДН сканирующей антенны, базы матрицы, так и от точек перехода.

Проверим предложенную версию о допустимости аппроксимации ошибки выбранными полиномами. Для этого воспользуемся численными методами.

Как и во втором разделе, рассмотрим три значения отношения разнosa излучателей к ширине ДН (0.1, 0.5 и 1).

Для каждого из них проведем поиск коэффициентов a_0, a_1, b_0, b_1, b_2 и положения точки перехода $\xi_{\text{тр}}$. Для этого интервал $0 \leq \xi \leq \xi_{\text{max}}$ разбивается на n точек, для каждой из них находится ошибка пеленга по (2.12) и с помощью выбранного аппроксимирующего полинома.

В качестве критериев качества аппроксимации воспользуемся:

- максимальным значением ошибки аппроксимации, нормированным к значению функции (2.12) в точке с максимальной ошибкой аппроксимации для $0 \leq \xi \leq \xi_{\text{тр}}$ (то есть для квадратичного участка):

$$\gamma_{\text{MM}}(b_0, b_1, b_2) = \frac{\max |b_0 + b_1 \cdot \xi_{i_{\text{max}}} + b_2 \cdot \xi_{i_{\text{max}}}^2 - \chi_{i_{\text{max}}}|}{\chi_{i_{\text{max}}}},$$

где i_{max} – индекс точки с максимальным отклонением аппроксимирующей функции от аппроксимируемой,

и

$$\gamma_{\text{MM}}(a_0, a_1) = \frac{\max |a_0 + a_1 \cdot \xi_{i_{\text{max}}} - \chi_{i_{\text{max}}}|}{\chi_{i_{\text{max}}}}$$

для линейного участка, где $i=1, \dots, n$,

- и ее среднеквадратическим значением соответственно, нормированным к значению функции (2.12) в точке с максимальной

ошибкой аппроксимации:

$$\gamma_{\text{МНК}}(b_0, b_1, b_2) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (b_0 + b_1 \cdot \xi_i + b_2 \cdot \xi_i^2 - \chi_i)^2}{n}} / \chi_{i_{\max 1}},$$

$$\gamma_{\text{МНК}}(a_0, a_1) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 \cdot \xi_i - \chi_i)^2}{n}} / \chi_{i_{\max 2}},$$

где $\chi_{i_{\max 1}}$ и $\chi_{i_{\max 2}}$ – значение функции (2.12) в точке с максимальным отклонением аппроксимирующей функции от аппроксимируемой для квадратичного и линейного участка соответственно.

Точку перехода $\xi_{\text{ТР}}$ найдем из условия:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (b_0 + b_1 \xi_{\text{ТР}} + b_2 \xi_{\text{ТР}}^2 - \chi(\xi_{\text{ТР}}))^2}{n}} / \chi_{i_{\max 1}} -$$

$$- \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_0 + a_1 \xi_{\text{ТР}} - \chi(\xi_{\text{ТР}}))^2}{n}} / \chi_{i_{\max 2}} \rightarrow \min.$$

Поиск положения точки перехода осуществлялся методом перебора, а весовых коэффициентов методом симплекса Нелдера-Мида [111] с точностью по умолчанию 10^{-6} .

Расчет проводился для двух значений числа точек разбиения – для ста и тысячи. Сравнение полученных результатов (таблица В.1) показало, что увеличение числа разбиений со 100 до 1000 в целом не приводит к существенному увеличению точности аппроксимации при ее оценке по среднеквадратичному отклонению и минимаксному критерию.

Рисунок В.1 демонстрирует замену сложной функции четырьмя простыми. Два крайних участка описываются линейной функцией, а два центральных – квадратичной.

Таблица В.1 – Оценка качества аппроксимации (2.12) для 100 и для 1000 в скобках точек. Относительные значения

		Линейный участок		Квадратичный участок	
		Макс. отклонение	СКО	Макс. отклонение	СКО
$\delta=0.1\alpha_{0.5}$	cos	0.012475 (0.069189)	0.0085426 (0.047011)	0.011145 (0.012729)	0.0079139 (0.0090259)
	exp	0.18944 (0.005086)	0.12471 (0.0034414)	0.009926 (0.030756)	0.0073597 (0.021378)
$\delta=0.5\alpha_{0.5}$	cos	0.016716 (0.0069092)	0.011423 (0.0047041)	0.011859 (0.027933)	0.0086046 (0.019585)
	exp	0.066028 (0.063941)	0.044917 (0.043043)	0.055347 (0.058507)	0.039953 (0.040588)
$\delta=\alpha_{0.5}$	cos	0.0084488 (0.0094171)	0.0057973 (0.0064033)	0.066812 (0.064867)	0.04756 (0.04571)
	exp	0.99298 (0.46496)	0.53827 (0.28036)	0.0026265 (0.0029628)	0.002732 (0.0020131)

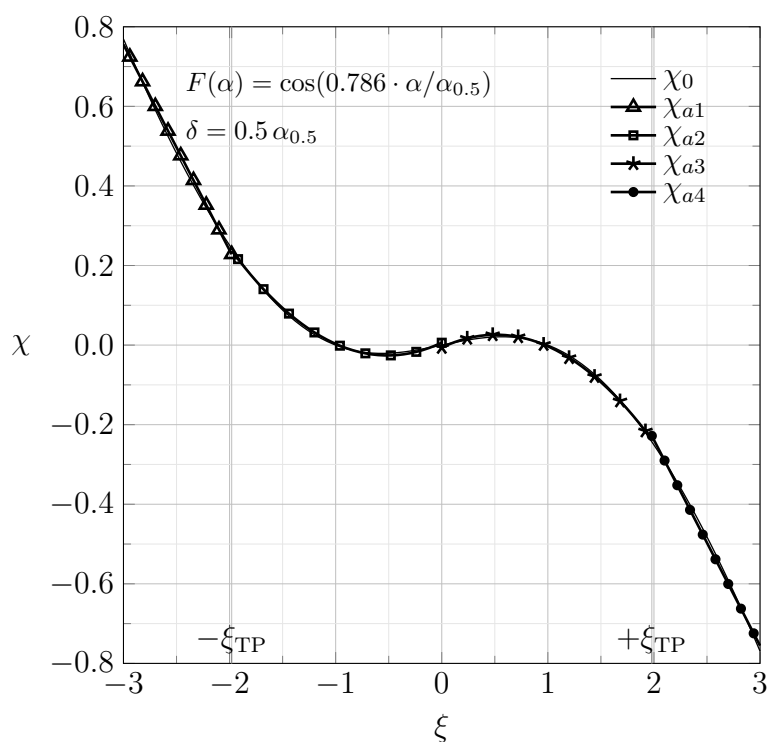


Рисунок В.1 – Аппроксимация функции ошибки квадратичными и линейными функциями

Приложение Г Акты о внедрении результатов диссертационной работы

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель
генерального директора –
генеральный конструктор
А. И. Живец



«22» сентября 2024

УТВЕРЖДАЮ

Проректор НГТУ по научной
работе и инновациям



А.И. Отто

«17» сентября 2024

О внедрении научных результатов диссертационной работы Таюрова А.В.

Мы, представители АО «ЗАСЛОН» в лице первого заместителя генерального директора – генерального конструктора А.И. Живца, начальника отделения А.Л. Лободы, начальника отдела А.Н. Бызова, ст.н.с. М.Б. Рыжикова и представители Новосибирского государственного технического университета в лице проректора по научной работе и инновациям А.И. Отто, руководителя темы РТУ-1-23, профессора каф. РПиРПУ А.В. Киселева составили настоящий акт об использовании научных результатов диссертационной работы Таюрова Антона Викторовича.

Использование результатов диссертационной работы проходило в рамках хозяйственного договора РТУ-1-23 от 22.06.2023 г. между АО «ЗАСЛОН» и НГТУ.

Таюровым А.В. выполнены теоретические исследования точностных характеристик матричных имитаторов распределенных радиолокационных объектов. На их основе разработаны требования к имитирующим комплексам, обеспечивающие заданный уровень ошибок имитации шумов угловых координат. Они послужили основой для разработки программного обеспечения имитатора, предназначенного для полунатурной отработки перспективных радиолокационных средств (в части имитации отражений от поверхностно распределенных объектов).

От АО «ЗАСЛОН»:

Начальник отделения
А.Л. Лобода

Начальник отдела
А.Н. Бызов

Старший научный сотрудник
М.Б. Рыжиков

От НГТУ:

Руководитель темы РТУ-1-23,
проф. кафедры РПиРПУ
А.В. Киселев

УТВЕРЖДАЮ

Проректор НГТУ по учебной работе

/С.С. Чернов/
2025 г.

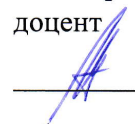
АКТ

о внедрении в учебный процесс

Новосибирского государственного технического университета
результатов диссертационной работы А.В. Таюрова

Настоящим актом подтверждаем, что результаты, полученные Таюровым Антоном Викторовичем при подготовке диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук, используются на кафедре Радиоприемных и радиопередающих устройств Новосибирского государственного технического университета в рамках курса «Радиопомехи и помехоустойчивый прием», читаемого магистрантам второго года обучения по направлению подготовки 11.04.01 – Радиотехника.

Декан РЭФ, к.т.н., доцент

/С.А. Стрельцов/Зав. каф. РПиРПУ, д.т.н.,
доцент/М.А. Степанов/