

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

На правах рукописи



Трубачева Ольга Сергеевна

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ВЫЗВАННОЙ
ПОЛЯРИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫХ
АППРОКСИМАЦИЙ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
Персова Марина Геннадьевна
доктор технических наук, профессор

Новосибирск – 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ.....	12
1.1 Математическая модель, описывающая процессы вызванной поляризации	12
1.2 Вариационная постановка и построение дискретного аналога с использованием узлового метода конечных элементов	16
1.3 Конечноэлементная аппроксимация	20
Выводы по главе 1.....	23
ГЛАВА 2 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ.....	24
2.1 Математический аппарат для решения задачи поиска поляризуемости в ячеистой структуре	24
2.2 Геометрическая инверсия.....	26
2.3 Регуляризация.....	29
2.4 Параметризация геоэлектрической модели с учетом системы наблюдений.	30
Выводы по главе 2.....	38
ГЛАВА 3 ВЕРИФИКАЦИЯ ПРОГРАММЫ, РЕАЛИЗУЮЩЕЙ РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ	39
3.1 Верификация прямой задачи.....	39
3.2 Результаты работы программы, реализующей геометрическую 3D-инверсию, на примерах синтетических аналогов полевых данных, полученных с использованием трехмерных геоэлектрических моделей	41
Выводы по главе 3.....	58
ГЛАВА 4 ИССЛЕДОВАНИЯ	60
4.1 Сравнение разработанного алгоритма с алгоритмом, основанным на восстановлении параметров поляризуемости в ячеистой структуре.....	60
4.2 Анализ влияния шума в измеряемых сигналах на результаты трехмерной геометрической инверсии	71

4.3 Анализ влияния неточного восстановления проводимости исследуемой среды на результаты трехмерной геометрической инверсии.....	79
4.4 Анализ работы разработанной вычислительной схемы в различных ситуациях, возникающих при решении практических задач	85
Выводы по главе 4.....	102
ГЛАВА 5 ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС, РЕАЛИЗУЮЩИЙ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ	105
5.1 Структура программного комплекса GInIP, его основные модули и структуры данных	105
5.2 Анализ работоспособности программного комплекса на примере геоэлектрических условий северного Прикаспия.....	112
Выводы по главе 5.....	133
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	134
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	136
ПРИЛОЖЕНИЕ А Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.....	154
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Акт внедрения результатов диссертационной работы	156

ВВЕДЕНИЕ

В основе метода вызванной поляризации (ВП) [11, 54] лежит изучение вторичных электрических полей, возникающих в среде при пропускании через нее электрического тока [4, 19, 26, 70, 81, 83, 148]. Метод ВП чаще всего применяется в рудной геофизике [3, 7, 20, 21, 29]. Также он используется для поиска нефтегазовых месторождений – с его помощью пытаются обнаружить залежи углеводородов по изменениям свойств породы над ними [5, 22, 27, 31, 71, 140].

Первые успешные работы по обнаружению полезных ископаемых с помощью метода ВП основывались на качественном анализе. Выводы о наличии полезных ископаемых делались на основании обнаружения областей с более высокими значениями поля ВП. Сегодня накоплен большой практический опыт, опираясь на который можно утверждать, что получение более точной информации о параметрах вызванной поляризации позволит значительно улучшить качество геофизического прогноза. Например, анализируя характер функции спада ВП, можно сделать выводы о том, являются ли измеренные сигналы ВП признаком наличия залежей полезных ископаемых или же это влияние каких-то других, не интересующих исследователя, факторов.

Для увеличения разрешающей способности и результативности метода ВП необходимы такие методы обработки наблюдаемых данных, которые позволят с хорошей точностью определять количественные значения параметров начальной поляризации и функций спада. Возникает потребность в разработке программно-математического аппарата на основе высокоточных методов численного моделирования [8, 14, 63, 134], позволяющего не только рассчитывать поле ВП в неоднородных средах сложной структуры [28, 30, 36, 108, 109, 114], но и автоматически интерпретировать практические данные. Под интерпретацией практических данных подразумевается восстановление структуры исследуемой среды по снятым данным, что и является основной задачей геологоразведки [10, 42, 80, 116, 119, 120, 123].

В настоящее время есть две основные математические модели, используемые для моделирования полей ВП. Наиболее распространенной является модель Cole – Cole [1, 16, 74, 77, 87, 90, 93, 107, 128, 135, 136, 144, 145]. Она является феноменологической и основана на зависимости проводимости от частоты поля. Вторая модель основана на задании ЭДС ВП. Эта модель была разработана на основании многочисленных опытов [19, 29] по исследованию физической природы вызванной поляризации, которые показали, что электрическое поле и токи ВП порождаются процессами, дающими источники, которые в задачах электромагнетизма принято квалифицировать как сторонние ЭДС.

На сегодняшний день уже существуют программные комплексы, позволяющие решать обратные задачи ВП, но они чаще всего основаны на использовании одномерной инверсии. При использовании одномерной инверсии параметры среды восстанавливаются под каждой точкой наблюдений независимо от всех остальных точек [2, 17, 18, 94, 100, 131, 132, 139, 146]. В дальнейшем на основании полученных данных выполняется «сшивка» и строится единое трехмерное распределение параметров среды, которое нередко оказывается довольно далеким от истинного строения исследуемой области. Одномерная инверсия применима только в средах простой структуры. Очень многие реальные данные не могут быть адекватно проинтерпретированы с помощью одномерной инверсии [101, 138]. Использование одномерных подходов может приводить к определению ложных структур или, наоборот, к маскировке объектов, которые представляют потенциальный интерес [80].

Двумерная инверсия данных ВП дает хороший результат при условии, что среда имеет преимущественно двумерный характер. Опубликованные работы по двумерной инверсии продемонстрировали, что такая интерпретация может помочь извлечь полезную информацию о структуре среды и применима для довольно широкого класса реальных задач [72, 75, 84, 86, 93, 102, 106, 110, 111, 137]. Однако двумерная инверсия не дает удовлетворительных результатов при ее

использовании для восстановления многих трехмерных геоэлектрических структур.

В таких ситуациях необходимы трехмерные методы решения обратных задач. Разработкой таких методов занимаются многие исследователи [10, 62, 73, 76-80, 82, 89, 91, 92, 95, 96, 98, 99, 103, 104, 105, 108, 113, 115, 117, 118, 122, 124, 129, 130, 133, 141, 145, 147]. Основные трудности, возникающие при решении трехмерных обратных задач, связаны с необходимостью решения большого количества прямых трехмерных задач. От эффективности подходов к моделированию распределения электрического поля в трехмерной среде [9, 36, 37, 40, 41, 48, 57-59, 61, 64, 126, 127, 142, 143] зависит общая эффективность разрабатываемого метода интерпретации данных.

Решая обратные задачи ВП, большинство исследователей для моделирования распределения электрического поля в трехмерной среде используют феноменологическую модель Cole – Cole [85, 97], это приводит к огромным вычислительным затратам.

Метод моделирования поля ВП, основанный на задании ЭДС ВП [19, 29] и используемый в дальнейшем в работах [34, 35, 42-47, 49, 50, 65-68, 69, 112, 121, 125], открывает перспективы для разработки гораздо более эффективных подходов к решению обратных трехмерных задач ВП [51]. Этот метод базируется на применении метода конечных элементов [6, 12, 13, 23, 24, 32, 33, 53, 55, 56, 60] и использует модель описания поля ВП, основанную на задании ЭДС ВП.

Цели и задачи исследования

Целью исследования является разработка метода и алгоритмов трехмерной геометрической инверсии данных вызванной поляризации, а также реализующего их программного комплекса.

Для достижения этой цели были решены следующие **задачи**:

1. Разработана математическая модель для расчета поля вызванной поляризации при изменении геометрических параметров. На основании данной модели вычисляются функции чувствительности, используемые в процессе

выполнения трехмерной геометрической инверсии данных вызванной поляризации.

2. Разработан алгоритм геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации, включая параметризацию геоэлектрической модели в зависимости от системы наблюдений и адаптивную регуляризацию.

3. Разработана вычислительная схема расчета полей влияния параметров геоэлектрической модели, используемых в процессе выполнения трехмерной геометрической инверсии данных вызванной поляризации.

4. Разработаны программные модули моделирования поля вызванной поляризации в средах с трехмерными объектами.

5. Разработаны программные модули 3D-инверсии данных вызванной поляризации с возможностью подбора геометрических параметров аномальных по поляризуемости 3D-объектов и поляризуемости в этих объектах.

Методология и методы исследования

При разработке методов и программного обеспечения использовалась математическая модель, основанная на системе уравнений Максвелла, и модель вызванной поляризации с источником в виде ЭДС и логарифмической функцией спада, а также численные методы: метод конечных элементов, метод Гаусса-Ньютона с регуляризацией, прямые и итерационные методы решения больших систем уравнений.

Научная новизна

1. Предложен новый способ вычисления функций чувствительности при реализации трехмерной геометрической инверсии данных ВП.

2. Предложен новый алгоритм восстановления границ аномальных по поляризуемости трехмерных структур и параметров поляризации в них по измеренному на дневной поверхности полю вызванной поляризации, включающий параметризацию геоэлектрической модели в зависимости от системы наблюдений и адаптивную регуляризацию.

3. Разработан новый метод расчета полей влияния параметров геоэлектрической модели, используемых в процессе выполнения трехмерной геометрической инверсии данных ВП.

4. Разработан программный комплекс, позволяющий выполнять трехмерную геометрическую инверсию данных ВП.

Положения, выносимые на защиту:

1. Математические модели для расчета полей ВП и функций чувствительности к изменениям геометрических параметров восстанавливаемых геоэлектрических сред.

2. Алгоритм геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации, включая параметризацию геоэлектрической модели в зависимости от системы наблюдений и адаптивную регуляризацию.

3. Вычислительная схема расчета полей влияния параметров геоэлектрической модели, используемых в процессе выполнения трехмерной геометрической инверсии данных ВП.

4. Программный комплекс, реализующий трехмерную геометрическую инверсию данных ВП.

Достоверность результатов

Процедуры решения прямой задачи верифицированы путем сравнения с результатами работы программ других авторов и решением задачи в различных постановках. Разработанная программа решения задачи восстановления границ аномальных по поляризуемости трехмерных структур и параметров поляризации в них по измеренному на дневной поверхности полю вызванной поляризации протестирована на синтетических данных, полученных с помощью конечноэлементного моделирования трехмерного поля вызванной поляризации.

Практическая значимость работы и реализация результатов

Разработанная программа геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации и предложенный метод параметризации геоэлектрической модели в зависимости от системы наблюдений может применяться как для обработки

практических данных, получаемых в результате наземной съемки методом ВП, когда вклад от поля ВП в измеряемый сигнал значителен, так и для обработки данных морской разведки, когда ВП вносит малый вклад в измеряемый сигнал.

Личный вклад

Лично автором разработана математическая модель для расчета поля ВП при изменении геометрических параметров, вычислительная схема 3D-инверсии данных вызванной поляризации с возможностью подбора геометрических параметров аномальных по поляризуемости 3D-объектов и поляризуемости в этих объектах. Выполнена программная реализация алгоритма расчета трехмерных полей вызванной поляризации, полей влияния параметров восстанавливаемых 3D-объектов и программная реализация вычислительной схемы 3D-инверсии. Проведены расчеты электромагнитных полей и полей ВП в трехмерных средах с поляризующимися объектами и выполнены 3D-инверсии данных ВП.

Апробация работы

Основные результаты работы были представлены на XII, XIII, XIV международной конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» АПЭП-2014, АПЭП-2016, АПЭП-2018 (Новосибирск, 2014, 2016, 2018); международной конференции «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики» АПВПМ-2015 (Новосибирск, 2015); на 11-м международном форуме по стратегическим технологиям IFOST-2016 (Новосибирск, 2016); на 21-ой конференции по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа «Геомодель-2019» (EAGE) (Геленджик, 2019); на зарубежной конференции EAGE: 22nd European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics Near Surface Geoscience 2016 (First Conference on Geophysics for Mineral Exploration and Mining) (Barcelona, Spain, 2016); на всероссийской научной конференции молодых ученых «Наука. Технологии. Инновации» (Новосибирск, 2013, 2015); на российской научно-технической конференции «Инновации и научно-техническое творчество молодежи» (Новосибирск, 2014).

Работа проводилась в рамках прикладных научных исследований, выполняемых при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (НИЛ «Моделирование и обработка данных наукоемких технологий»).

Публикации

По результатам выполненных исследований лично и в соавторстве опубликовано 18 работ, в том числе 3 статьи в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендуемых ВАК, 1 статья в журнале, индексируемом в международных информационно-аналитических системах научного цитирования Web of Science (квартиль Q2) и Scopus (квартиль Q2), 5 научных публикаций, индексируемых в международных информационно-аналитических системах научного цитирования Web of Science и/или Scopus, 7 работ, опубликованных в других изданиях и в сборниках трудов конференций, 2 свидетельства о регистрации программ для ЭВМ в ФИПС Роспатент.

Структура работы

Диссертационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы (148 наименований) и двух приложений. Общий объем диссертации - 156 страниц, в том числе 105 рисунков и 13 таблиц.

Краткое содержание работы

Первая глава содержит описание математического аппарата, используемого для моделирования поля вызванной поляризации в трехмерной среде. В ней приводится математическая модель, описывающая процессы вызванной поляризации, вариационная постановка, построение дискретного аналога с использованием узлового МКЭ.

Вторая глава диссертационной работы посвящена описанию математического аппарата для решения обратной задачи вызванной поляризации. В начале главы приводится вычислительная схема решения задачи поиска поляризуемости в ячеистой структуре, затем разработанный алгоритм трехмерной геометрической инверсии, включая описание

регуляризации и параметризации геоэлектрической модели с учетом системы наблюдений.

В третьей главе приведены результаты верификации решения прямой задачи путем сравнения с результатами работы программы других авторов, и результаты решения обратной задачи на примерах синтетических аналогов полевых данных, полученных с использованием трехмерных геоэлектрических моделей.

В четвертой главе проводится сравнение разработанного алгоритма с алгоритмом, основанным на восстановлении параметров поляризуемости в ячейистой структуре, приводятся примеры использования разработанной программы в различных ситуациях, возникающих при решении практических задач.

Пятая глава содержит описание разработанного программного комплекса GInIP. Приводится структура программного комплекса, основные модули и структуры данных, а также анализ работоспособности программного комплекса GInIP, выполненный с использованием сложных трехмерных геоэлектрических моделей, характерных для месторождений северного Прикаспия.

В заключении приведены основные результаты диссертационной работы.

ГЛАВА 1 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

1.1 Математическая модель, описывающая процессы вызванной поляризации

Рассмотрим трехмерную геоэлектрическую модель, которая представляет собой набор аномальных по проводимости и поляризуемости трехмерных объектов, содержащихся во вмещающей горизонтально-слоистой среде. Электромагнитное поле возбуждается токовой линией AB с заземленными электродами A и B , а измеряется приемными линиями MN , которые могут быть расположены на различном расстоянии от AB . Приемно-генераторная установка может перемещаться вдоль линий – профилей съемки. Пример геоэлектрической модели и системы наблюдений представлен на рисунке 1.1.

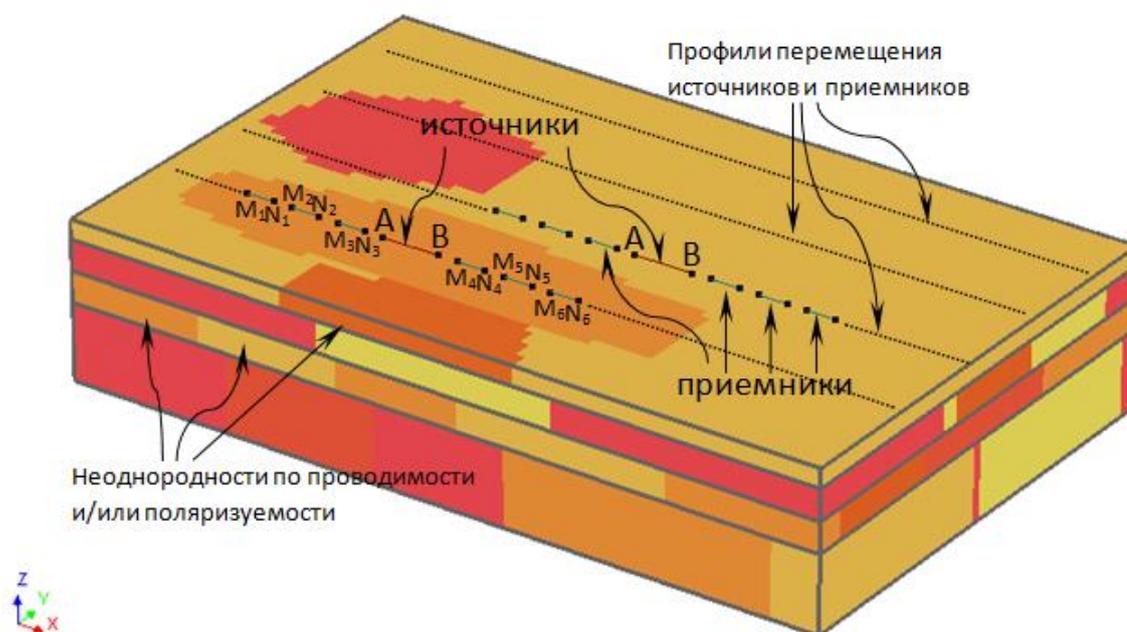


Рисунок 1.1 – Пример геоэлектрической модели и системы наблюдений

Установившееся электрическое поле с напряженностью

$$\vec{E} = -\sigma \text{grad}V^0 \quad (1.1)$$

описывается краевой задачей для уравнения

$$-div(\sigma gradV^0) = f^0 \quad (1.2)$$

с однородными краевыми условиями первого и второго рода, заданными на границах области Ω определения потенциала V^0 поляризующего поля. Внешние границы этой области являются либо ее удаленными границами, либо плоскостями симметрии потенциала V^0 , либо границами раздела сред типа земля-воздух. σ - коэффициент проводимости среды, а функция f^0 - сумма двух точечных источников, действующих в точках A и B [15, 25].

При исследовании процессов ВП будем исходить из того, что источниками поля ВП являются распределенные в среде источники токов f^{IP} . Будем считать, что эти источники порождаются токами

$$\vec{J}^0 = \sigma \vec{E}^0$$

поляризующего поля и в самом общем случае связаны с ним соотношением

$$f^{IP} = div(\alpha(x, y, z)\beta(x, y, z, t)\vec{J}^0),$$

где α - параметры поляризуемости, а коэффициенты β - параметры спада ВП.

Обозначим через \vec{J}^{IP} токи, порождаемые источниками f^{IP} . Эти токи связаны с напряженностью электрического поля ВП и его потенциалом V^{IP} стандартными соотношениями

$$\vec{J}^{IP} = \sigma \vec{E}^{IP} = -\sigma gradV^{IP}.$$

Сформулируем для потенциала V^{IP} краевую задачу, позволяющую вычислять его в любых точках области Ω . Для этого воспользуемся законом неразрывности токов

$$\operatorname{div}(\vec{J}^{IP} - \alpha(x, y, z)\beta(x, y, z, t)\vec{J}^0) = 0.$$

Тогда для потенциала V^{IP} поля ВП может быть сформулирована краевая задача с уравнением

$$-\operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} V^{IP}) = \operatorname{div}(\alpha(x, y, z)\beta(x, y, z, t)\sigma \vec{E}^0)$$

и краевыми условиями, совпадающими с краевыми условиями для потенциала V^0 поляризуемого поля.

Считаем, что задача ВП решается в среде, содержащей K поляризующихся горизонтальных слоев или трехмерных объектов. Считаем, что каждый слой или объект Ω_k характеризуется коэффициентом поляризуемости $\alpha_k = \text{const}$ и параметром спада $\beta_k = \beta_k(t)$, $k = 1, \dots, K$.

Тогда поле, описывающее процесс ВП, в среде Ω с учетом поляризуемости всех ее слоев и объектов может быть представлено в виде

$$V^{IP} = \sum_k \beta_k(t) U_k^{IP}, \quad (1.3)$$

причем поля U_k^{IP} могут быть получены как решения соответствующих краевых задач для уравнений

$$-\operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} U_k^{IP}) = \operatorname{div}((\sigma - \tilde{\sigma}_k) \vec{E}^0), \quad (1.4)$$

где \vec{E}^0 – напряженность поляризуемого поля, определяемого соотношениями (1.1), (1.2), а проводимости $\tilde{\sigma}_k$ определяются соотношениями

$$\tilde{\sigma}_k = \begin{cases} (1 - \alpha_k)\sigma & \text{для } \Omega_k \\ \sigma & \text{для } \Omega \setminus \Omega_k. \end{cases},$$

Если ввести кусочно-постоянные функции δ_k :

$$\delta_k = \begin{cases} 1 & \text{для } \Omega_k, \\ 0 & \text{для } \Omega \setminus \Omega_k, \end{cases}$$

как индикаторы подобласти Ω_k , то уравнение (1.4) примет вид

$$- \operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} U_k^{IP}) = \alpha_k \operatorname{div}(\delta_k \sigma \vec{E}^0).$$

Тогда удобно ввести функции W_k^{IP} с помощью соотношений

$$U_k^{IP} = \alpha_k W_k^{IP}. \quad (1.5)$$

Эти функции удовлетворяют краевой задаче для уравнения

$$- \operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} W_k^{IP}) = - \operatorname{div}(\delta_k \sigma \operatorname{grad} V^0), \quad (1.6)$$

и поле V^{IP} с учетом (1.3) и (1.5) может быть представлено через W_k^{IP} в виде

$$V^{IP} = \sum_k \alpha_k \beta_k(t) W_k^{IP}. \quad (1.7)$$

Представление результирующего поля V^{IP} в виде (1.7) удобно для практического использования, так как оно позволяет после вычисления поля W_k^{IP} изучать влияние поляризации области Ω_k при любых значениях коэффициента поляризуемости.

Для нахождения распределения потенциала V^0 поляризующего поля необходимо решить задачу (1.2). Для решения задачи (1.2) воспользуемся технологией выделения поля. Будем искать решение V^0 уравнения (1.2) в виде

суммы двух функций V_{GC}^0 и V^+ , где V_{GC}^0 - электрический потенциал, описывающий поле в среде без трехмерных объектов.

Функцию V_{GC}^0 найдем, решив уравнение

$$-div(\sigma^0 grad V_{GC}^0) = f^0. \quad (1.8)$$

Так как $f^0 = f_A^0 + f_B^0$, то

$$V_{GC}^0 = V_{RZ}^0(\sqrt{(x-x^b)^2 + (y-y^b)^2}, z) - V_{RZ}^0(\sqrt{(x-x^a)^2 + (y-y^a)^2}, z), \quad (1.9)$$

где $A(x^a, y^a, z^a), B(x^b, y^b, z^b)$ - точки, в которых действуют точечные источники, V_{RZ}^0 - решение осесимметричной задачи с точечным источником в горизонтально-слоистой среде.

Добавочное поле найдем, решив трехмерную краевую задачу для уравнения:

$$-div(\sigma grad V^+) = -div((\sigma^0 - \sigma) grad V_{GC}^0). \quad (1.10)$$

Такой подход позволит решать задачу (1.8) на более грубой сетке, чем в случае решения задачи (1.2) как трехмерной. Несмотря на то, что поле V^+ будет рассчитано с большей погрешностью, суммарное поле все равно удастся определить с заданной точностью.

1.2 Вариационная постановка и построение дискретного аналога с использованием узлового метода конечных элементов

Рассмотрим решение двумерной осесимметричной задачи с точечным источником в горизонтально-слоистой среде. Запишем уравнение в виде

$$-div(\sigma grad u) = f,$$

$$u|_{S1} = u_g,$$

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{S2} = \theta.$$

Уравнение задано в области Ω с границей $S = S1 \cup S2$.

Перенесем правую часть влево, умножим на пробную функцию v и проинтегрируем по области Ω :

$$\int_{\Omega} [-\operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} u) - f] v \, d\Omega = 0.$$

Применим формулу Грина:

$$\int_{\Omega} \sigma \operatorname{grad} u \operatorname{grad} v \, d\Omega - \int_{\Omega} \sigma \frac{\partial u}{\partial n} v \, dS - \int_{\Omega} f v \, d\Omega = 0,$$

$$\int_{\Omega} \sigma \operatorname{grad} u \operatorname{grad} v \, d\Omega = \int_{\Omega} f v \, d\Omega. \quad (1.11)$$

Получили уравнение Галеркина, $v \in H_0^1$ - пространство функций, интегрируемых с квадратами своих первых производных. Будем искать решение u в виде u^h - конечно-элементного приближения, как это показано в формуле (1.12), где n - размерность подпространства базисных функций ψ_i ,

$$u^h = \sum_{i=1}^n q_i \psi_i. \quad (1.12)$$

Подставим u^h в (1.11):

$$\int_{\Omega} \sigma \operatorname{grad} \left(\sum_{i=1}^n q_i \psi_i \right) \operatorname{grad} v \, d\Omega = \int_{\Omega} f v \, d\Omega.$$

Вместо пробных функций v подставим ψ_j , получим n - уравнений, $j = 1, \dots, n$:

$$\sum_{i=1}^n q_i \left[\int_{\Omega} \sigma \left(\frac{\partial \psi_i}{\partial r} \frac{\partial \psi_j}{\partial r} + \frac{\partial \psi_i}{\partial z} \frac{\partial \psi_j}{\partial z} \right) r \, dr \, dz \right] = \int_{\Omega} f \psi_j \, r \, dr \, dz.$$

Тогда, для нахождения весов q_i , необходимо решить СЛАУ, где матрица и вектор правой части определяются соотношениями

$$A_{ij} = \int_{\Omega} \sigma \left(\frac{\partial \psi_i}{\partial r} \frac{\partial \psi_j}{\partial r} + \frac{\partial \psi_i}{\partial z} \frac{\partial \psi_j}{\partial z} \right) r \, dr \, dz,$$

$$b_j = \int_{\Omega} f \psi_j r dr dz.$$

Теперь рассмотрим решение трехмерной задачи для уравнения (1.10).

Для получения дискретного аналога умножим обе части уравнения (1.10) на пробную функцию v , проинтегрируем по области Ω и применим формулу Грина (интегрирования по частям). Учитывая, что все краевые условия первого и второго рода для V^+ и V_{GC}^0 являются однородными, получим

$$\int_{\Omega} \sigma \text{grad} V^+ \text{grad} v d\Omega = \int_{\Omega} (\sigma^0 - \sigma) \text{grad} V_{GC}^0 \text{grad} v d\Omega. \quad (1.13)$$

Представим V^+ , V_{GC}^0 в виде разложения по базисным функциям, n - размерность подпространства базисных функций ψ_i :

$$V^+ = \sum_{i=1}^n q_i \psi_i,$$

$$V_{GC}^0 = \sum_{i=1}^n q_i^0 \psi_i.$$

Заменяя в (1.13) пробную функцию поочередно на все базисные функции, получим СЛАУ:

$$\sum_i \left[\int_{\Omega} \sigma \text{grad} \psi_i \text{grad} \psi_j d\Omega \right] q_i = \sum_i \left[\int_{\Omega} (\sigma^0 - \sigma) \text{grad} \psi_i \text{grad} \psi_j d\Omega \right] q_i^0$$

или

$$Aq = b.$$

Компоненты локальной матрицы вычисляются с помощью соотношения:

$$A_{ij}^m = \int_{\Omega} \sigma \text{grad} \psi_i \text{grad} \psi_j d\Omega.$$

Вектор правой части вычисляется умножением локальной матрицы \tilde{A}_{ij}^m

$$\tilde{A}_{ij}^m = \int_{\Omega} (\sigma^0 - \sigma) \text{grad} \psi_i \text{grad} \psi_j d\Omega$$

на соответствующие локальному вектору конечного элемента Ω^m компоненты вектора q_0 (для конечных элементов Ω^m , в которых $\sigma_0 \neq \sigma$). Для остальных элементов локальный вектор правой части нулевой.

Рассмотрим получение дискретного аналога краевой задачи для уравнения (1.6). Умножим обе части уравнения на пробную функцию v , проинтегрируем по области Ω и применим формулу Грина (интегрирования по частям), учитывая, что все краевые условия первого и второго рода для W_k^{IP} и V^0 являются однородными

$$\int_{\Omega} \sigma \text{grad} W_k^{IP} \text{grad} v d\Omega = \int_{\Omega} \delta_k \sigma \text{grad} V^0 \text{grad} v d\Omega. \quad (1.14)$$

Представим W_k^{IP} , V^0 в виде разложения по базисным функциям, n - размерность подпространства базисных функций ψ_i :

$$W_k^{IP} = \sum_{i=1}^n q_i \psi_i,$$

$$V^0 = \sum_{i=1}^n q_i^0 \psi_i.$$

Заменяя в (1.14) пробную функцию поочередно на все базисные функции, получим СЛАУ:

$$\sum_i \left[\int_{\Omega} \sigma \text{grad} \psi_i \text{grad} \psi_j d\Omega \right] q_i = \sum_i \left[\int_{\Omega} \delta_k \sigma \text{grad} \psi_i \text{grad} \psi_j d\Omega \right] q_i^0,$$

или

$$Aq = b.$$

Компоненты локальной матрицы вычисляются с помощью соотношения

$$A_{ij}^m = \int_{\Omega} \sigma \operatorname{grad} \psi_i \operatorname{grad} \psi_j d\Omega.$$

Вектор правой части вычисляется умножением локальной матрицы A^m на соответствующие локальному вектору конечного элемента Ω^m компоненты вектора q_0 (для конечных элементов Ω^m , в которых $\delta_k = 1$). Для остальных элементов локальный вектор правой части нулевой.

1.3 Конечноэлементная аппроксимация

Решая осесимметричную задачу с точечным источником в горизонтально-слоистой среде (для расчета распределения V_{RZ}^0) будем использовать билинейные базисные функции, они линейные по обеим переменным и строятся только по значениям функции в узлах. Разобьем область Ω на прямоугольные подобласти Ω^m (m - количество подобластей). Базисные функции надо определить таким образом, чтобы в своем узле они были равны 1, а во всех остальных – 0. Функции будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= R_1 Z_1, \psi_2 = R_2 Z_1, \psi_3 = R_1 Z_2, \psi_4 = R_2 Z_2, \\ R_1(r) &= \frac{r_{j+1} - r}{h_r}, R_2(r) = \frac{r - r_j}{h_r}, Z_1(r) = \frac{z_{i+1} - z}{h_z}, Z_2(r) = \frac{z - z_i}{h_z}, \\ h_r &= r_{j+1} - r_j, h_z = z_{i+1} - z_i. \end{aligned}$$

Пронумеровав все узлы снизу вверх и слева направо, начиная с 1, мы определим вид глобальной матрицы. Локальная матрица жесткости будет иметь следующий вид:

$$G^m = \begin{pmatrix} \hat{R}_{11}Z_{11} + R_{11}\hat{Z}_{11} & \hat{R}_{12}Z_{11} + R_{12}\hat{Z}_{11} & \hat{R}_{11}Z_{12} + R_{11}\hat{Z}_{12} & \hat{R}_{12}Z_{12} + R_{12}\hat{Z}_{12} \\ \dots & \hat{R}_{22}Z_{11} + R_{22}\hat{Z}_{11} & \hat{R}_{21}Z_{12} + R_{21}\hat{Z}_{12} & \hat{R}_{22}Z_{12} + R_{22}\hat{Z}_{11} \\ \dots & \dots & \hat{R}_{11}Z_{22} + R_{11}\hat{Z}_{22} & \hat{R}_{12}Z_{22} + R_{12}\hat{Z}_{22} \\ \dots & \dots & \dots & \hat{R}_{22}Z_{22} + R_{22}\hat{Z}_{22} \end{pmatrix}, \text{ где}$$

$$R = h_r \begin{pmatrix} \frac{1}{12}h_r + \frac{1}{3}r_i & \frac{1}{12}h_r + \frac{1}{6}r_i \\ \frac{1}{12}h_r + \frac{1}{6}r_i & \frac{1}{4}h_r + \frac{1}{3}r_i \end{pmatrix}, \hat{R} = h_r \begin{pmatrix} \frac{1}{2}h_r + r_i & -\frac{1}{2}h_r - r_i \\ -\frac{1}{2}h_r - r_i & \frac{1}{2}h_r + r_i \end{pmatrix},$$

$$Z = h_z \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}, \hat{Z} = \frac{1}{h_z} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

При решении остальных краевых задач будем использовать трилинейные базисные функции, они линейные по трем переменным и строятся только по значениям функции в узлах [60]. На каждом отрезке $[x_p, x_{p+1}], [y_s, y_{s+1}], [z_r, z_{r+1}]$ зададим по две одномерные функции.

$$X_1(x) = \frac{x_{p+1} - x}{h_x}, X_2(x) = \frac{x - x_p}{h_x}, h_x = x_{p+1} - x_p,$$

$$Y_1(y) = \frac{y_{s+1} - y}{h_y}, Y_2(y) = \frac{y - y_s}{h_y}, h_y = y_{s+1} - y_s,$$

$$Z_1(z) = \frac{z_{r+1} - z}{h_z}, Z_2(z) = \frac{z - z_r}{h_z}, h_z = z_{r+1} - z_r.$$

Базисные функции на конечном элементе представляются в виде произведения функций

$$\psi_i = X_{\mu(i)} Y_{\nu(i)} Z_{\nu(i)}.$$

Введем на прямоугольном параллелепипеде нумерацию узлов снизу вверх и слева направо. Определим целочисленные функции $\mu(i), \nu(i), \nu(i)$ таким образом, чтобы базисные функции были равны единице в узле с локальным номером, равным номеру локальной базисной функции, и нулю в остальных узлах:

$$\mu(i) = ((i-1) \bmod 2) + 1, \nu(i) = \left(\left\lfloor \frac{i-1}{2} \right\rfloor \bmod 2 \right) + 1, \nu(i) = \left\lfloor \frac{i-1}{4} \right\rfloor + 1.$$

Компоненты локальной матрицы жесткости будем вычислять через компоненты матриц жесткости и массы линейных одномерных элементов. Обозначим через G^x, G^y, G^z локальные матрицы жесткости, а через M^x, M^y, M^z - локальные матрицы массы соответствующих одномерных линейных элементов, то есть

$$G^x = \frac{1}{h_x} G^1, G^y = \frac{1}{h_y} G^1, G^z = \frac{1}{h_z} G^1, M^x = h_x M^1, M^y = h_y M^1, M^z = h_z M^1,$$

$$M^1 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad G^1 = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тогда, компонента локальной матрицы будет выглядеть следующим образом:

$$A_{ij}^m = \sigma(G_{\mu(i)\mu(j)}^x M_{\nu(i)\nu(j)}^y M_{\nu(i)\nu(j)}^z + M_{\mu(i)\mu(j)}^x G_{\nu(i)\nu(j)}^y M_{\nu(i)\nu(j)}^z + M_{\mu(i)\mu(j)}^x M_{\nu(i)\nu(j)}^y G_{\nu(i)\nu(j)}^z).$$

При использовании несогласованных сеток (пример такой сетки приведен на рисунке 1.2) для сборки глобальных матриц применяется технология Т-преобразования, подробно описанная в [60]. Эта технология позволяет использовать локальные матрицы стандартных элементов, но требует специальной процедуры сборки глобальной СЛАУ с использованием матрицы T

преобразования базиса $\{\psi_i^{nc}\}$ (несогласованный базис) в базис $\{\psi_i^c\}$ (согласованный базис).

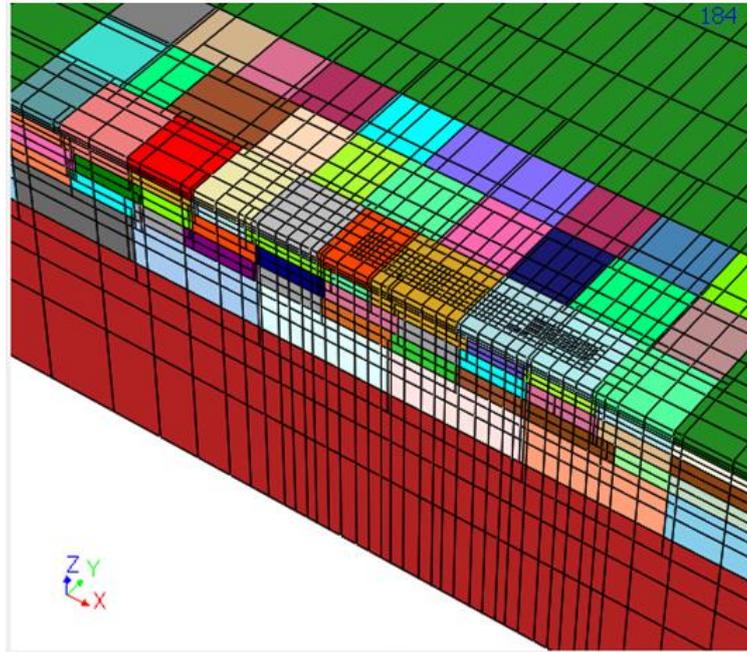


Рисунок 1.2 – Сечение конечноэлементной сетки

Выводы по главе 1

1. Рассмотрена математическая модель для расчета трехмерных полей вызванной поляризации, основанная на задании ЭДС ВП. Математическая модель позволяет при расчете трехмерного поля ВП выделять поле поляризующихся слоев вмещающей горизонтально-слоистой среды.

2. Приведена эквивалентная вариационная постановка для расчета трехмерного поля ВП и рассмотрено построение дискретного аналога на основе узлового МКЭ с учетом выделения полей отдельных поляризующихся объектов.

ГЛАВА 2 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

2.1 Математический аппарат для решения задачи поиска поляризуемости в ячейистой структуре

Рассмотрим задачу поиска распределения поляризуемости α в горизонтально-слоистой среде с трехмерными объектами по измеренным на поверхности земли сигналам ВП. Значения поляризуемости восстанавливаются в области, разбитой на крупные ячейки (M – общее количество ячеек). В каждой из ячеек определяется свое значение поляризуемости. Поиск параметров поляризуемости при фиксированных значениях коэффициентов проводимости среды σ_k , и параметров спада $\beta_k = \beta_k(t)$ ($k = 1, \dots, K$, K - количество слоев и объектов в исследуемой среде) выполняется с помощью минимизации функционала:

$$\Phi(\alpha) = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p (\omega_{il} (\Delta V_i(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l)))^2 + \sum_{m=1}^M \gamma_m (\alpha_m - \alpha_m^0)^2, \quad (2.1)$$

где $\Delta \tilde{V}_i(t_l)$ – сигналы ВП, измеренные на i -ой приемной линии в момент времени t_l , $\Delta V_i(t_l)$ – теоретические сигналы, получаемые в результате решения прямой трехмерной задачи, γ_m – параметры регуляризации, α_m^0 – значения параметров поляризуемости, к которым «притягиваются» искомые параметры α_m , ω_{il} – некоторые веса, M – количество искомым параметров α_m .

По аналогии с (1.7), поле, описывающее процесс ВП в среде Ω может быть представлено в виде

$$\Delta V_i(t_l) = \sum_{m=1}^M \alpha_m \beta_m(t_l) \Delta W_{im},$$

где ΔW_{im} – значения сигнала ВП в i -м приемнике при единичной поляризации подобласти Ω_m , рассчитанные с использованием функций $W_m(x, y, z)$,

удовлетворяющих краевой задаче для уравнения

$$-div(\sigma grad W_m) = -div(\delta_m \sigma grad V^0),$$

в котором V^0 – потенциал поляризуемого поля, σ – проводимость, а

$$\delta_m = \begin{cases} 1 & \text{для } \Omega_m, \\ 0 & \text{для } \Omega \setminus \Omega_m, \end{cases} \quad \text{– индикатор подобласти } \Omega_m.$$

Минимизация функционала (2.1) по $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)^T$ эквивалентна решению СЛАУ

$$(\mathbf{A} + \mathbf{\Gamma})\alpha = \mathbf{b} + \mathbf{\Gamma}\alpha^0,$$

$$\Gamma_{qs} = \begin{cases} \gamma_q, & q = s, \\ 0, & q \neq s, \end{cases}$$

$$A_{qs} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \beta_q(t_l) \Delta W_{iq} \beta_s(t_l) \Delta W_{is},$$

$$b_q = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \beta_q(t_l) \Delta W_{iq} \Delta \tilde{V}_i(t_l).$$

Данный метод подразумевает однократное решение трехмерной задачи для каждого из объектов ячеистой структуры и позволяет найти распределение поляризуемости за одну итерацию трехмерной инверсии. Однако результат инверсии зависит от выбора начального разбиения: если ячеистая структура начального разбиения выбрана таким образом, что границы искомых объектов не совпадают с границами ячеистой структуры, то определить положение аномальных по поляризуемости объектов с необходимой точностью не удастся.

2.2 Геометрическая инверсия

Теперь рассмотрим задачу поиска границ аномальных по поляризуемости структур. Разобьем аномально поляризующуюся область на крупные подобласти Ω^m (M – общее количество подобластей). Каждая из подобластей будет характеризоваться поляризуемостью $\alpha_m = const$, функцией спада $\beta_m = \beta_m(t)$ и своими геометрическими размерами. Будем восстанавливать значения поляризуемости в этих подобластях и их границы по одному из пространственных измерений – по оси X .

Пусть $\mathbf{b} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_M, \Delta x_1, \dots, \Delta x_K\}$ – вектор искомых параметров, где $\alpha_1, \dots, \alpha_M$ – значения поляризуемости в каждой подобласти, $\Delta x_1, \dots, \Delta x_K$ – смещение границ подобластей относительно предыдущего разбиения по оси X , $\Delta \tilde{V}_i(t_l)$ – сигналы ВП, измеренные на i -й приемной линии в момент времени t_l , $\Delta V_i(t_l)$ – теоретические сигналы, рассчитанные при решении прямой трехмерной задачи для определенного набора b_m ($m = 1 \dots M + K$), γ_m – параметры регуляризации, ω_{il} – веса, K – количество подобластей, для которых граница может быть сдвинута. Параметры b_m ищутся путем минимизации суммы квадратов отклонений $\Delta V_i(t_l)$ от $\Delta \tilde{V}_i(t_l)$ с регуляризацией:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p (\omega_{il} (\Delta V_i(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l)))^2 + \sum_{m=1}^{M+K} \gamma_m (b_m - b_m^0)^2 \rightarrow \min_{b_m}. \quad (2.2)$$

Преобразуем выражение (2.2). Обозначим $\delta(V_{il}) = \Delta V_i(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l)$. Если линеаризовать $\delta(V_{il})$ по \mathbf{b} в окрестности \mathbf{b}^0 , взять производные от (2.2) по Δb_m и приравнять их к нулю, то получим, что минимизация (2.2) сводится к решению СЛАУ вида $\mathbf{A} \Delta \mathbf{b} = \mathbf{F}$, где элементы матрицы \mathbf{A} и вектора \mathbf{F} выглядят следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{qj} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_q} \frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_j}, q \neq j \\ A_{qq} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \left(\frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_q} \right)^2 + \gamma_q \end{array} \right. , F_q = - \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \delta(V_{il}(\mathbf{b}^0)) \frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_r},$$

где $q = 1 \dots M + K$, $j = 1 \dots M + K$, а производную $\frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_j}$ можно определить

как

$$\frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_j} = \frac{\delta(V_{il}(\mathbf{b}^0 + d\mathbf{b}_j)) - \delta(V_{il}(\mathbf{b}^0))}{db_j}.$$

По аналогии с (1.7), поле, описывающее процесс ВП, может быть представлено в виде:

$$\Delta V_i(t_l) = \sum_{m=1}^M \alpha_m \beta_m(t_l) \Delta W_{im},$$

где ΔW_{im} – значения сигнала ВП в i -м приемнике при единичной поляризации подобласти Ω_m , рассчитанные с использованием функций $W_m(x, y, z)$, удовлетворяющих краевой задаче для уравнения

$$-div(\sigma grad W_m) = -div(\delta_m \sigma grad V_0), \quad (2.3)$$

где V_0 – потенциал поляризующего поля, σ – удельная проводимость, δ_m – индикатор подобласти ($\delta_m = 1$ внутри подобласти Ω_m , $m = 1 \dots M$). Тогда, для

$b_j \in \{\alpha_1, \dots, \alpha_M\} (j = 1 \dots M)$ производная $\frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_j}$ принимает вид:

$$\frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_j} = -\Delta W_{ij} \beta_j(t_l).$$

Для $b_j \in \{\Delta x_1, \dots, \Delta x_K\} (j = M + 1 \dots M + K)$ производная

$$\frac{\partial \delta(V_{il})}{\partial b_j} = - \frac{(\alpha_m \beta_m(t_l) - \alpha_{m+1} \beta_{m+1}(t_l))}{d\Delta x_k} \Delta \bar{W}_{ik},$$

где $\Delta\bar{W}_{ik}$ – значение сигнала ВП в i -м приемнике, рассчитанные с использованием функции, которая является решением задачи, аналогичной (2.3), при смещении на Δx_k границы между m -й и $m+1$ -й подобластями ($k = j - M$).

Матрицу \mathbf{A} и вектор \mathbf{F} можно представить в блочном виде:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^1 & \mathbf{A}^2 \\ (\mathbf{A}^2)^T & \mathbf{A}^3 \end{pmatrix}, \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}^1 \\ \mathbf{F}^2 \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Элементы этих блоков определяются следующими формулами:

$$\begin{cases} A_{gs}^1 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \Delta W_{ig} \Delta W_{is} \beta_g(t_l) \beta_s(t_l), g \neq s \\ A_{gg}^1 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 (\Delta W_{ig})^2 \beta_g^2(t_l) + \gamma_g \end{cases},$$

$$A_{gc}^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \frac{(\alpha_c - \alpha_{c+1})}{d\Delta x_c} \Delta W_{ig} \Delta \bar{W}_{ic} \beta_g(t_l) \beta_c(t_l),$$

$$\begin{cases} A_{jc}^3 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \frac{(\alpha_j - \alpha_{j+1})}{d\Delta x_j} \frac{(\alpha_c - \alpha_{c+1})}{d\Delta x_c} \Delta \bar{W}_{ij} \Delta \bar{W}_{ic} \beta_j(t_l) \beta_c(t_l), j \neq c \\ A_{jj}^3 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 \left(\frac{(\alpha_j - \alpha_{j+1})}{d\Delta x_j} \Delta \bar{W}_{ij} \right)^2 \beta_j^2(t_l) + \gamma_j \end{cases},$$

$$F_g^1 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 (\Delta \tilde{V}_i(t_l) - \Delta V_{il}(\mathbf{b}^0)) \Delta W_{ig} \beta_g(t_l),$$

$$F_j^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_{il}^2 (\Delta \tilde{V}_i(t_l) - \Delta V_{il}(\mathbf{b}^0)) \frac{(\alpha_j - \alpha_{j+1})}{d\Delta x_j} \Delta \bar{W}_{ij} \beta_j(t_l),$$

$$g = 1 \dots M, s = 1 \dots M, c = 1 \dots K, j = 1 \dots K, \beta_k(t_l) = \beta_{k+1}(t_l).$$

Данный метод позволяет в процессе инверсии корректировать геометрические размеры исследуемых областей, и, следовательно, с высокой точностью определять границы поляризующихся объектов, расположенных в различных слоях вмещающей среды.

2.3 Регуляризация

Рассмотрим подробнее механизм добавления регуляризационной добавки. Если в результате решения СЛАУ вида $\mathbf{A}\Delta\mathbf{b} = \mathbf{F}$ с матрицей \mathbf{A} и вектором \mathbf{F} , приведенными в (2.4), на очередной итерации процесса поиска минимума функционала (2.2) получается решение, которое приведет к отрицательным значениям поляризуемости в подобластях или потребует слишком сильно изменить размер подобласти, то возникает необходимость усиления соответствующей регуляризационной добавки, которая позволяет скорректировать полученное решение. Процесс регуляризации выглядит следующим образом:

- значениям γ_m , b_m^0 из соотношения (2.2) присваивается начальное значение. Значения b_m^0 выбираются исходя из того, к каким величинам мы хотим «подтянуть» получаемое решение.

- решается СЛАУ, проверяется адекватность полученного решения;

- если какая-то k -я компонента решения не удовлетворяет требованиям адекватности, то соответствующая этой компоненте величина γ_k увеличивается в два раза и заново решается СЛАУ. Процесс продолжается до тех пор, пока не удастся получить адекватное решение. Под требованиями адекватности подразумеваются следующие условия: значения поляризуемости в подобластях не должны становиться отрицательными или превышать заданный порог (максимально возможное значение верхнего порога равно 1), величина смещения границ не должна превышать заданного значения.

Рассмотрим еще одну проблему, с которой можно столкнуться в процессе поиска минимума функционала (2.2). Если на очередной итерации поиска минимума получается решение, которое увеличивает значение функционала, то прежде, чем перейти на следующую итерацию, выполняется следующая процедура.

Пусть f_1 – значение функционала на предыдущей итерации поиска минимума функционала, f_2 – значение функционала на текущей итерации поиска минимума и $f_2 > f_1$. Тогда:

– в полученном на текущей итерации поиска минимума решении в l раз (на первой итерации $l = 2$) уменьшается шаг по каждой компоненте, пересчитывается значение функционала f_3 ;

– если после уменьшения шага полученное значение функционала f_3 уменьшается относительно f_2 , то новым приближением считается решение с уменьшенным шагом. Если полученное значение $f_3 \geq f_2$, то l увеличивается в два раза и процесс продолжается.

Процесс прекращается, если удалось получить решение, уменьшающее значение функционала f_1 , или l достигла заданного порогового значения.

2.4 Параметризация геоэлектрической модели с учетом системы наблюдений

Исследуемой областью является горизонтально-слоистая среда с трехмерными объектами. Объектами считаются ограниченные по латерали и глубине блоки, отличные по поляризуемости или по проводимости от вмещающей (горизонтально-слоистой среды). Пример такой среды приведен на рисунке 2.1. Распределение проводимости в исследуемой среде известно (предполагается, что распределение проводимости было ранее восстановлено). На поверхности Земли над исследуемой областью располагается параллельно несколько профилей съемки, вдоль которых проводятся измерения. Профили съемки обозначены на рисунке 2.1 пунктирной линией. Измерительная установка состоит из токовой линии АВ с заземленными электродами А и В и приемных линий MN.

Рассмотрим алгоритм поиска аномальных по поляризуемости трехмерных объектов, использующий описанную в пункте 2.2 вычислительную схему.

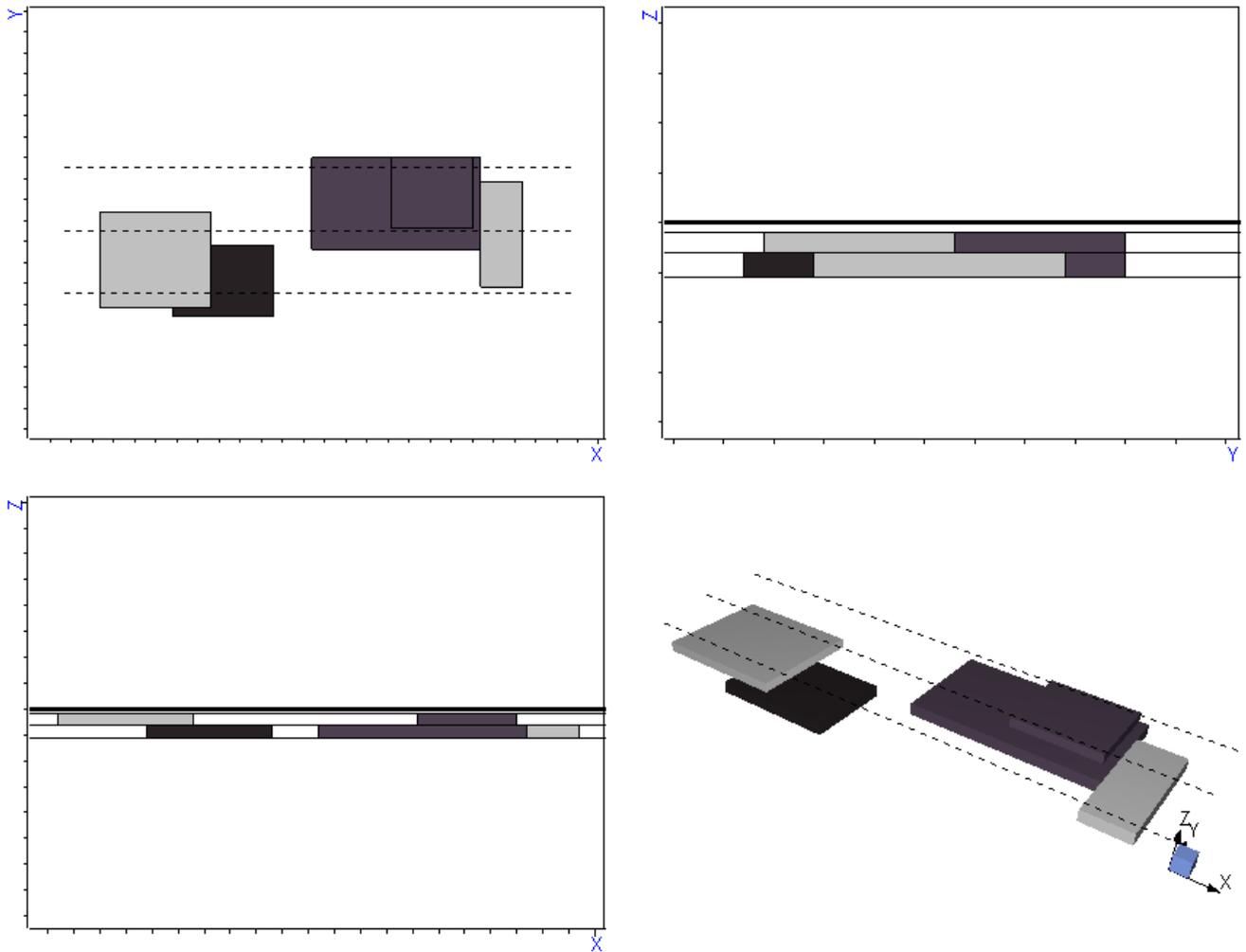


Рисунок 2.1 – Горизонтально-слоистая среда с трехмерными объектами

На начальном этапе аномально поляризующаяся часть исследуемой области разбивается на крупные подобласти таким образом, чтобы под каждым профилем съемки по латерали располагался один ряд подобластей (по глубине может быть несколько рядов подобластей) как схематично показано на рисунке 2.2, верхний рисунок соответствует первому по глубине слою, нижний – второму. На рисунке 2.2 границы подобластей начального разбиения обозначены пунктирной линией, искомые объекты (области, отличные по значению поляризуемости от вмещающей среды) выделены серым цветом (оттенки серого соответствуют разным уровням поляризации объектов). Далее границы подобластей по координатам, ортогональным профилям, фиксируются, и разработанная вычислительная схема применяется для поиска нового положения границ подобластей по оставшейся координате (вдоль профилей съемки) и для

определения значения поляризуемости в этих подобластях, то есть вектор искомых параметров для приведенного на рисунке 2.2 примера имеет вид: $\mathbf{b} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_{42}, \Delta x_1, \dots, \Delta x_{36}\}$, где $\alpha_1, \dots, \alpha_{42}$ – значения поляризуемости в каждой подобласти, $\Delta x_1, \dots, \Delta x_{36}$ – смещение границ подобластей относительно предыдущего разбиения по оси X .

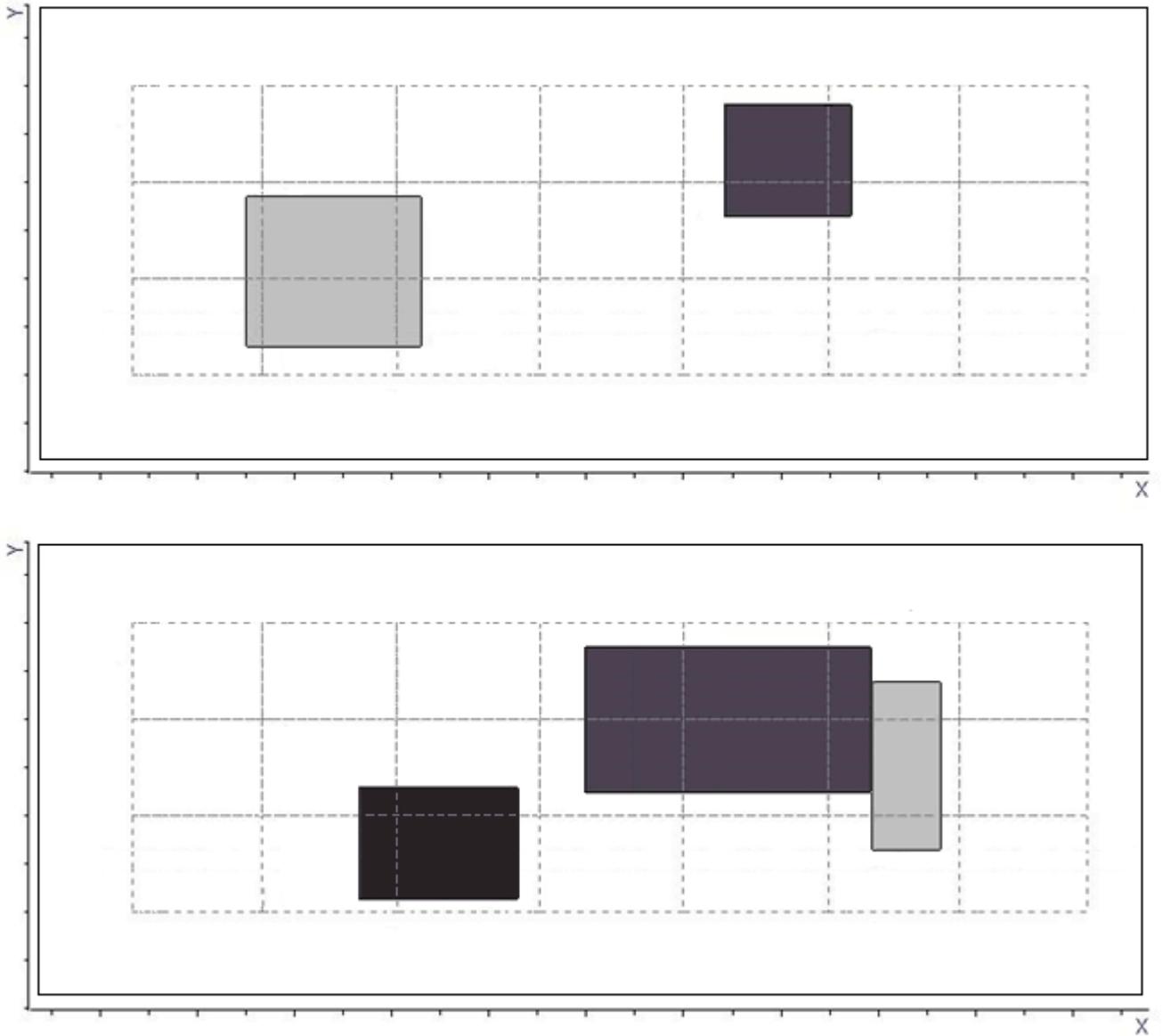


Рисунок 2.2 – Начальное разбиение исследуемой области на подобласти

На рисунке 2.3 стрелками показаны направления, в которых могут быть смещены границы подобластей.

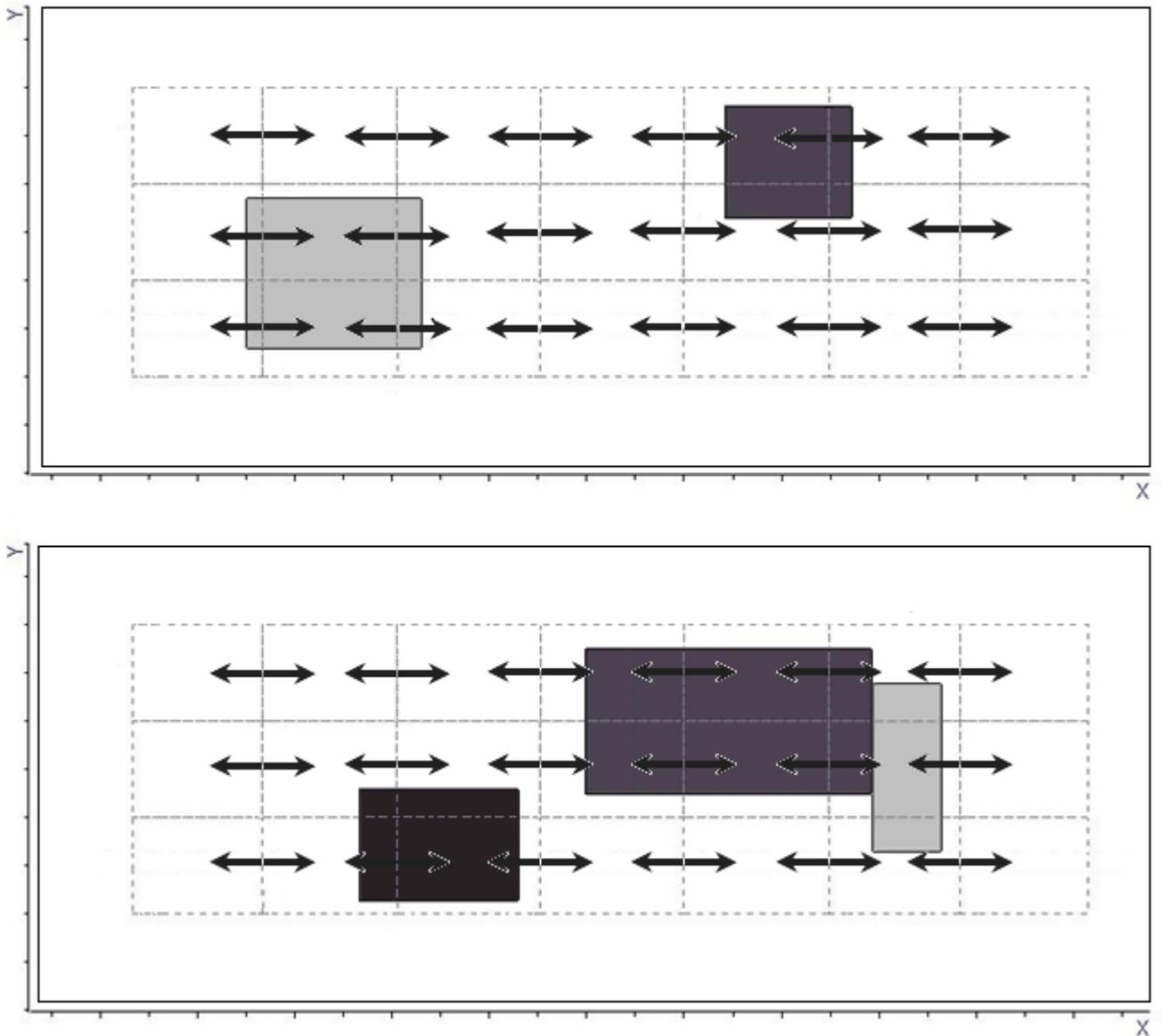


Рисунок 2.3 – Направления смещений границ подобластей по оси X

Результатом выполнения первого этапа инверсии является промежуточная геоэлектрическая модель (см. рисунок 2.4). На рисунке 2.4 представлен пример нового разбиения исследуемой области, полученного в результате первого этапа инверсии, вверху приведено разбиение для первого по глубине слоя подобластей, внизу – разбиение для второго слоя, жирными линиями обозначены границы подобластей, серым цветом выделены подобласти, в которых в результате инверсии получены значения поляризуемости, отличные от поляризуемости вмещающей среды, нежирными линиями обозначены истинные границы искомым объектов.

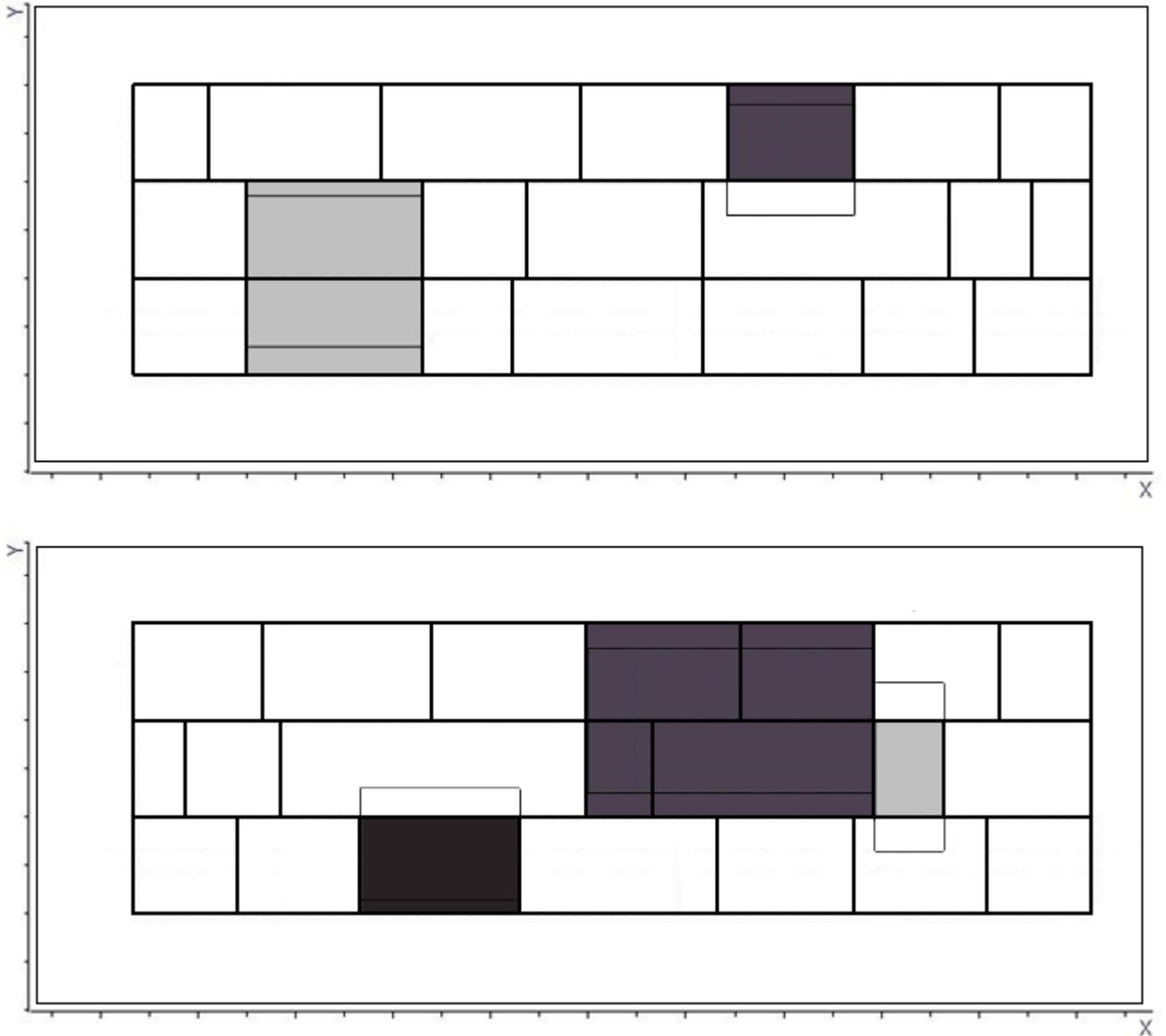


Рисунок 2.4– Пример разбиения исследуемой области, полученного после первого этапа инверсии

На втором этапе инверсии, на основании найденного положения границ подобластей и значения поляризуемости в подобластях, строится новое разбиение исследуемой области в зависимости от того, какой результат получен на предыдущем этапе. На рисунке 2.5 показан пример нового начального разбиения для второго этапа инверсии, построенного на основании результата, представленного на рисунке 2.4. На рисунке 2.5 границы подобластей начального разбиения обозначены пунктирными линиями, границы искомым объектов выделены сплошными линиями.

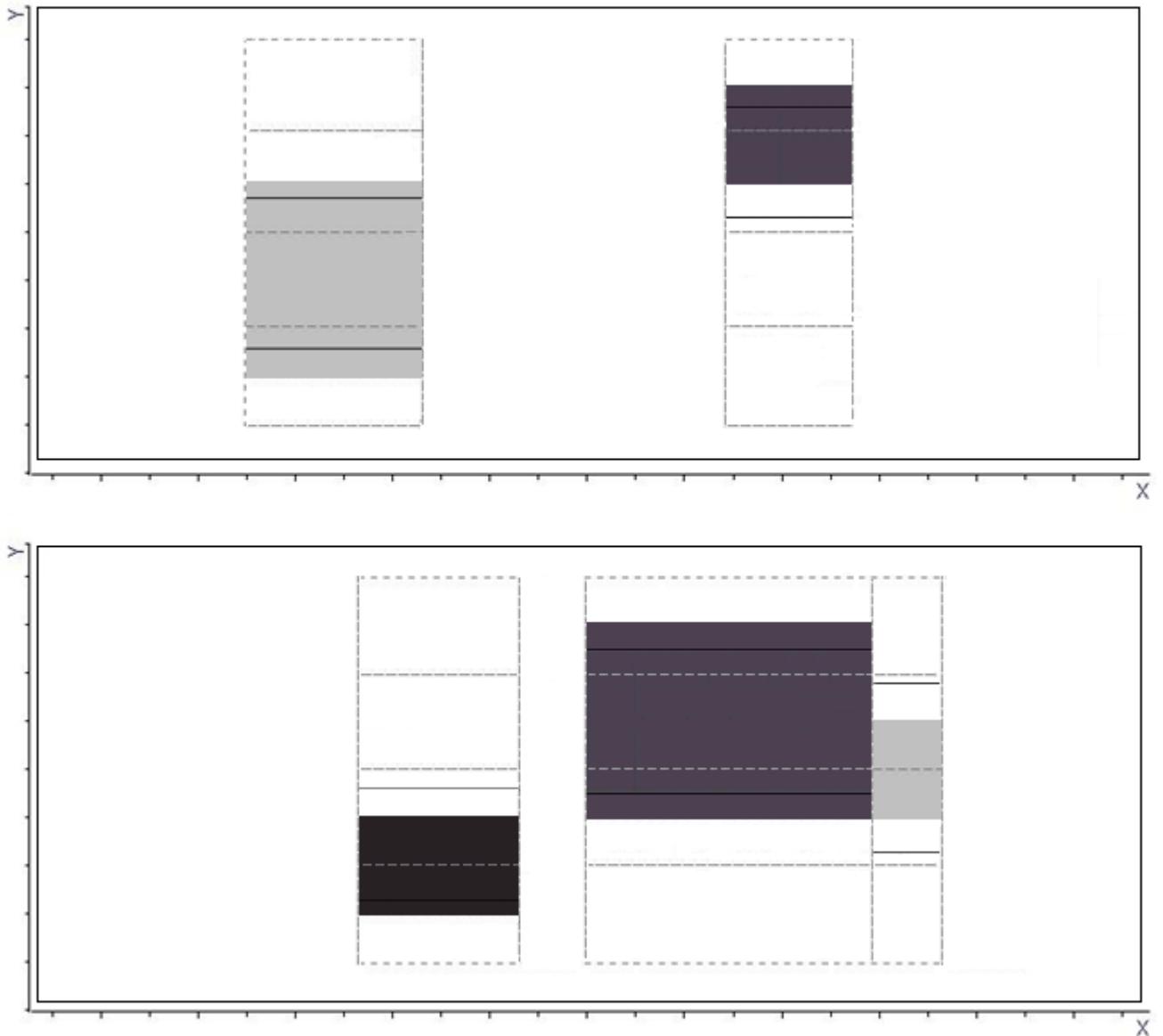


Рисунок 2.5 – Начальное разбиение, построенное для второго этапа инверсии

Далее фиксируются границы подобластей по направлению, вдоль которого искались границы на предыдущем этапе, и, с помощью разработанной вычислительной схемы, уточняются границы подобластей по направлению, ортогональному профилю съемки и определяются новые значения поляризуемости в подобластях, то есть теперь вектор искомых параметров для приведенного на рисунке 2.5 примера имеет вид: $\mathbf{b} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_{20}, \Delta y_1, \dots, \Delta y_{15}\}$, где $\alpha_1, \dots, \alpha_{20}$ – значения поляризуемости в каждой подобласти, $\Delta y_1, \dots, \Delta y_{15}$ – смещение границ подобластей относительно предыдущего разбиения по оси Y .

На рисунке 2.6 стрелками показаны направления, в которых могут быть смещены границы подобластей.

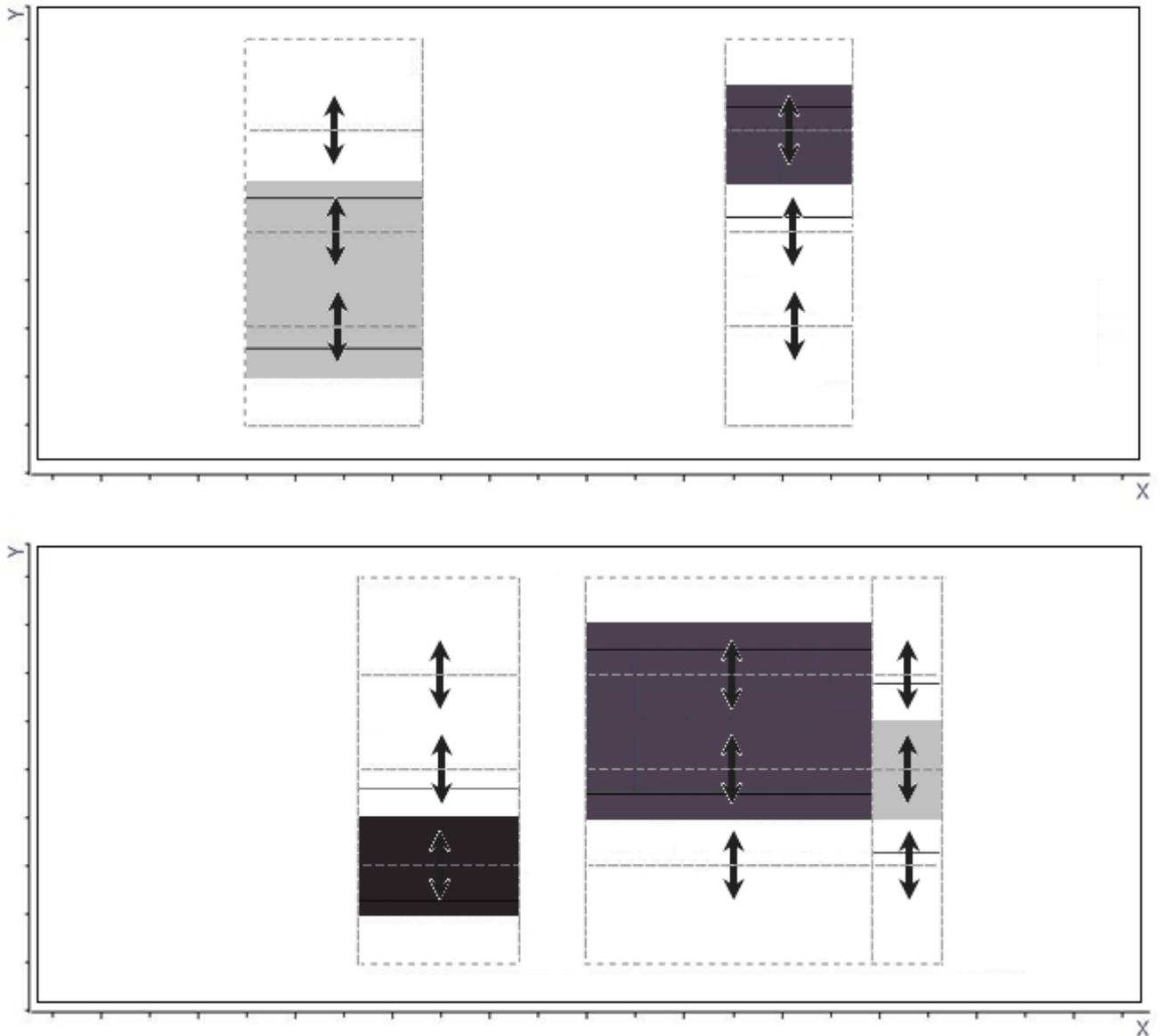


Рисунок 2.6 – Направления смещений границ подобластей по оси Y

На рисунке 2.7 приведен пример разбиения исследуемой области, полученного в результате второго этапа инверсии, вверху приведено разбиение для первого по глубине слоя подобластей, внизу – разбиение для второго слоя, жирными линиями обозначены границы подобластей, серым цветом выделены подобласти, в которых в результате инверсии получены значения поляризуемости, отличные от поляризуемости вмещающей среды.

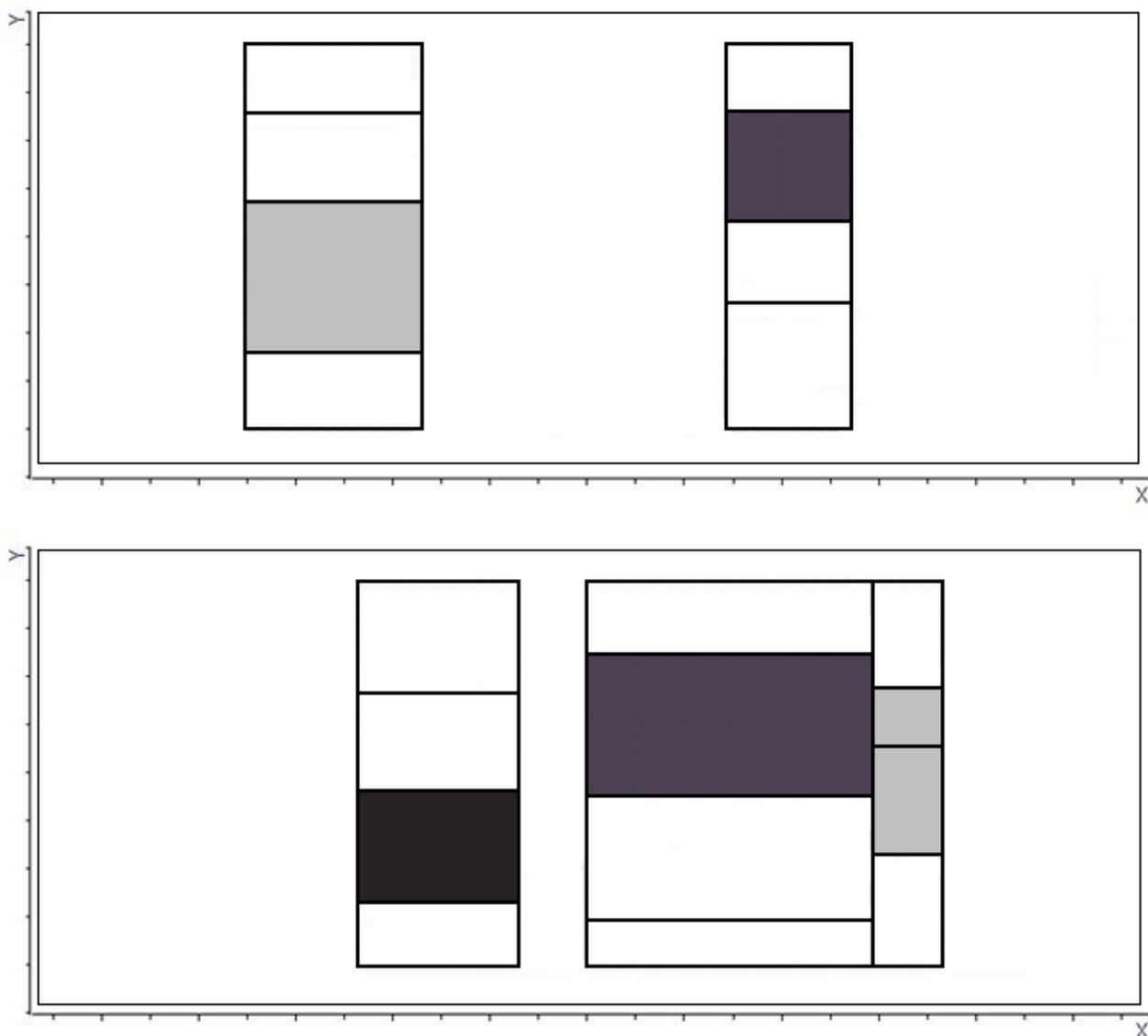


Рисунок 2.7 – Пример разбиения исследуемой области, полученного после второго этапа инверсии

При необходимости можно третьим этапом выполнить аналогичную процедуру для оставшегося направления.

Для восстановления поляризуемости существенно неоднородного слоя более удобным является следующий способ параметризации. В таком слое задается блочная структура, в которой геометрическими параметрами являются координаты границ блоков по одной из латеральных осей (например, X) и координаты границ рядов блоков по другой оси (Y). В этом случае структура слоя восстанавливается за один этап. Для контроля качества восстановления среды может быть проведена инверсия с ортогональной блочной структурой, в

которой ряды блоков направлены вдоль оси X (т.е. параметрами являются координаты границ блоков по оси Y и координаты границ рядов блоков по оси X). Именно этот подход будет использован при решении задачи, связанной с поиском зон аномальной поляризуемости в условиях северного Прикаспия (см. раздел 5.3).

Выводы по главе 2

1. Приведена вычислительная схема для решения задачи поиска поляризуемости в ячеистой структуре. Вычислительная схема базируется на методе расчета поля ВП, основанном на задании ЭДС ВП, и подразумевает однократное решение трехмерной задачи для каждого из элементов ячеистой структуры. В результате распределение поляризуемости может быть найдено за одну итерацию 3D-инверсии. Однако данный метод не всегда позволяет точно определять положение аномальных по поляризуемости объектов, поскольку границы искомых поляризующихся объектов могут не совпадать с границами объектов ячеистой структуры.

2. Разработаны вычислительная схема и алгоритм геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации. Инверсия представляет собой итерационный процесс, на каждой итерации рассчитываются поля влияния параметров геоэлектрической модели, определяется новая геоэлектрическая модель и рассчитываются сигналы поля ВП для построенной геоэлектрической модели.

3. Разработана вычислительная схема расчета полей влияния параметров геоэлектрической модели. Выведены соотношения для расчета отклика в сигналах при изменении значений параметров.

4. Предложен метод адаптивной регуляризации, использующейся в процессе инверсии, который ограничивает искомые значения поляризуемости в заданных рамках и не допускает пересечения геометрических границ объектов.

5. Разработана схема параметризации геоэлектрической модели для выполнения 3D-инверсии данных ВП в зависимости от системы наблюдений.

ГЛАВА 3 ВЕРИФИКАЦИЯ ПРОГРАММЫ, РЕАЛИЗУЮЩЕЙ РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

3.1 Верификация прямой задачи

Верификация решения прямой задачи проводилась путем сравнения с программой Mars1D [52] (которая применяется для выполнения 1-D инверсий данных наземной и морской электроразведки, выполняемой по методу ВП). В качестве тестовой модели была взята горизонтально-слоистая среда, обобщенная по результатам интерпретации данных, полученных при проведении работ в северном Прикаспии. Параметры среды приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Параметры горизонтально-слоистой среды в тестовой модели

№ слоя	Толщина слоя, м	Проводимость, См/м	Поляризуемость	Параметр спада T0, с
1	50	0.34	0	0.05
2	50	0.2	0.03	0.05
3	80	1	0	0.05
4	80	0.25	0	0.05
5	200	1	0.2	0.2
6	800	0.5	0	0.05
7	∞	0.0001	0	0.05

Поле возбуждалось с помощью линии АВ длиной 800 м, прием поля осуществлялся с помощью приемной линии длиной 400 м, центр которой отнесен от центра генераторной линии на 1000 м.

При проведении работ на приемных линиях измеряется суммарный сигнал, который включает в себя и индукционную составляющую – становление поля, и поле вызванной поляризации. При этом, как показывают результаты исследований [45, 88, 140] при обработке таких данных эффективными являются подходы к инверсиям, которые основаны на разделении измеренного сигнала на

сигнал становления поля и ВП, после чего по сигналам становления поля выполняется восстановление проводимости среды, а по сигналам ВП – параметры поляризуемости среды. Данная работа посвящена фактически второму этапу инверсии (где осуществляется восстановление параметров поляризуемости и требуется расчет только поля ВП). Для сравнения с результатами работы программы Mars1D [52] индукционная составляющая суммарного поля вычислялась с помощью подхода, представленного в работе [41] и реализованного в виде подсистемы программного комплекса [39], и суммировалась с результатами расчета, выполненного с использованием описанного в данной работе подхода.

На рисунке 3.1 представлены графики становления поля (рассчитанные без учета ВП) и графики суммарного поля, рассчитанные с использованием программы Mars1D [52] (светлые кривые без меток) и с использованием описанного в данной работе подхода (темные кривые с метками).

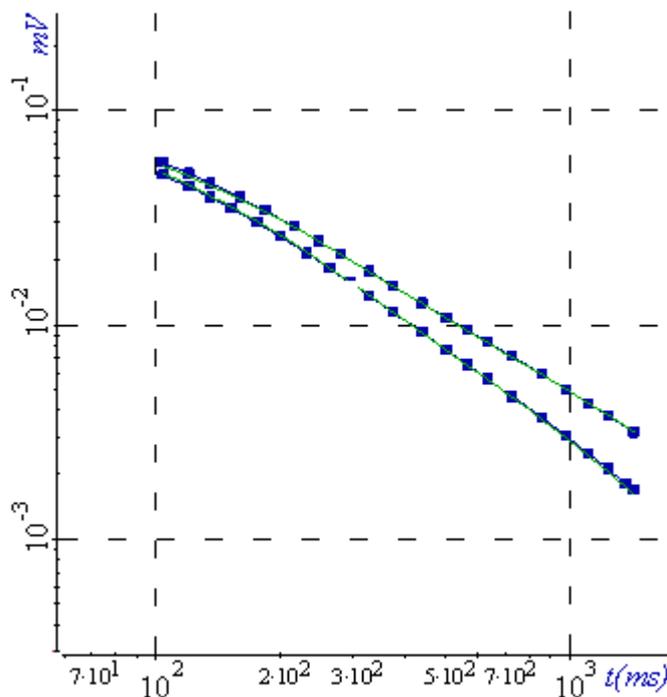


Рисунок 3.1—Графики становления поля (рассчитанные без учета ВП) и графики суммарного поля, рассчитанные с использованием программы Mars1D [52] (светлые кривые без меток) и с использованием описанного в данной работе подхода (темные кривые с метками)

Было получено, что отличия в сигналах становления поля и суммарных сигналах не превышают 1-2%.

3.2 Результаты работы программы, реализующей геометрическую 3D-инверсию, на примерах синтетических аналогов полевых данных, полученных с использованием трехмерных геоэлектрических моделей

Рассмотрим работу представленной вычислительной схемы на примерах синтетических аналогов полевых данных, полученных с использованием трехмерных геоэлектрических моделей. Рассмотрим модель, представленную на рисунке 3.2.

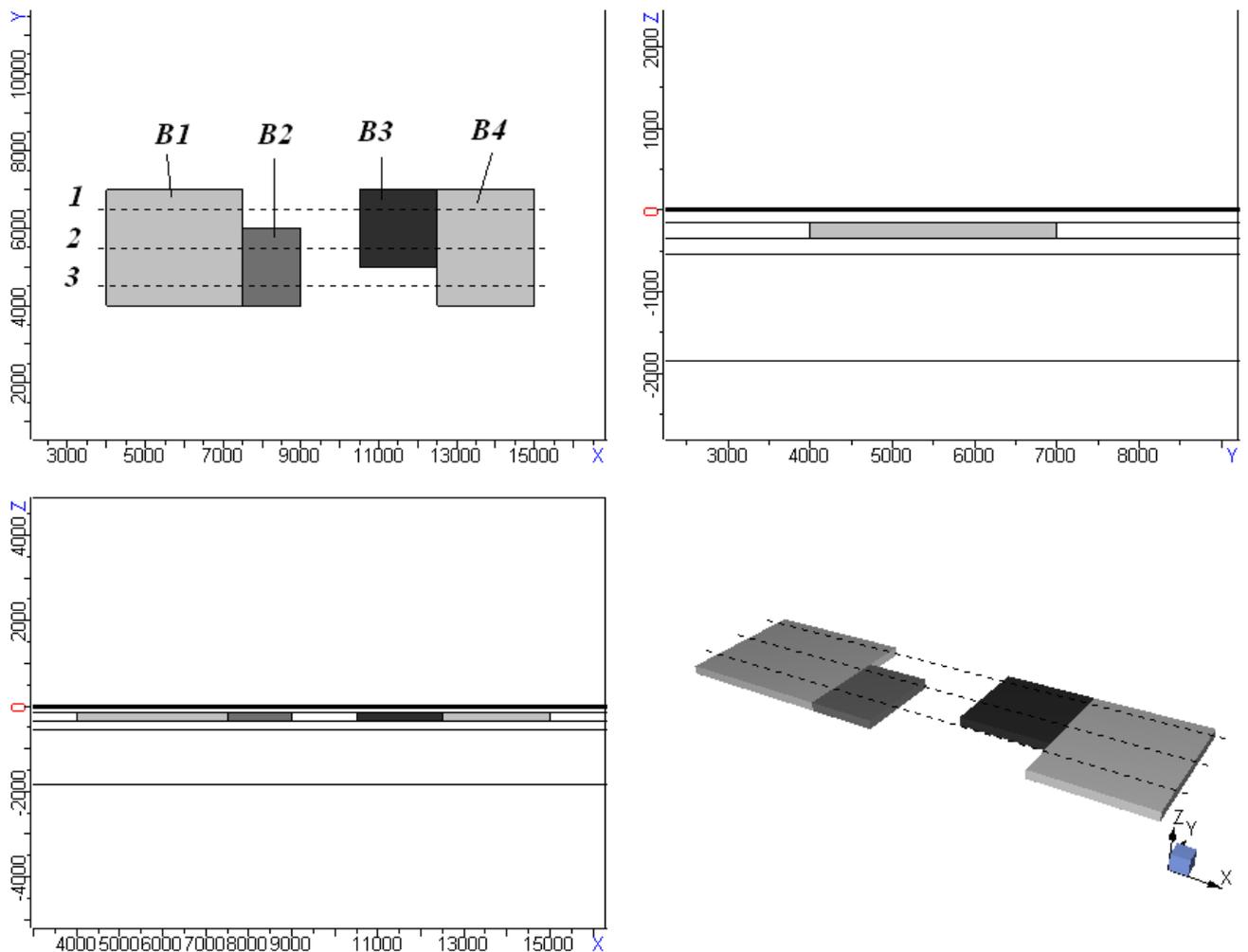


Рисунок 3.2 – Трехмерная геоэлектрическая модель (пример 1)

Вмещающая среда для этой модели содержит пять слоев с параметрами, приведенными в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Параметры горизонтально-слоистой вмещающей среды (пример 1)

Слой	Толщина слоя, м	Проводимость, См/м	Поляризуемость	Параметр спада T_0 , с
S1	145	3.7	0.01	0.02
S2	200	0.4	0.05	
S3	200	0.5	0.01	
S4	1300	1	0.01	
S5	∞	0.001	0.01	

Во второй слой помещены объекты, их положение показано на рисунке 3.2. Измерения проводятся по трем профилям с 104 приемниками в каждом, положение профилей показано на рисунке 3.2 пунктирной линией.

Объекты В1 и В4 совпадают по значению поляризуемости с вмещающим слоем, но отличаются по значению проводимости. Объект В2 совпадает по значению проводимости с вмещающим слоем, но отличается по значению поляризуемости. Объект В3 отличается от вмещающего слоя и по проводимости, и по поляризуемости. Параметры объектов приведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Параметры трехмерных объектов (пример 1)

Объект	В1	В2	В3	В4
Размер по оси X , м	3500	1500	2000	2500
Размер по оси Y , м	3000	2000	2000	3000
Размер по оси Z , м	200	200	200	200
Проводимость, См/м	0.23	0.4	0.5	1
Поляризуемость	0.05	0.1	0.2	0.05
Параметр спада T_0 , с	0.02	0.02	0.02	0.02

В качестве практических данных будем использовать данные, полученные в результате моделирования трехмерного поля. Спад определяется формулой $\beta(t) = 1 - \exp(-\sqrt[n]{t/T_0} \ln 2)$, $n = 3$. Длина приемных линий $M_i N_i$ 500 м.

Разобьем исследуемую область на начальном этапе на несколько подобластей как показано на рисунке 3.3. В процессе решения задачи будем искать новые положения границ заданных подобластей и значения поляризуемости в них.

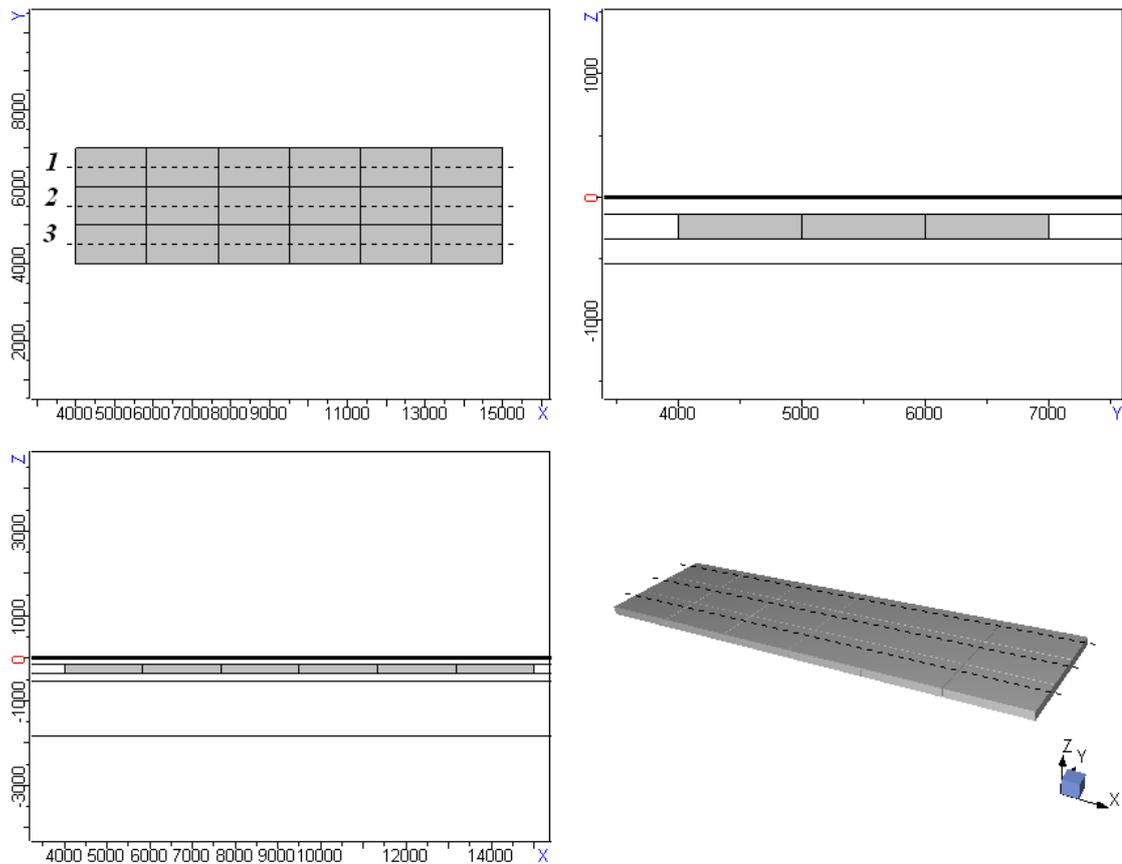


Рисунок 3.3 – Разбиение исследуемой области (пример 1)

На рисунке 3.4 показан результат использования разработанной вычислительной схемы. Удалось точно определить положение аномальных по поляризуемости объектов и величину поляризуемости в них. Жирными линиями обозначены границы подобластей, соответствующие итоговому разбиению. Числовые значения соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости. Начальное значение функционала невязки

$$\Phi(\mathbf{b}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_i^2(t_l) (\Delta V(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l))^2} \text{ равно } 9.72 \cdot 10^{-4}, \text{ конечное значение}$$

функционала невязки (после семи итераций) равно $1.62 \cdot 10^{-13}$. В качестве $\omega_i^2(t_l)$ использовались значения, обратные значениям модуля разности потенциалов поляризирующего поля в i -ом приемнике.

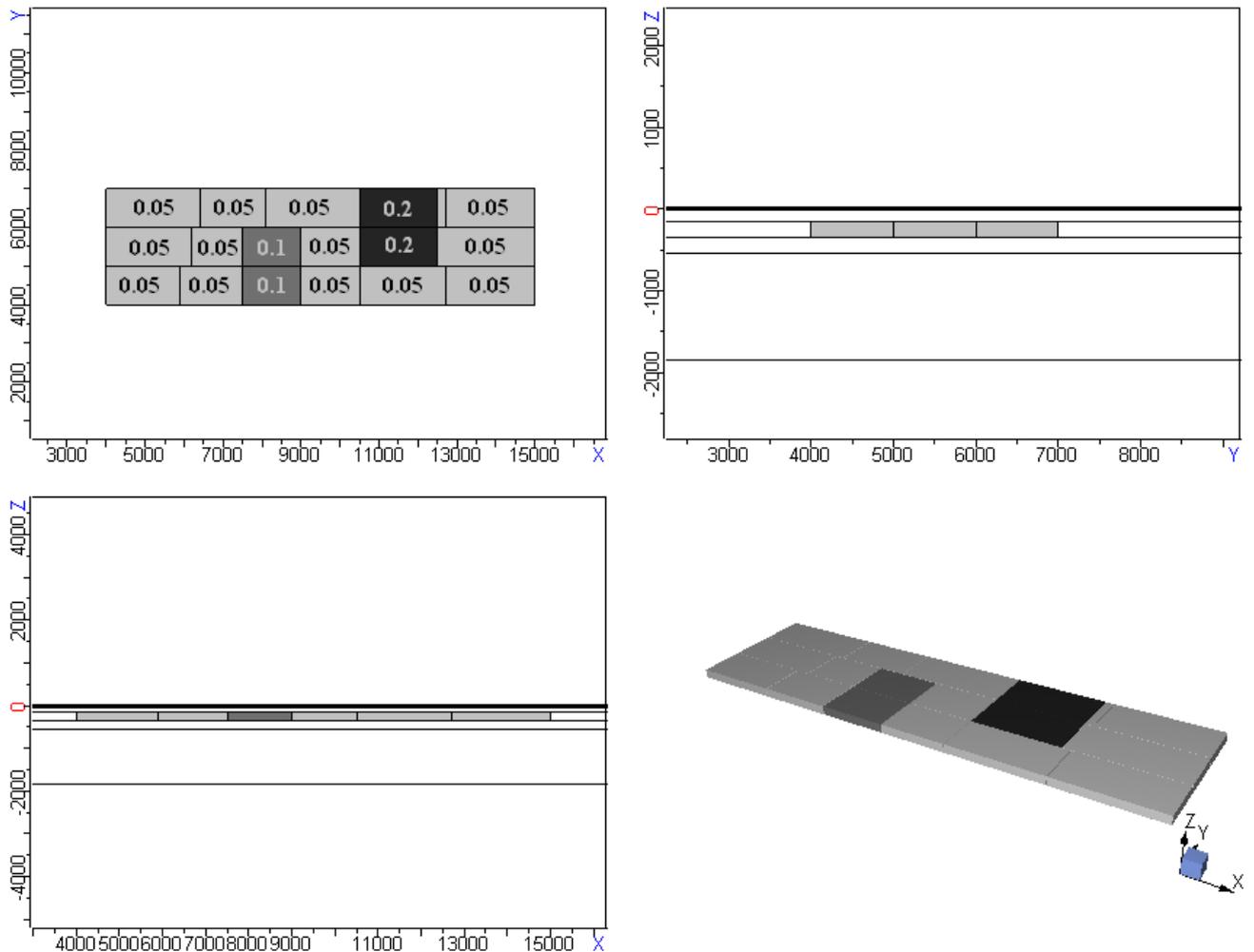


Рисунок 3.4 – Итоговое разбиение исследуемой области (пример 1)

На рисунке 3.5 показаны истинные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризирующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям. На рисунках 3.6, 3.7, 3.8 показано отклонение рассчитанных значений разности потенциалов (в приемных линиях $M_i N_i$) от истинных на семи итерациях процесса минимизации функционала для каждого из профилей.

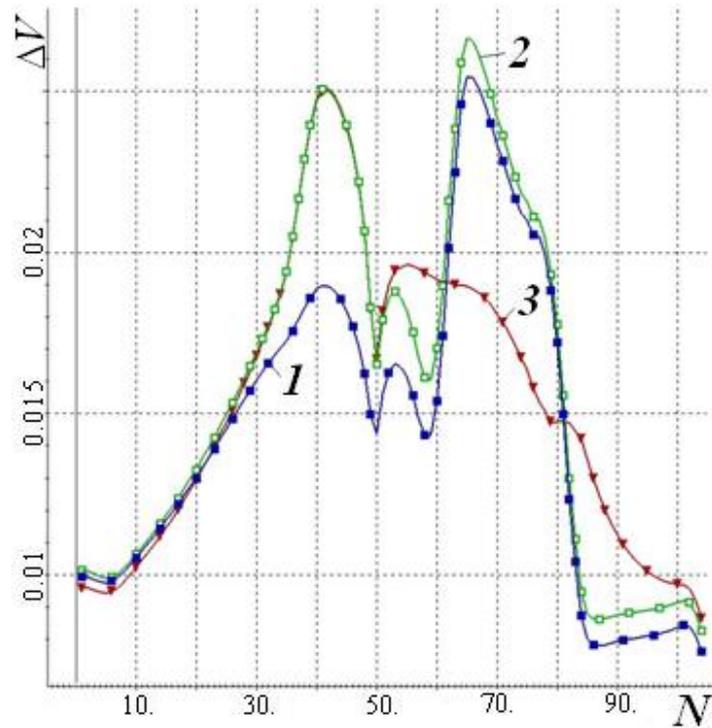


Рисунок 3.5 – Модуль истинных значений разности потенциалов поля ВП, деленных на модуль разности потенциалов поляризирующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям для примера 1 (индекс кривой – номер профиля).

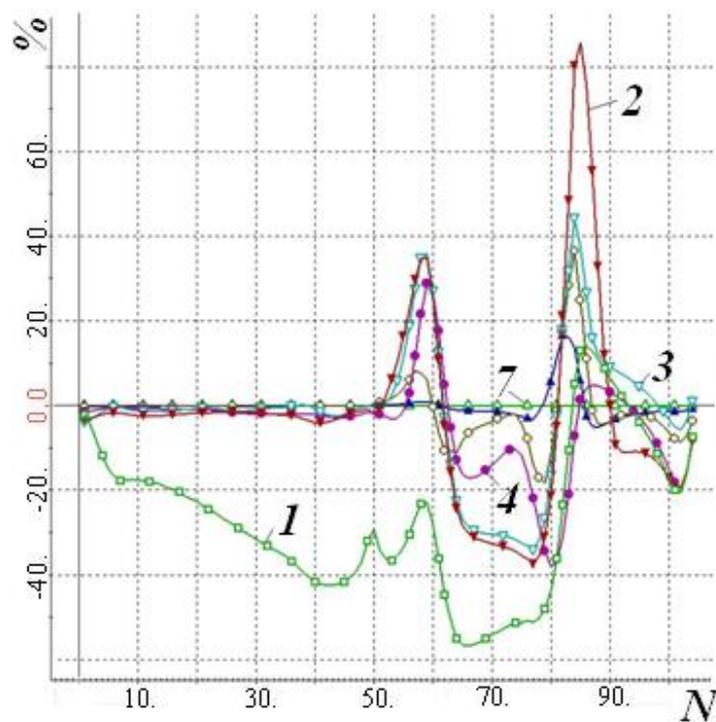


Рисунок 3.6 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на первом профиле для примера 1 (индекс кривой – номер итерации)

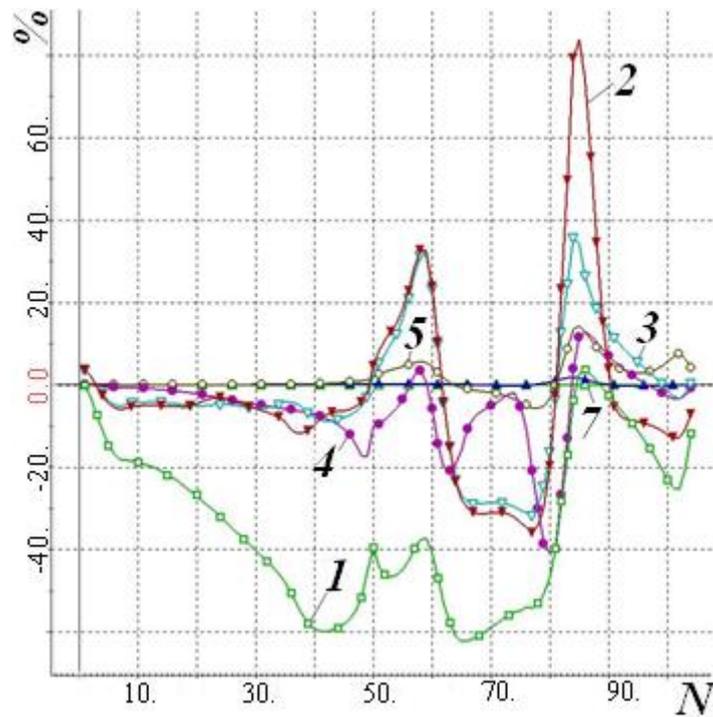


Рисунок 3.7 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на втором профиле для примера 1 (индекс кривой – номер итерации)

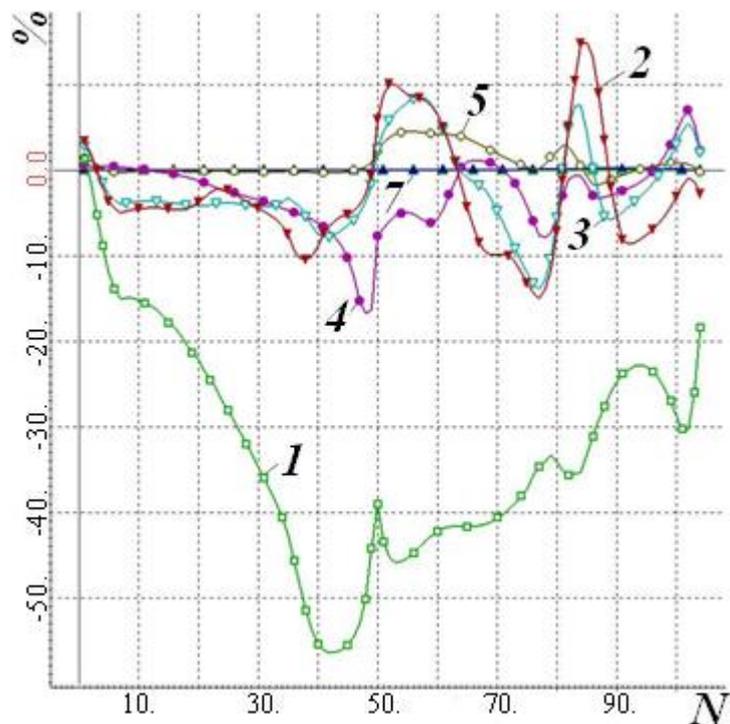


Рисунок 3.8 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на третьем профиле для примера 1 (индекс кривой – номер итерации)

В рассмотренном выше примере при моделировании практических данных и в процессе инверсии использовалась одна и та же расчетная сетка. Поэтому параметры среды удалось восстановить с большой точностью. Рассмотрим ситуацию, в которой практические данные моделируются с помощью одной расчетной сетки, а инверсия выполняется с помощью другой (пример 2). Вычисления будем проводить для модели из примера 1, в качестве практических данных использовать данные, полученные в результате моделирования трехмерного поля на более подробной сетке.

Выберем начальное разбиение исследуемой области аналогичным приведенному на рисунке 3.3.

На рисунке 3.9 показан результат использования разработанной вычислительной схемы. Удалось точно определить положение аномальных по поляризуемости объектов и величину поляризуемости в них.

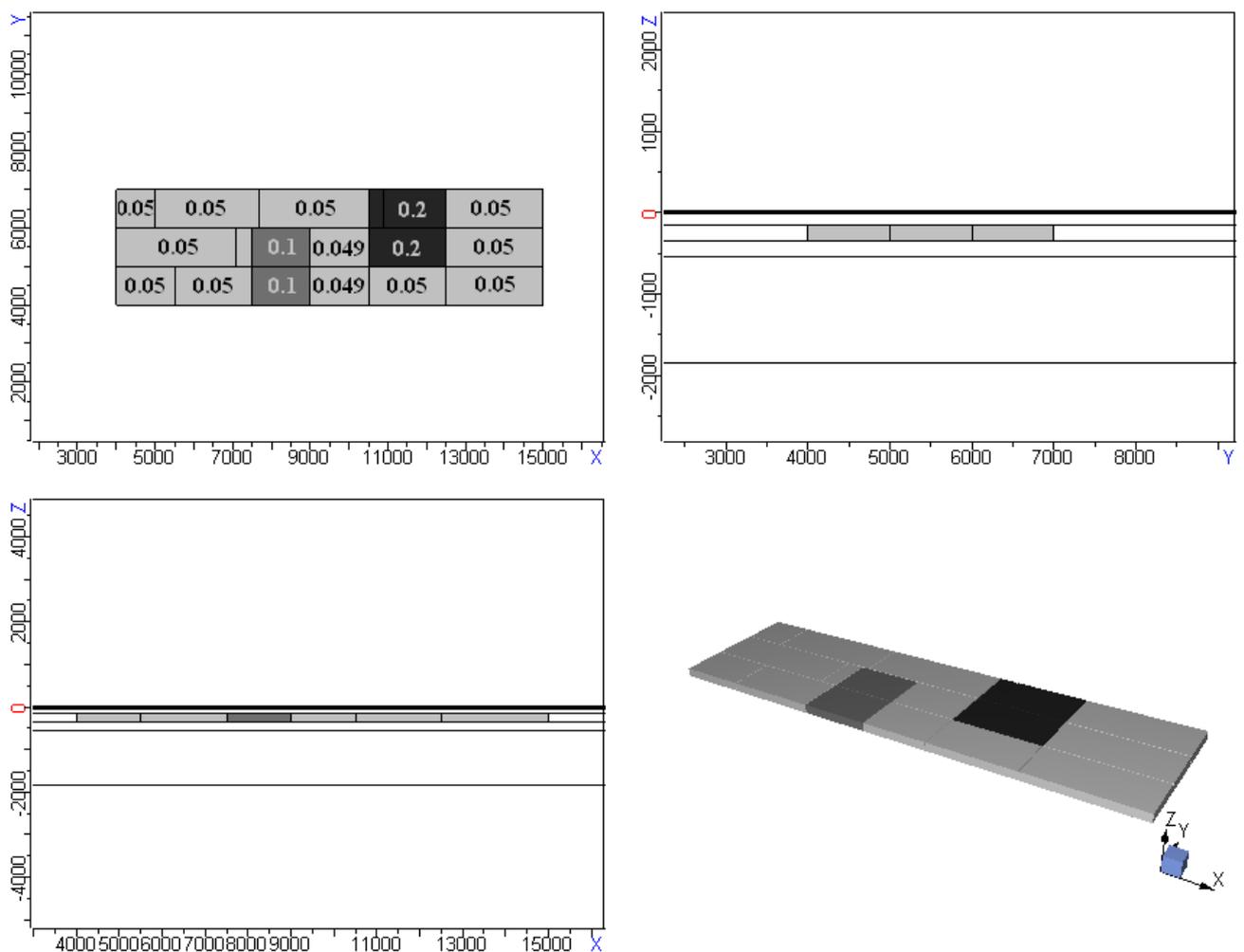


Рисунок 3.9 – Итоговое разбиение исследуемой области (пример 2)

Жирными линиями обозначены границы подобластей, соответствующие итоговому разбиению. Числовые значения соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости. Начальное значение функционала

невязки $\Phi(\mathbf{b}) = \sqrt{(\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_i^2(t_l)(\Delta V(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l))^2) / (n \cdot p)}$ равно 0.368,

конечное значение функционала невязки (после девяти итераций) равно 0.0037. В качестве весов $\omega_i(t_l)$ использовались значения, обратные значениям, измеренным в i -ом приемнике в l -ый момент времени.

На рисунках 3.10, 3.11, 3.12 показано отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям. Рисунок 3.10 соответствует первому профилю, рисунок 3.11 – второму, 3.12 – третьему.

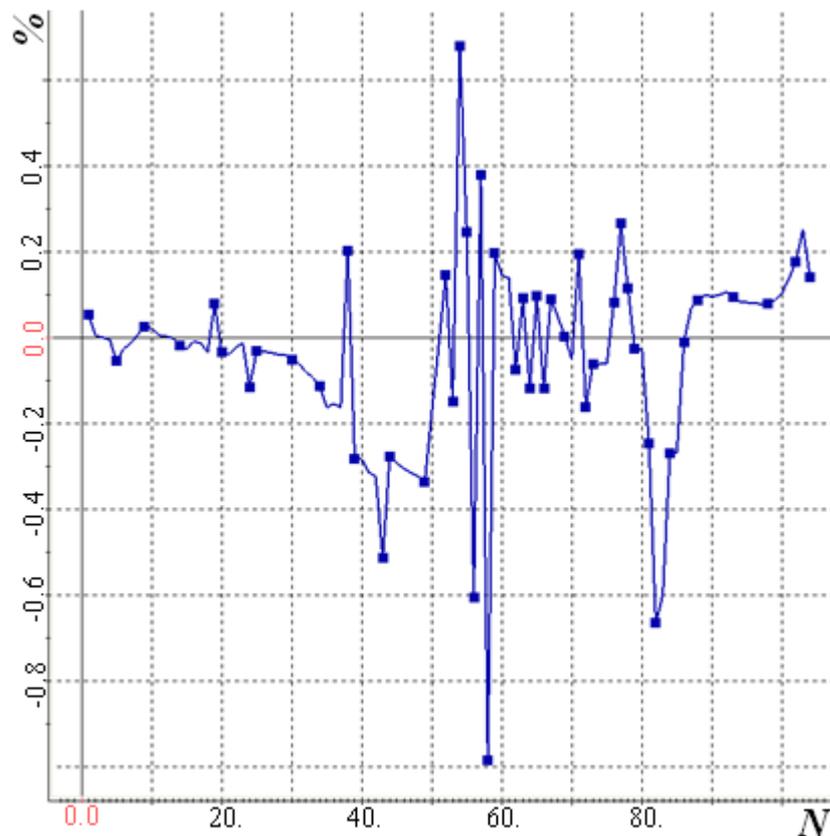


Рисунок 3.10 – Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на первом профиле (пример 2)

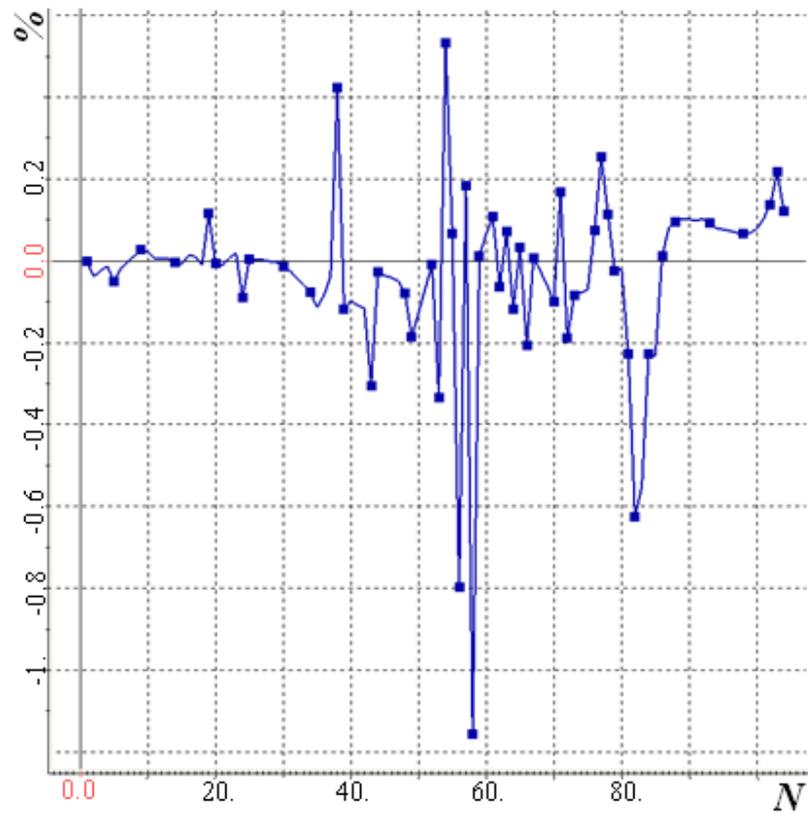


Рисунок 3.11 – Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на втором профиле (пример 2)

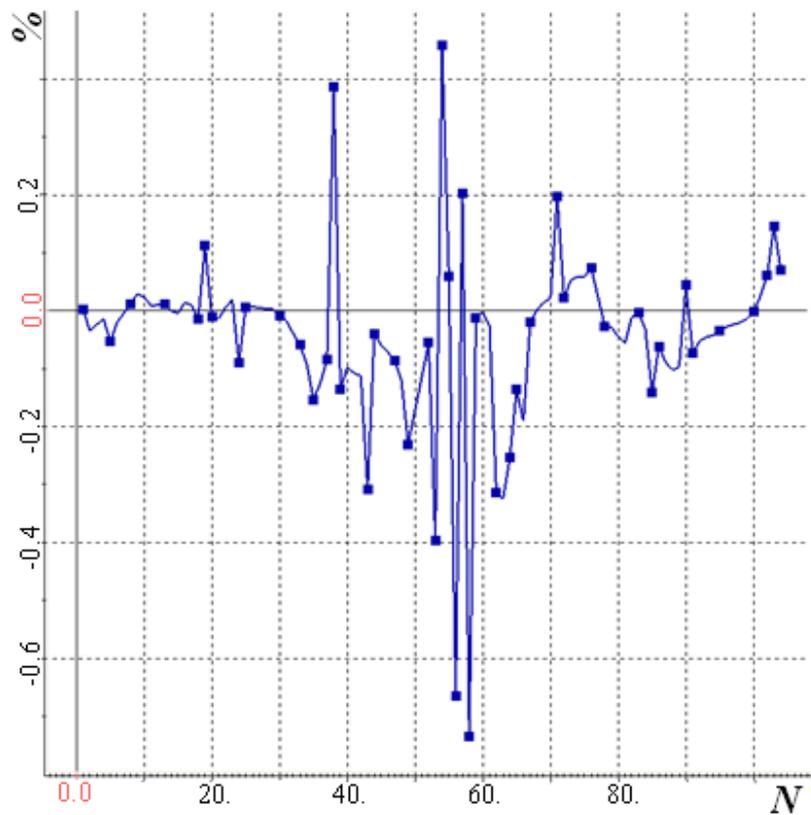


Рисунок 3.12 – Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на третьем профиле (пример 2)

Далее рассмотрим ситуацию, когда для одного из объектов в расчетной сетке, используемой для инверсии, нет узлов, которые точно попадали бы на его границу (пример 3). Для модели из примера 1 при моделировании практических данных сдвинем вправо аномальный по поляризуемости объект В2 (рисунок 3.2) на расстояние, меньшее, чем шаг расчетной сетки, используемой для инверсии. Разобьем исследуемую область на начальном этапе на несколько подобластей так же, как в примере 1 (рисунок 3.3).

На рисунке 3.13 показан результат использования разработанной вычислительной схемы.

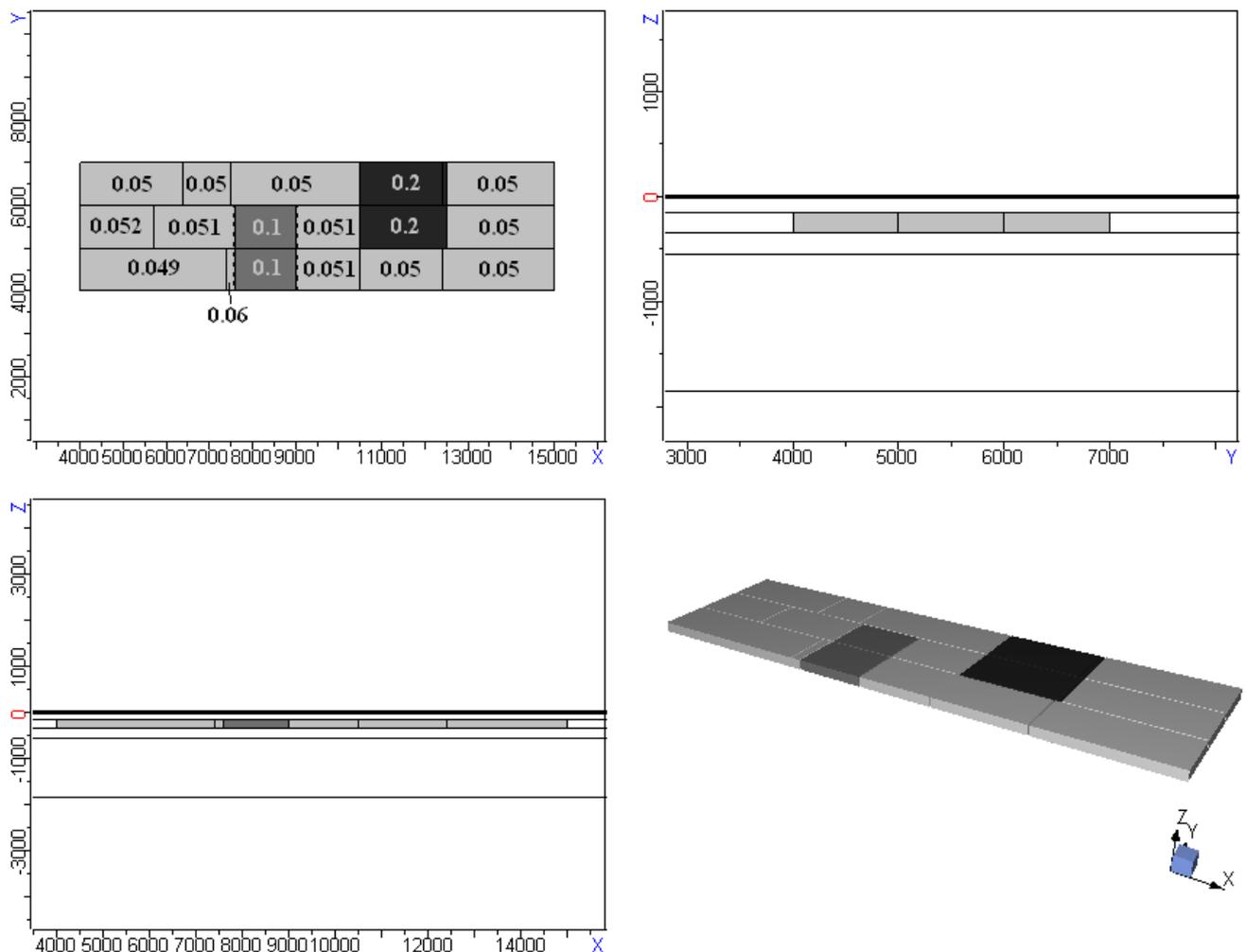


Рисунок 3.13 – Итоговое разбиение исследуемой области (пример 3)

Положение аномальных по поляризуемости объектов и величину их поляризуемости удалось восстановить практически точно. Границы объекта В3

восстановлены точно, границы объекта В2 – это ближайшая к истинному положению границы объекта координата расчетной сетки. Жирными линиями обозначены границы подобластей, соответствующие итоговому разбиению, пунктирными линиями истинные положения объектов. Числовые значения соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости. Начальное

значение функционала $\Phi(\mathbf{b}) = \sqrt{(\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_i^2(t_l) (\Delta V(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l))^2) / (n \cdot p)}$ равно

0.35, конечное значение функционала (после восьми итераций) равно 0.0038. В качестве весов $\omega_i(t_l)$ использовались значения, обратные значениям, измеренным в i -ом приемнике в l -ый момент времени.

На рисунках 3.14, 3.15, 3.16 показано отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям. Рисунок 3.14 соответствует первому профилю, рисунок 3.15 – второму, 3.16 – третьему.

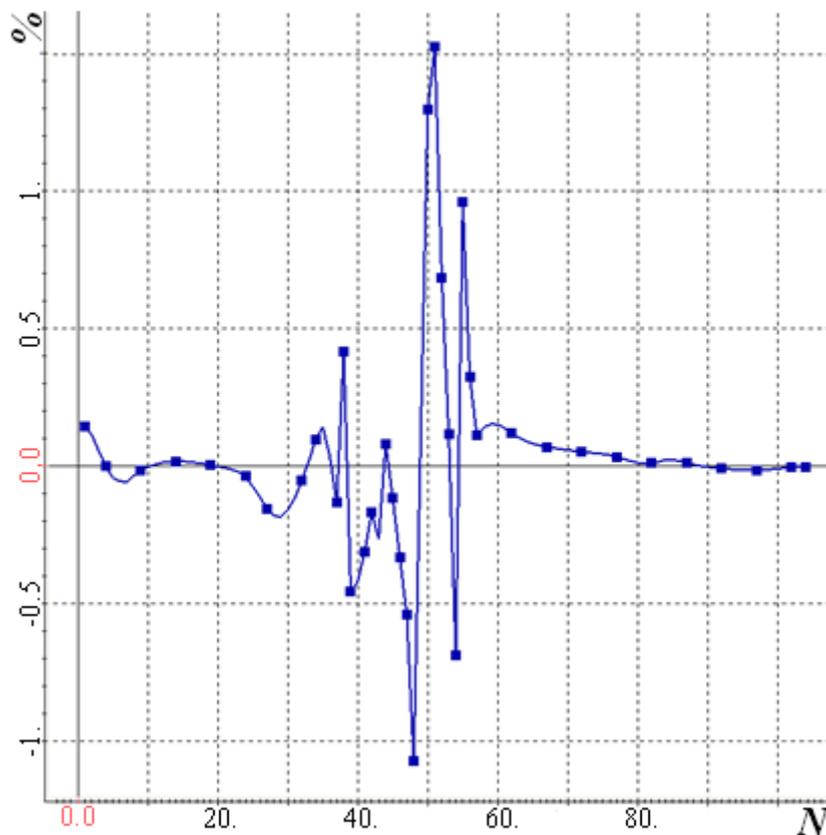


Рисунок 3.14 – Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на первом профиле (пример 3)

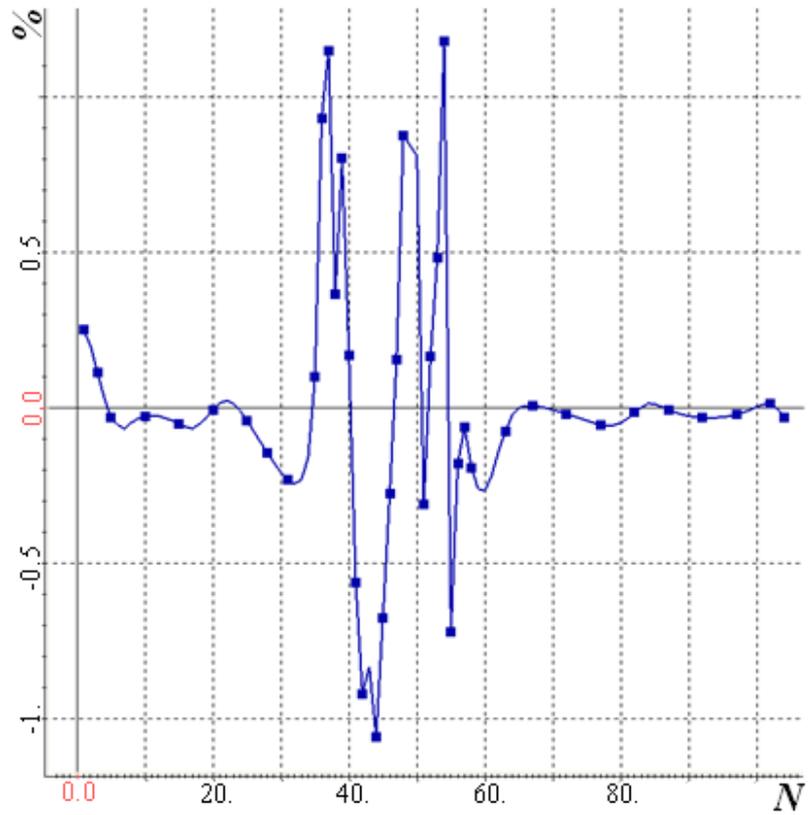


Рисунок 3.15 – Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на втором профиле (пример 3)

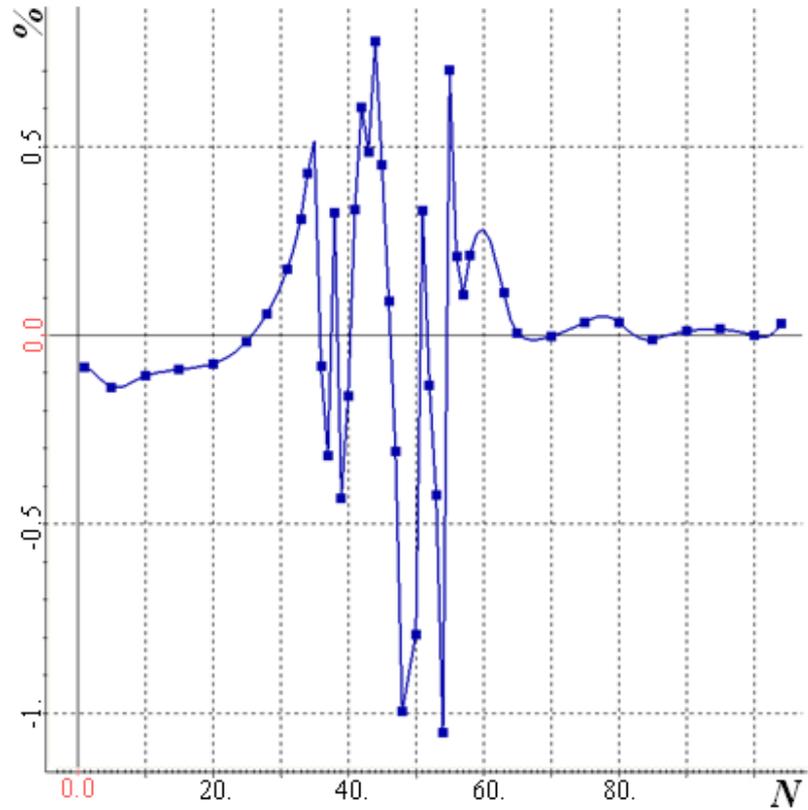


Рисунок 3.16 – Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на третьем профиле (пример 3)

Рассмотрим модель, представленную на рисунке 3.17.

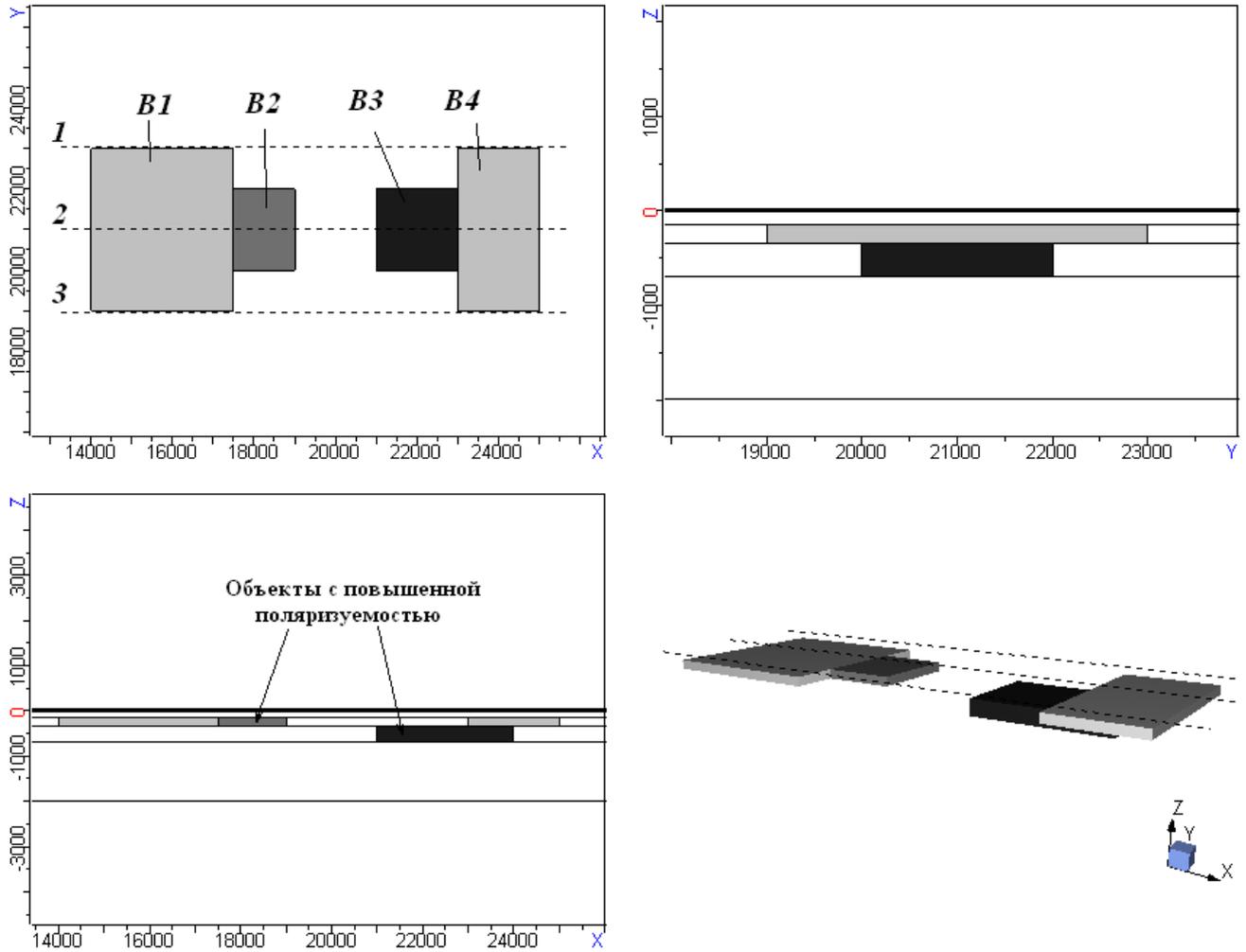


Рисунок 3.17 – Трехмерная геоэлектрическая модель (пример 4)

Параметры вмещающей среды аналогичны параметрам, приведенным в таблице 3.2, кроме толщины третьего слоя, она увеличена до 355 м. Во второй и третий слой помещены объекты, их положение показано на рисунке 3.17. Измерения проводятся по трем профилям с 104 приемниками в каждом, положение профилей показано на рисунке 3.17 пунктирной линией.

Объекты B1 и B4 совпадают по значению поляризуемости с вмещающим слоем, но отличаются по значению проводимости. Объекты B2 и B3 совпадают по значению проводимости с вмещающим слоем, но отличаются по значению поляризуемости. Параметры объектов приведены в таблице 3.4.

В качестве практических данных будем использовать данные, полученные в результате моделирования трехмерного поля. Спад определяется формулой

$$\beta(t) = \exp\left(-\left(\frac{t}{T_0\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{3}}\right).$$

Практические данные моделируются вдоль трех

профилей, расположенных над исследуемой областью.

Длина приемных линий $M_i N_i$ 500 м.

Таблица 3.4 – Параметры трехмерных объектов (пример 4)

Объект	B1	B2	B3	B4
Размер по оси X , м	3500	1500	3000	2000
Размер по оси Y , м	4000	2000	2000	4000
Размер по оси Z , м	200	200	355	200
Проводимость, См/м	0.23	0.4	0.5	1
Поляризуемость	0.05	0.1	0.2	0.05
Параметр спада T_0 , с	0.02	0.02	0.02	0.02

Разобьем исследуемую область на начальном этапе на несколько подобластей как показано на рисунке 3.18. В процессе решения задачи будем искать новые положения границ заданных подобластей и значения поляризуемости в них.

На рисунках 3.19, 3.20 по слоям показан результат использования разработанной вычислительной схемы. Рисунок 3.19 соответствует второму слою, рисунок 3.20 - третьему слою. Удалось точно определить положение аномальных по поляризуемости объектов и величину поляризуемости в них. Жирными линиями обозначены границы подобластей, соответствующие итоговому разбиению. Числовые значения соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости. Начальное значение функционала невязки

$$\Phi(\mathbf{b}) = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_i^2(t_l) (\Delta V(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l))^2\right) / (n \cdot p)} \quad \text{равно} \quad 0.17, \quad \text{конечное}$$

значение функционала невязки (после пяти итераций) равно $6.82 \cdot 10^{-13}$.

В качестве весов $\omega_i(t_l)$ использовались значения, обратные значениям, измеренным в i -ом приемнике в l -ый момент времени.

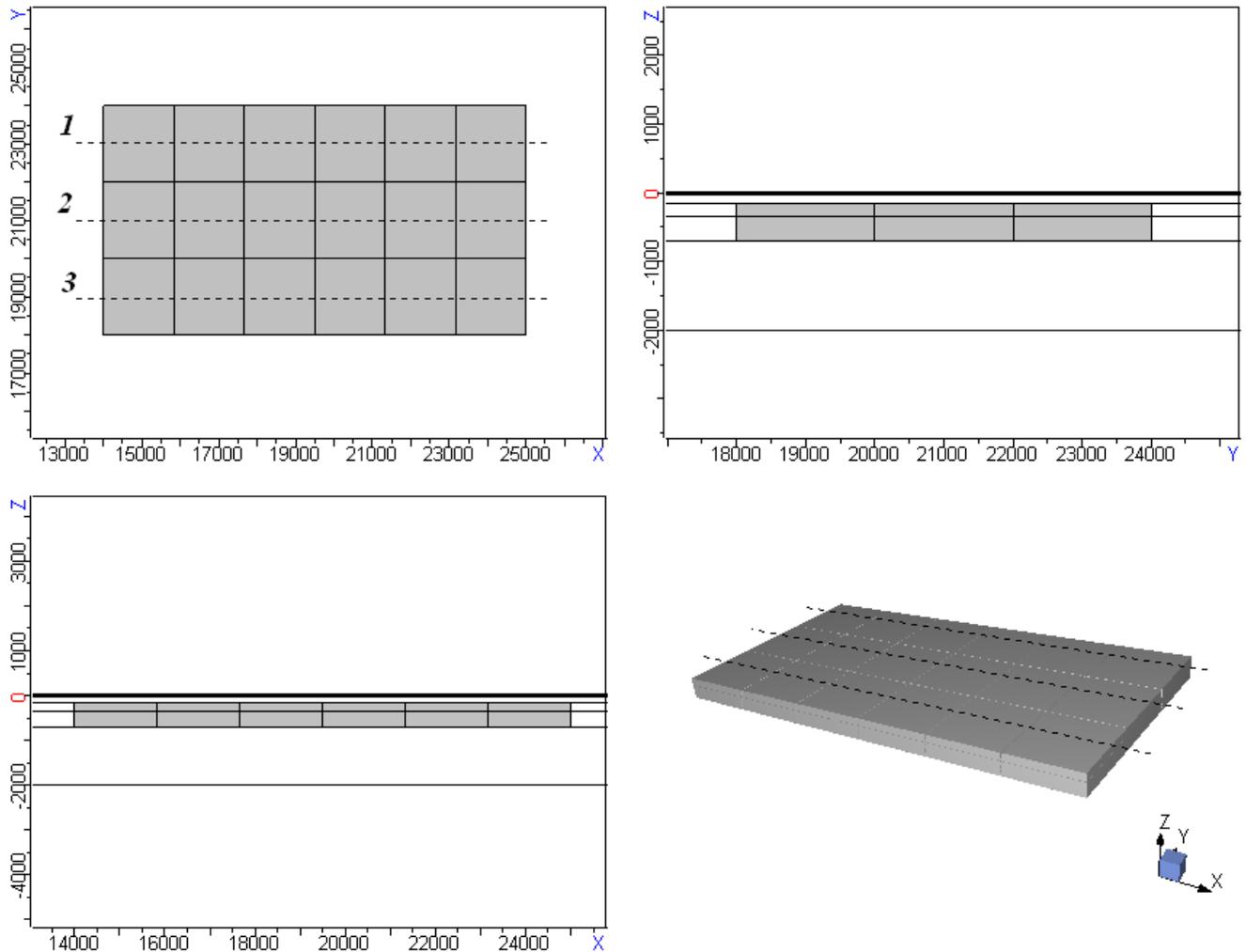


Рисунок 3.18 – Разбиение исследуемой области (пример 4)

На рисунках 3.21, 3.22, 3.23 показано отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на пяти итерациях процесса минимизации функционала для каждого из профилей.

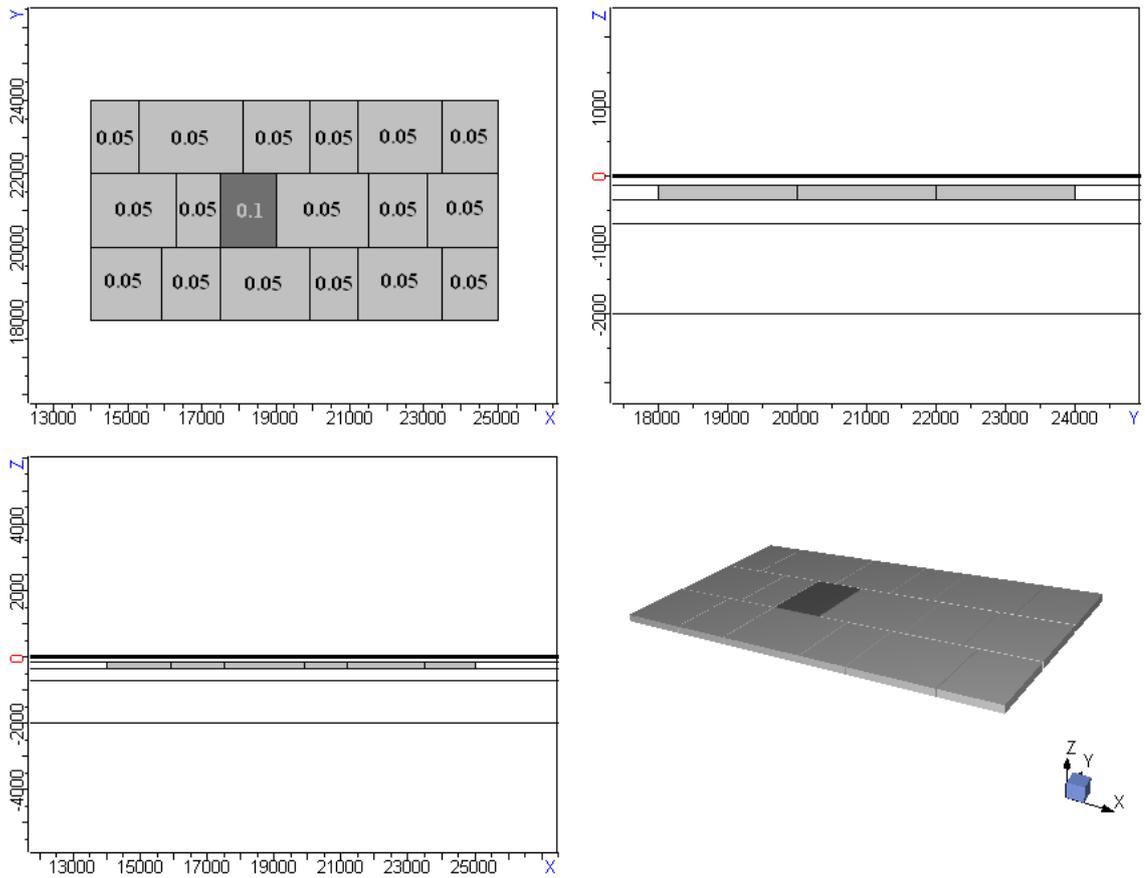


Рисунок 3.19 – Итоговое разбиение во втором слое (пример 4)

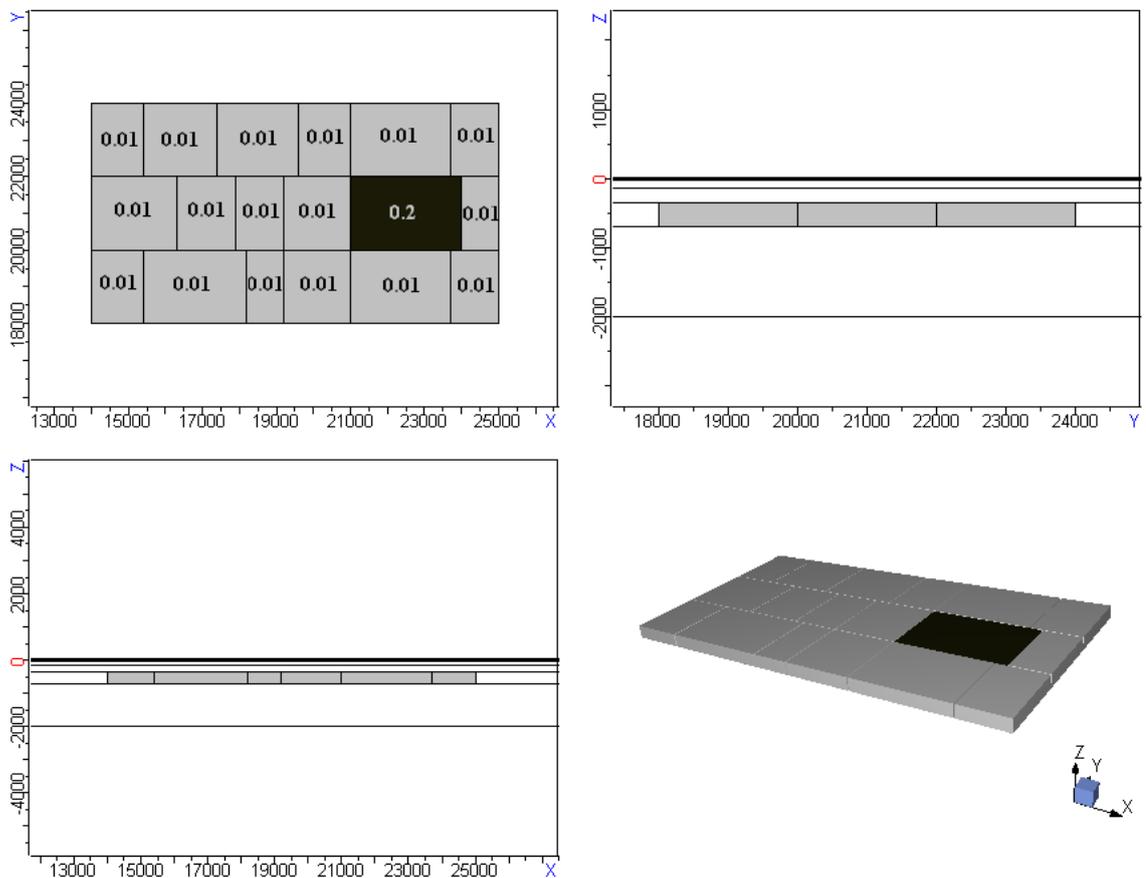


Рисунок 3.20 – Итоговое разбиение в третьем слое (пример 4)

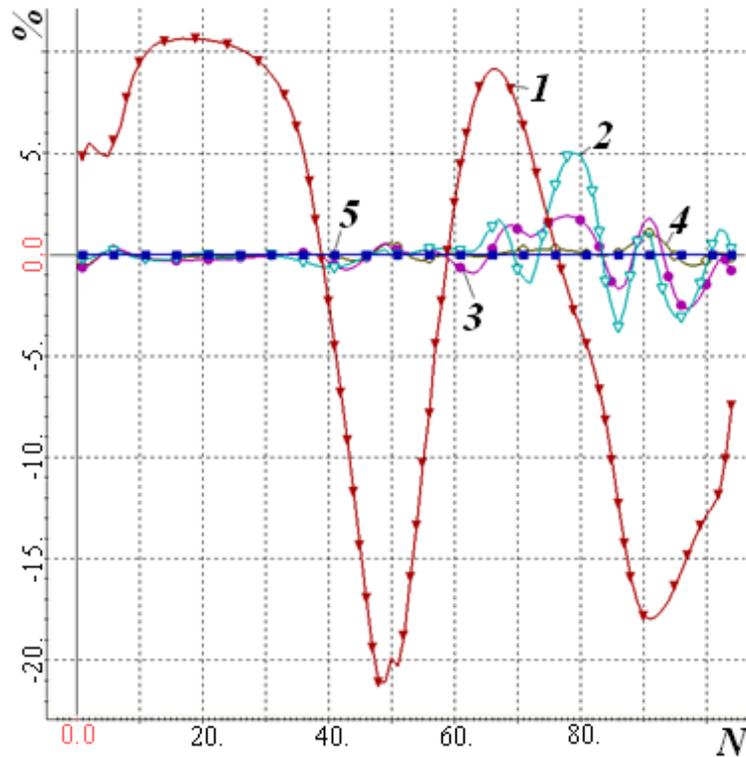


Рисунок 3.21 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на первом профиле для примера 4 (индекс кривой – номер итерации)

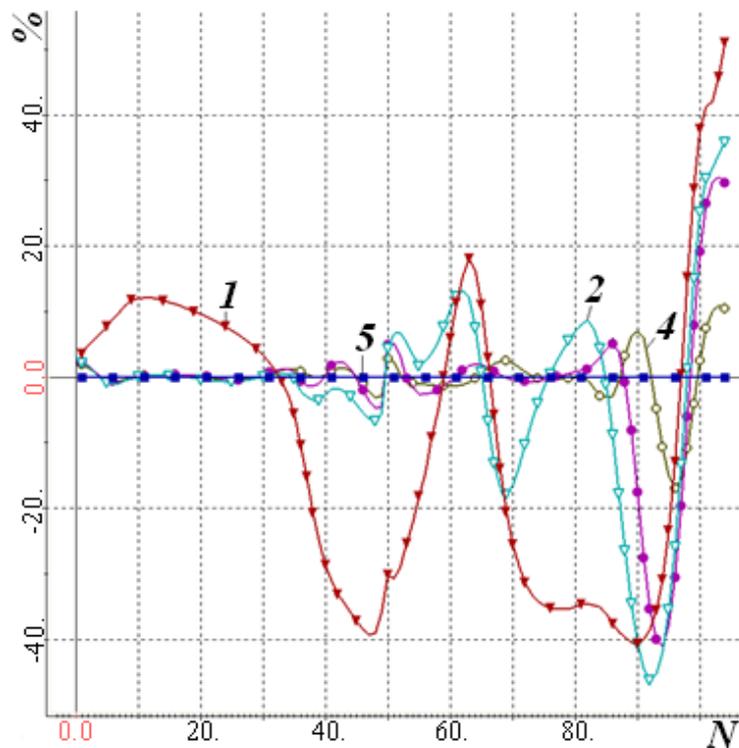


Рисунок 3.22 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на втором профиле для примера 4 (индекс кривой – номер итерации)

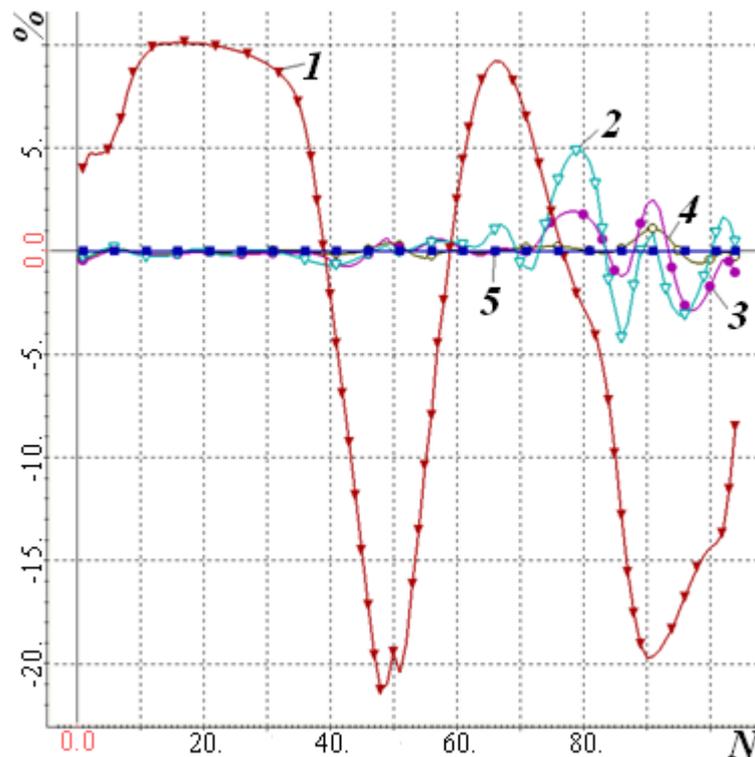


Рисунок 3.23 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на третьем профиле для примера 4 (индекс кривой – номер итерации)

Выводы по главе 3

1. Проведена верификация разработанных алгоритмов, реализующих решение прямой и обратной задач. Верификация решения прямой задачи выполнена посредством сравнения с результатами работы программ других авторов. Верификация обратной задачи проведена с использованием синтетических аналогов полевых данных, полученных с помощью трехмерных геоэлектрических моделей.

2. Подтверждена работоспособность предложенного алгоритма 3D-инверсии данных вызванной поляризации. Для примеров, в которых полевые данные моделировались на тех расчетных сетках, которые использовались в процессе инверсии, параметры среды восстанавливаются очень точно (с погрешностью не более тысячных долей процента). В итерационном процессе делается в среднем восемь итераций, при этом достаточно точные параметры получаются уже на пятой итерации инверсии. Для примера, в котором

практические данные моделируются с помощью более подробной расчетной сетки, а процесс инверсии выполняется с помощью другой, погрешность восстановления параметров среды не превышает двух процентов. В ситуации, когда для одного из объектов в расчетной сетке, используемой для инверсии, нет узлов, которые точно попадали бы на его границу, погрешность восстановления поляризуемости объекта составила около четырех процентов. Восстановленные не совсем точно границы объектов являются ближайшими к истинным границам объекта с учетом дискретности конечноэлементной сетки, используемой для инверсии.

ГЛАВА 4 ИССЛЕДОВАНИЯ

4.1 Сравнение разработанного алгоритма с алгоритмом, основанным на восстановлении параметров поляризуемости в ячеистой структуре

Попробуем для геоэлектрической модели из примера 1 восстановить распределение поляризуемости в исследуемой среде с помощью алгоритма, основанного на восстановлении значений поляризуемости в ячеистой структуре. Вычислительная схема для данного алгоритма приведена в пункте 2.1.

Сначала разобьем исследуемую область на крупные ячейки, в каждой ячейке определим свое значение поляризуемости. На рисунке 4.1 приведена ячеистая структура, в которой будет восстанавливаться поляризуемость. Жирными линиями обозначены истинные границы аномальных по поляризуемости объектов. Истинное значение поляризуемости левого объекта – 10%, правого – 20%, фоновая поляризуемость слоя – 5%.

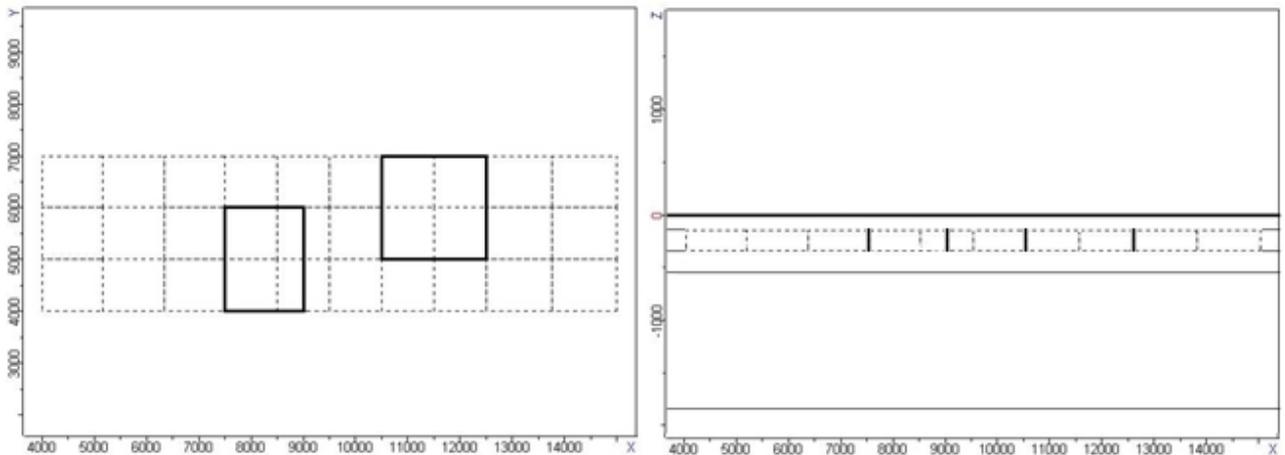


Рисунок 4.1 – Ячеистая структура (вариант 1)

На рисунке 4.2 приведен результат применения алгоритма, основанного на поиске поляризуемости в ячеистой структуре. Жирными линиями обозначены истинные границы аномальных по поляризуемости объектов. Числовые значения в ячейках соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости. Удалось корректно восстановить положение правого объекта, так как все его границы совпадают с границами ячеек выбранного разбиения. Значение

поляризуемости в объекте найдено довольно точно. Положение левого объекта восстановлено не совсем корректно, так как одна из его границ находится внутри ячеек выбранного разбиения, значение поляризуемости в объекте найдено близким к истинному.

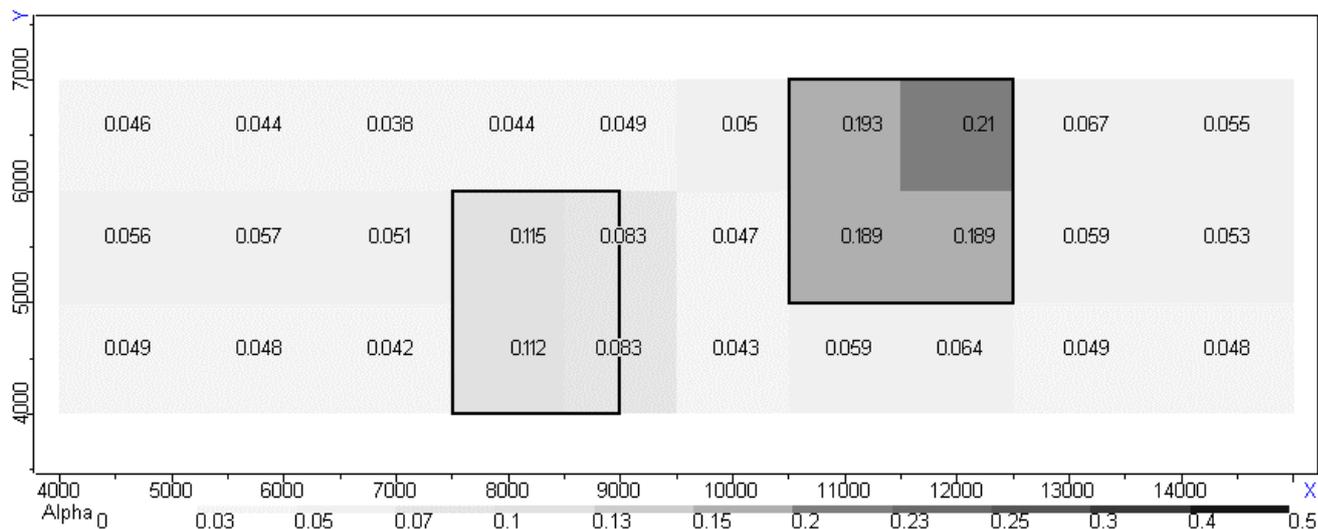


Рисунок 4.2 – Результат применения алгоритма, основанного на поиске поляризуемости в ячеистой структуре (вариант 1)

На рисунках 4.3, 4.4, 4.5 показаны истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на значения модуля разности потенциалов поляризирующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям для варианта 1. Кривая с не закрашенными метками – истинные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризирующего поля, кривая с закрашенными метками – восстановленные значения разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризирующего поля.

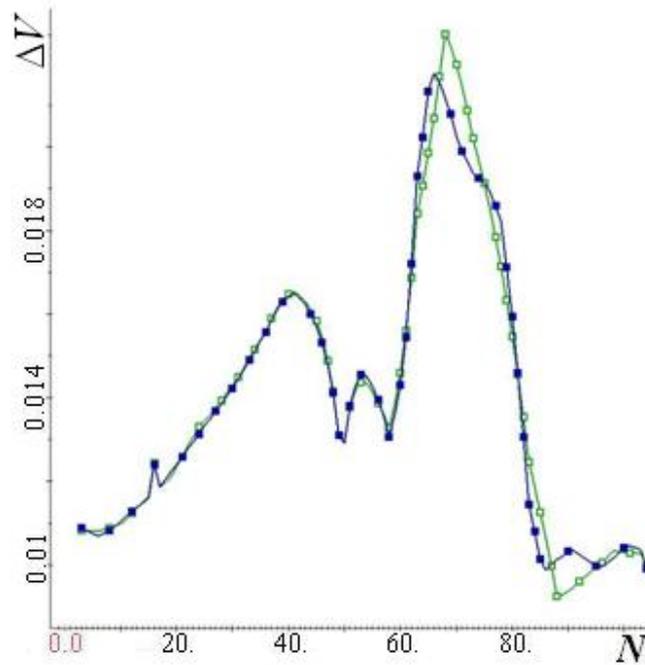


Рисунок 4.3 – Истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на первом профиле (вариант 1)

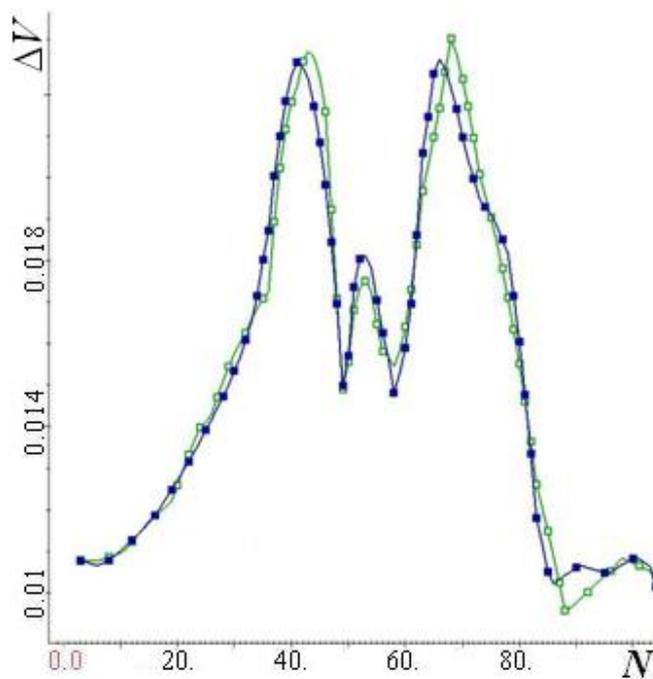


Рисунок 4.4 – Истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на втором профиле (вариант 1)

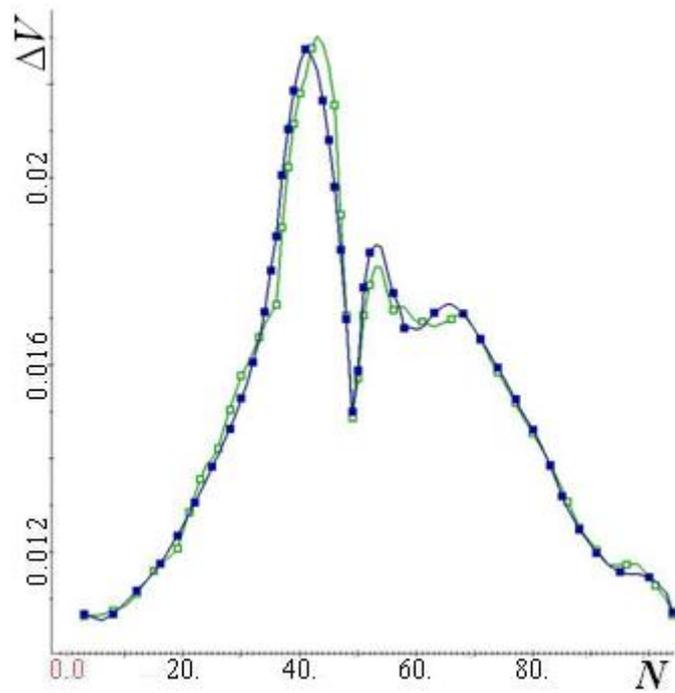


Рисунок 4.5 – Истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризирующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на третьем профиле (вариант 1)

Теперь попробуем разбить исследуемую область на более мелкие ячейки, как показано на рисунке 4.6. Жирными линиями обозначены истинные границы аномальных по поляризуемости объектов.

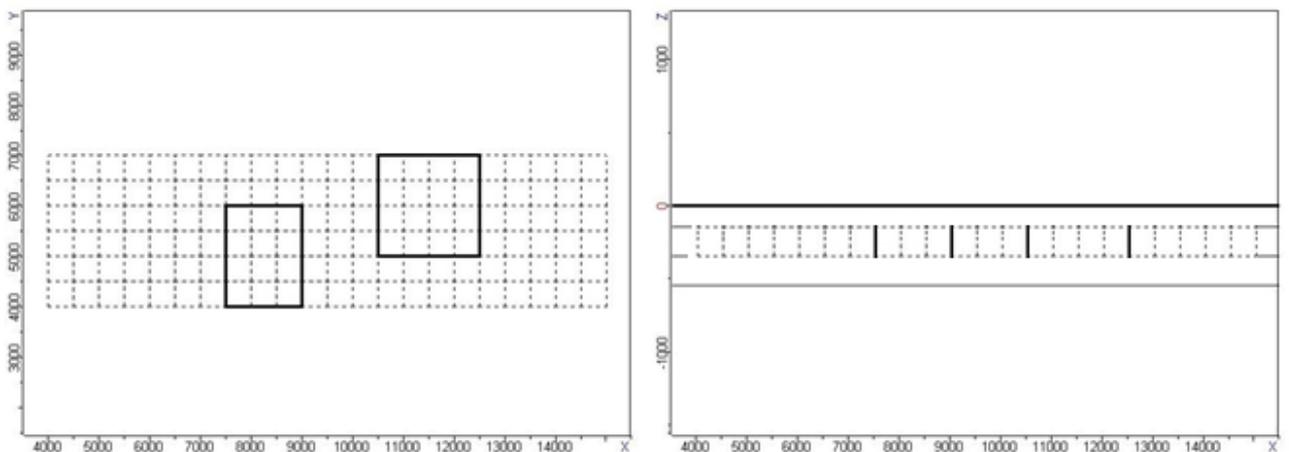


Рисунок 4.6 – Ячеистая структура (вариант 2)

На рисунке 4.7 приведен результат применения алгоритма, основанного на поиске поляризуемости в ячеистой структуре, для ячеистой структуры варианта 2.

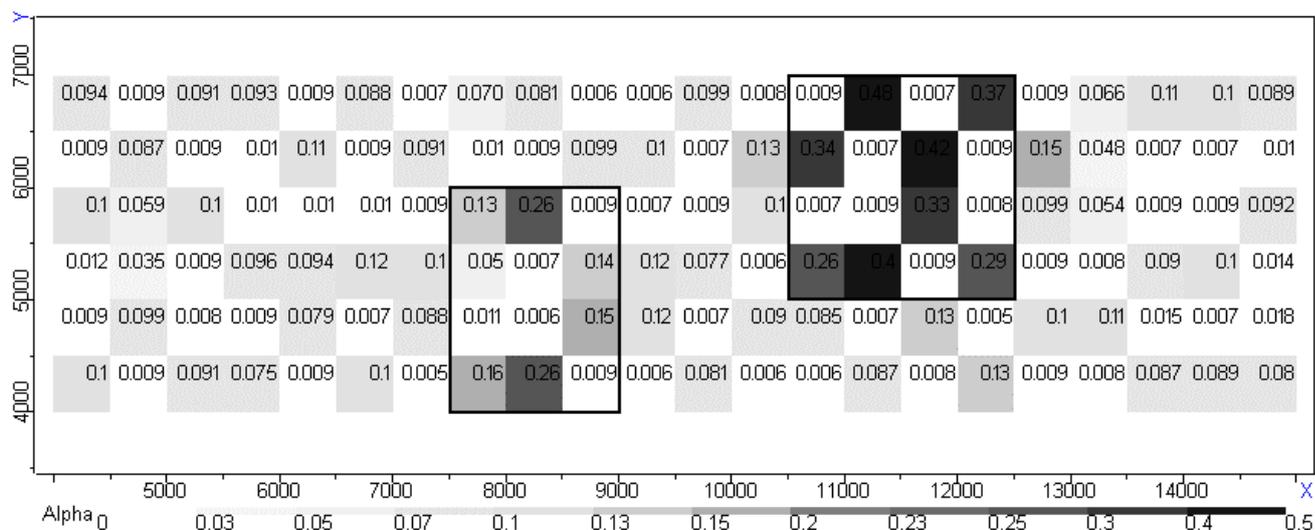


Рисунок 4.7 – Результат применения алгоритма, основанного на поиске поляризуемости в ячеистой структуре (вариант 2)

Жирными линиями на рисунке 4.7 обозначены истинные границы аномальных по поляризуемости объектов. Числовые значения соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости. Полученное распределение поляризуемости получилось достаточно «пестрым». Судить о положении аномальных по поляризуемости объектов и о величине поляризуемости в них можно только приблизительно. Появилось много «ложных» аномалий (ячеек с повышенным значением поляризуемости).

На рисунках 4.8, 4.9, 4.10 показаны истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризирующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям для варианта 2. Кривая с не закрашенными метками – истинные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризирующего поля, кривая с закрашенными метками – восстановленные значения разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризирующего поля.

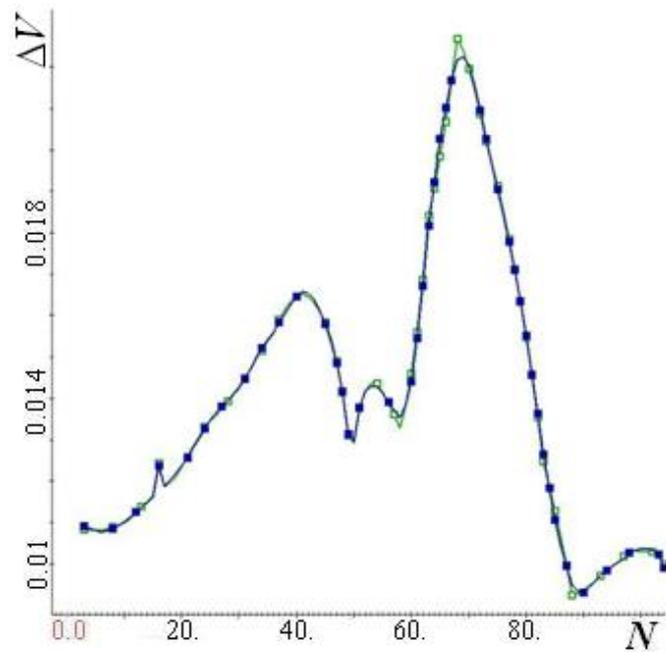


Рисунок 4.8 – Истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на первом профиле (вариант 2)

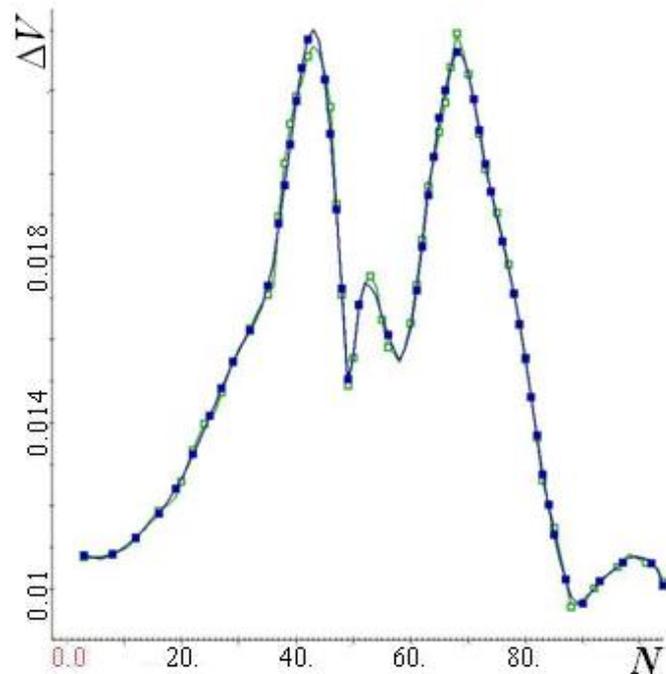


Рисунок 4.9 – Истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на втором профиле (вариант 2)

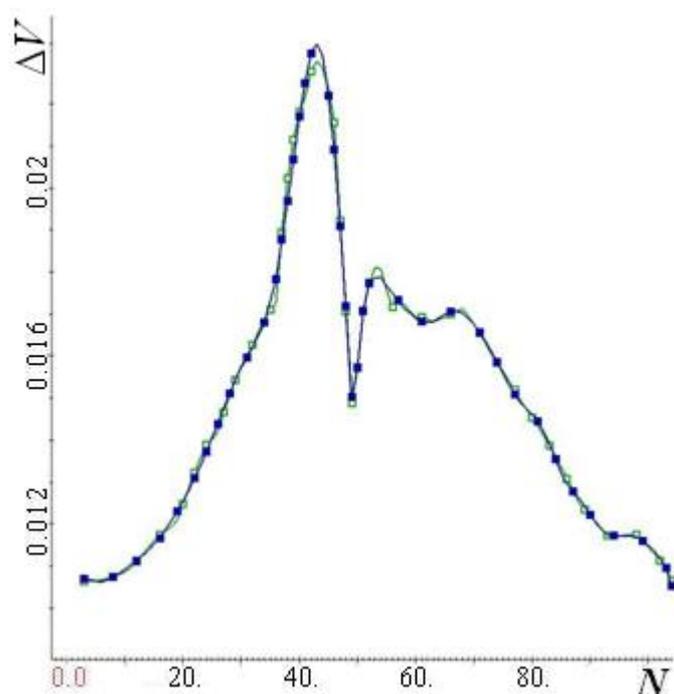


Рисунок 4.10 – Истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на третьем профиле (вариант 2)

Попробуем теперь для второго варианта разбиения применить сглаживание. Под сглаживанием подразумевается добавление ограничения на искомые значения поляризуемости в ячейках. На рисунке 4.11 приведен результат применения алгоритма, основанного на поиске поляризуемости в ячеистой структуре, для ячеистой структуры варианта 2 со сглаживанием. Жирными линиями на рисунке 4.11 обозначены истинные границы аномальных по поляризуемости объектов. Числовые значения соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости. Процедура сглаживания позволила избавиться от «пестроты». И в левом и в правом объекте удалось получить значения поляризуемости близкие к истинным. Хотя судить о положении границ правого объекта по восстановленным данным довольно сложно, границы объекта остаются размытыми.

На рисунках 4.12, 4.13, 4.14 показаны истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности

потенциалов поляризующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям для варианта 2 со сглаживанием. Кривая с не закрашенными метками – истинные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризующего поля, кривая с закрашенными метками – восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризующего поля.

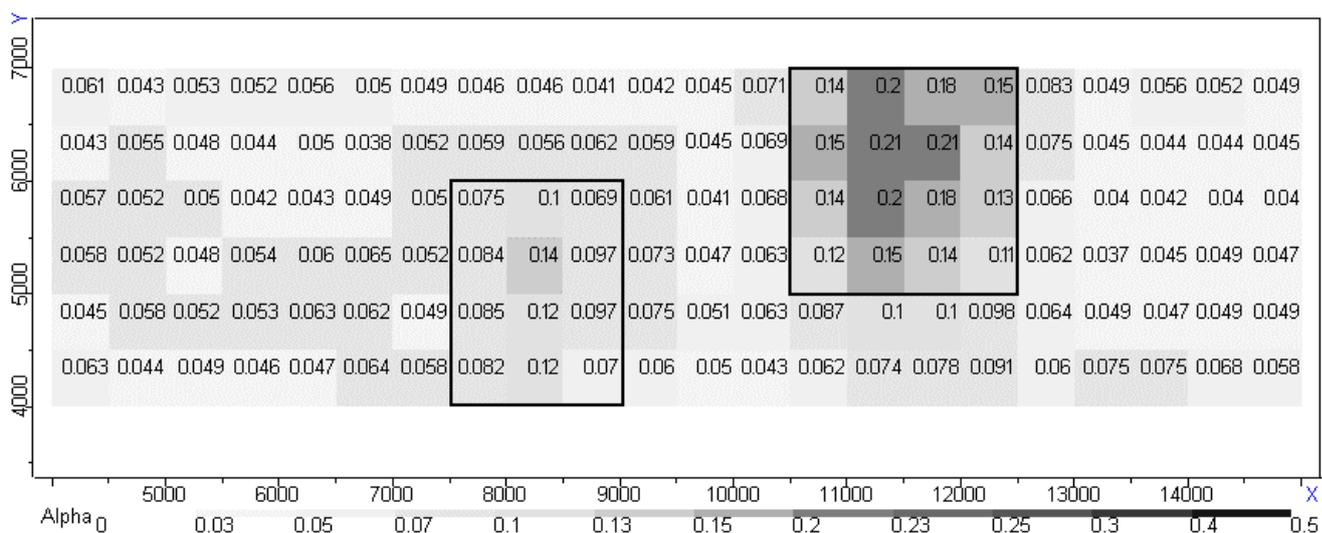


Рисунок 4.11 – Результат применения алгоритма, основанного на поиске поляризуемости в ячеистой структуре, для варианта 2 со сглаживанием

На рисунках 4.15, 4.16, 4.17 показано отклонение значений разности потенциалов, полученных для рассмотренных выше вариантов разбиения исследуемой области, от истинных значений разности потенциалов на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям. Кривая с закрашенными треугольными метками соответствует разбиению на крупные ячейки, кривая с закрашенными квадратными метками соответствует разбиению на мелкие ячейки, кривая с не закрашенными круглыми метками соответствует разбиению на мелкие ячейки с применением сглаживания.

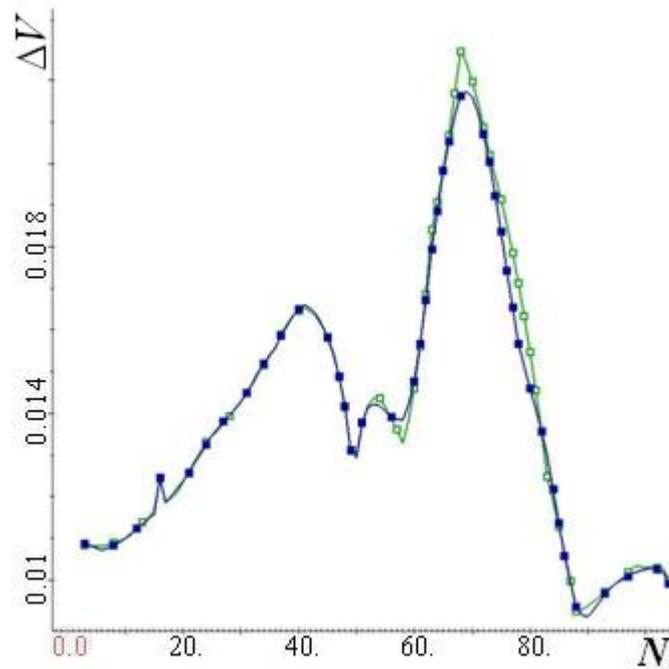


Рисунок 4.12 – Истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризирующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на первом профиле (вариант 2 со сглаживанием)

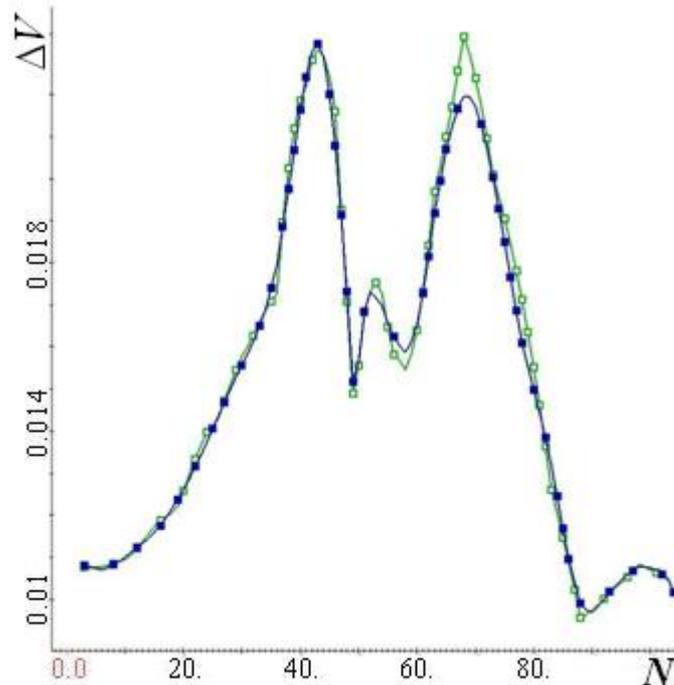


Рисунок 4.13 – Истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризирующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на втором профиле (вариант 2 со сглаживанием)

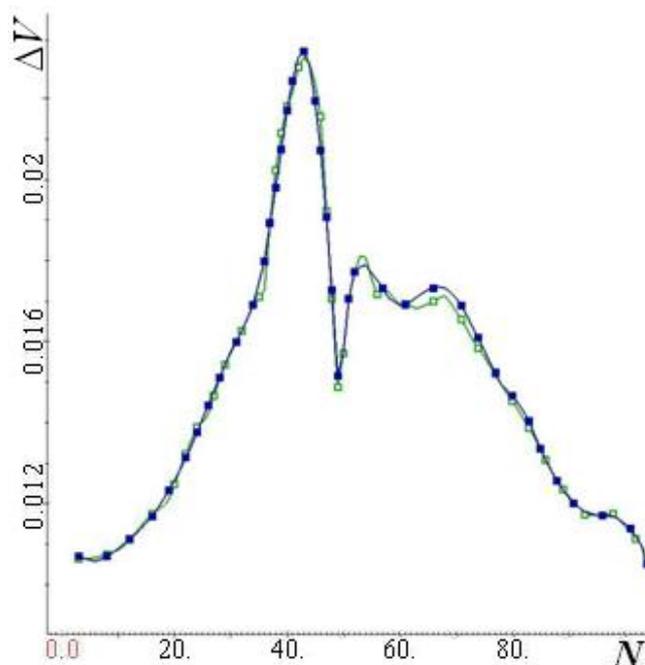


Рисунок 4.14 – Истинные и восстановленные значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризирующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на третьем профиле (вариант 2 со сглаживанием)

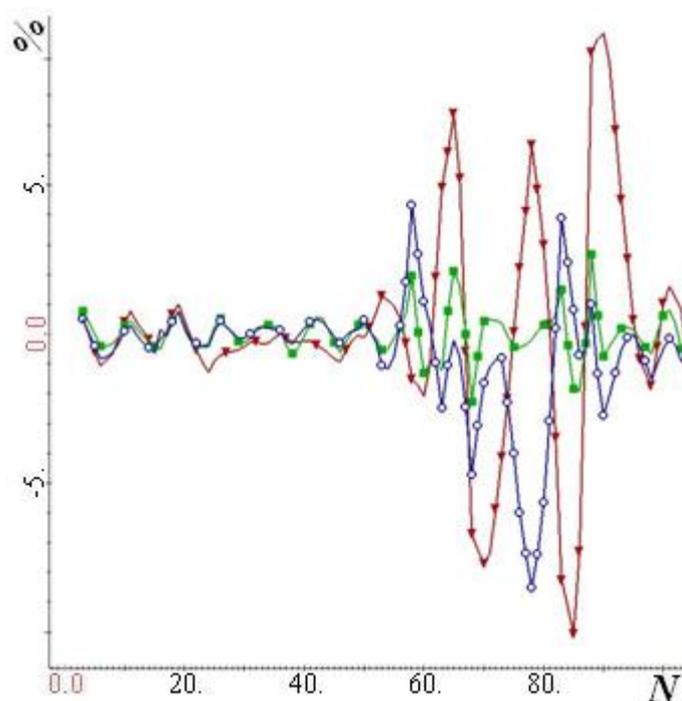


Рисунок 4.15 – Отклонение значений разности потенциалов, полученных для различных вариантов разбиения исследуемой области, от истинных значений разности потенциалов на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на первом профиле

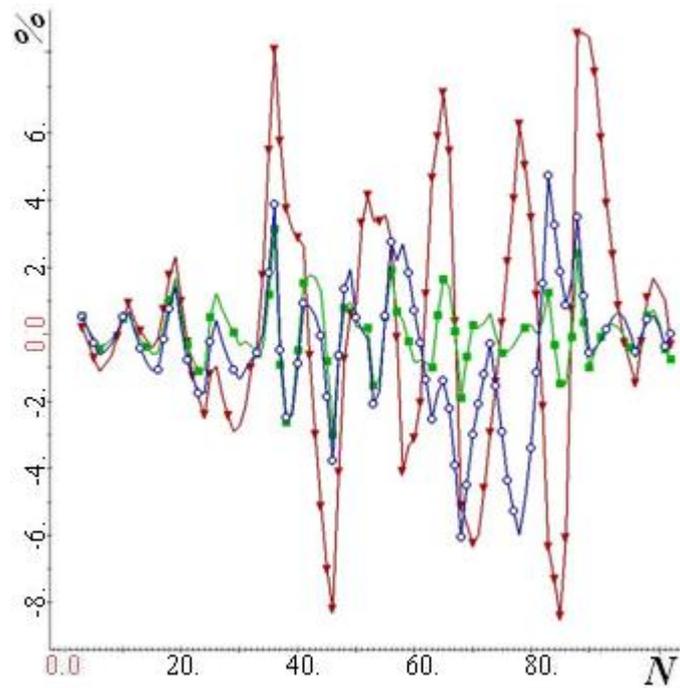


Рисунок 4.16 – Отклонение значений разности потенциалов, полученных для различных вариантов разбиения исследуемой области, от истинных значений разности потенциалов на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на втором профиле

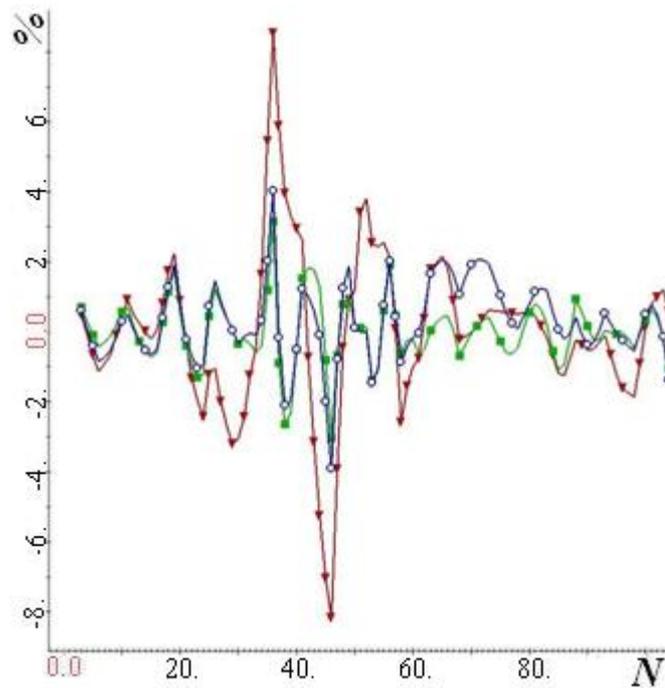


Рисунок 4.17 – Отклонение значений разности потенциалов, полученных для различных вариантов разбиения исследуемой области, от истинных значений разности потенциалов на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс на третьем профиле

4.2 Анализ влияния шума в измеряемых сигналах на результаты трехмерной геометрической инверсии

Рассмотрим влияние достаточно большого шума в измеряемых сигналах на результаты геометрической инверсии на примере модели, описанной в пункте 3.2 (пример 1). Исследуемая область и ее начальное разбиение аналогичны приведенным в пункте 3.2 (рисунки 3.2, 3.3). В качестве весов используются сглаженные значения измеренных сигналов.

Измеряемые значения в конкретной приемной линии могут быть существенно искажены в том случае, если значения разности потенциалов поля ВП невелики. Априори известно, что сигнал в каждой приемной линии должен спадать постепенно и иметь гладкий вид. Поле ВП в общем случае может быть

представлено в виде $V^{IP} = \sum_{k=1}^K \alpha_k \beta_k(t) W_k$, где K – количество областей с

различными значениями поляризуемости α_k и (или) функциями спада $\beta_k(t)$.

Параметры α_k и функции W_k не меняются с течением времени. Тогда в каждой

приемной линии сигнал ВП меняется по закону $V^{MN}(t) = \sum_{k=1}^K C_k \beta_k(t)$, где C_k –

постоянные значения. Чтобы из зашумленных сигналов $\tilde{V}^{MN}(t_i)$ получить

сглаженные сигналы $V^{MN}(t_i)$, необходимо решить задачу:

$$\sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=1}^K C_k \beta_k(t_i) - \tilde{V}^{MN}(t_i) \right)^2 \rightarrow \min_{C_k}, \quad (4.1)$$

где n – количество времен, в которые производились измерения приемной линией MN .

Минимизация (4.1) сводится к решению СЛАУ $AC = F$:

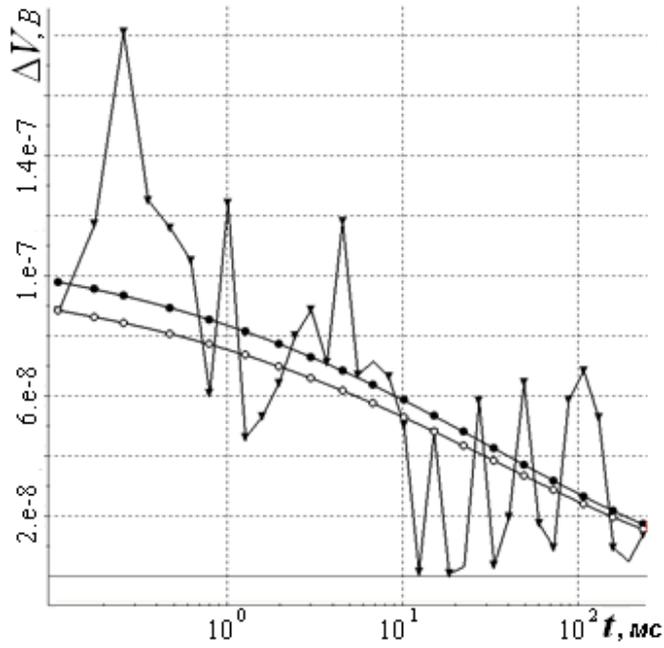
$$A_{kl} = \sum_{i=1}^n \beta_k(t_i) \beta_l(t_i)$$

$$F_k = \sum_{i=1}^n \beta_k(t_i) \tilde{V}^{MN}(t_i).$$

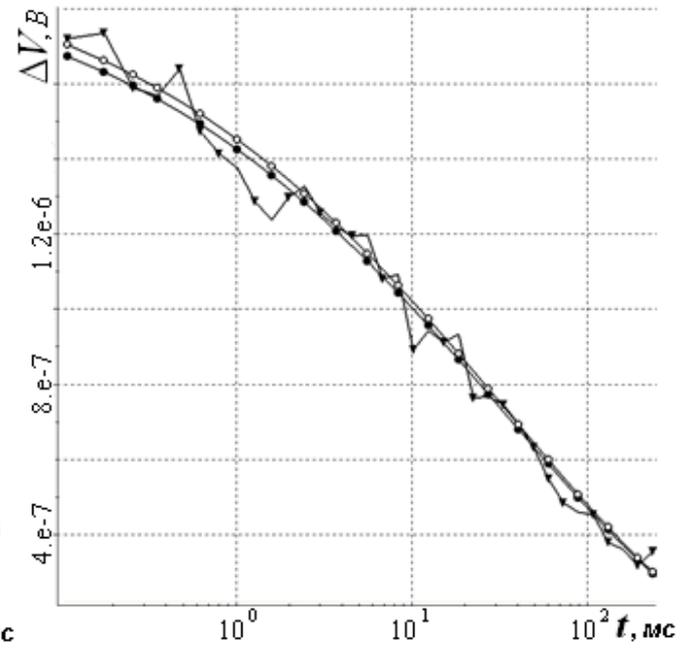
На рисунках 4.18, 4.19, 4.20 показаны изменения сигналов ВП с течением времени в разных приемных линиях. Для каждой рассмотренной приемной линии приведены значения истинного поля ВП (кривые с не закрашенными круглыми метками), зашумленные сигналы, используемые в качестве входных данных (кривые с закрашенными треугольными метками) и сглаженные сигналы, используемые в качестве весов (кривые с закрашенными круглыми метками). Рассматриваются четыре приемных линии в каждом профиле. Геометрические характеристики приемных линий приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Геометрические характеристики рассматриваемых приемных линий

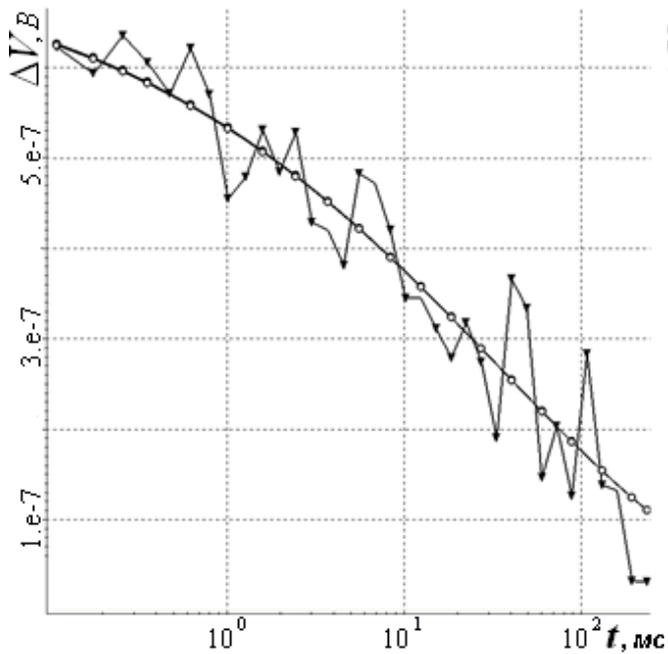
Номер приемной линии MN	Координата M_x	Координата N_x
5	3900	4400
45	7900	8400
65	10700	11200
85	12700	13200



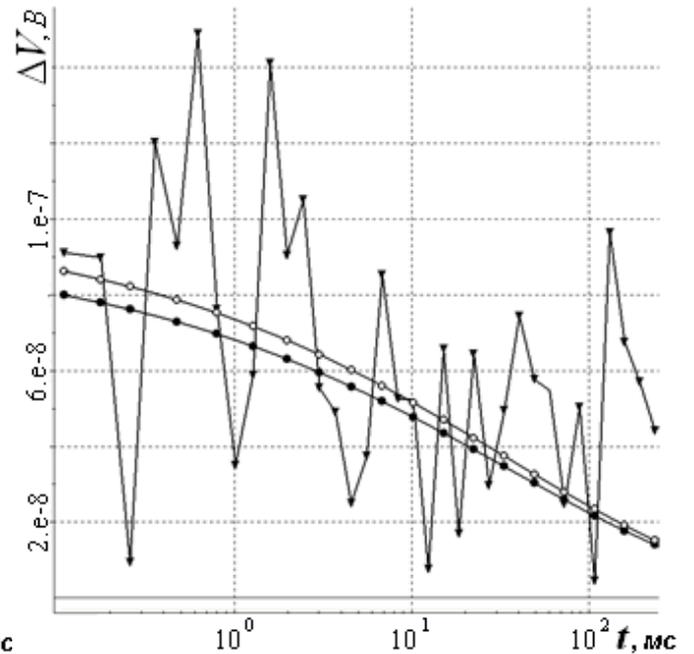
а



б

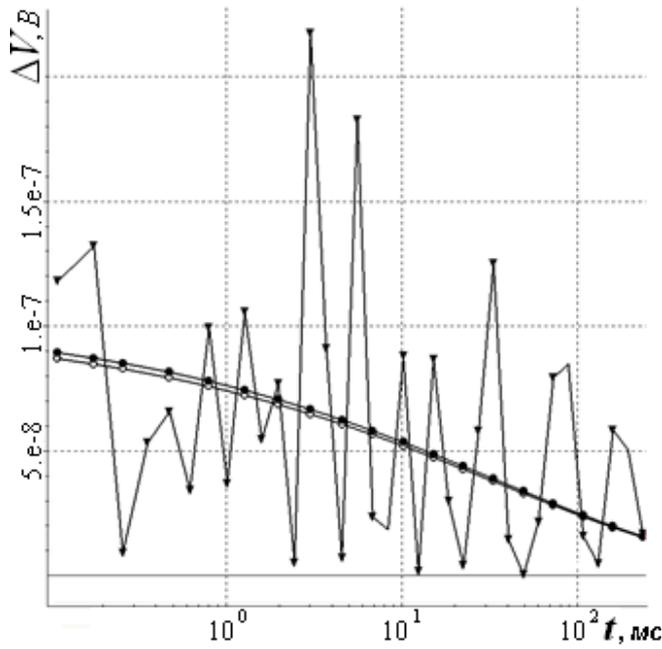


в

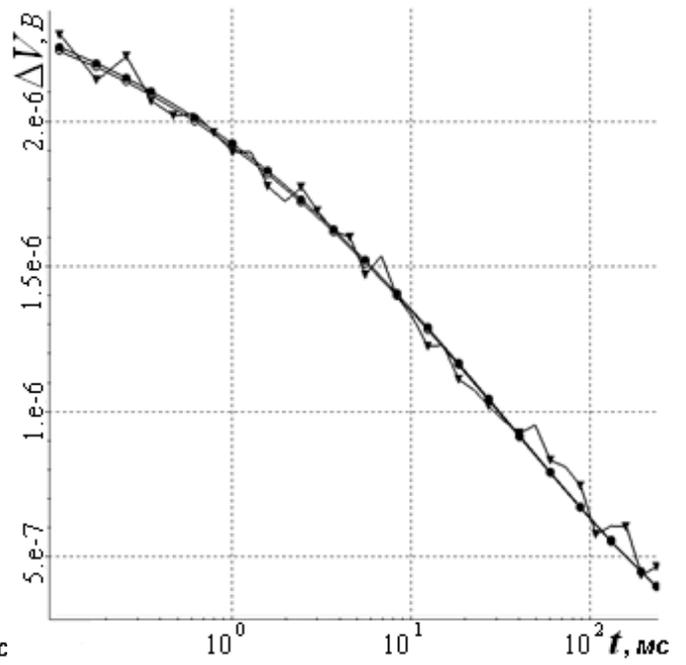


г

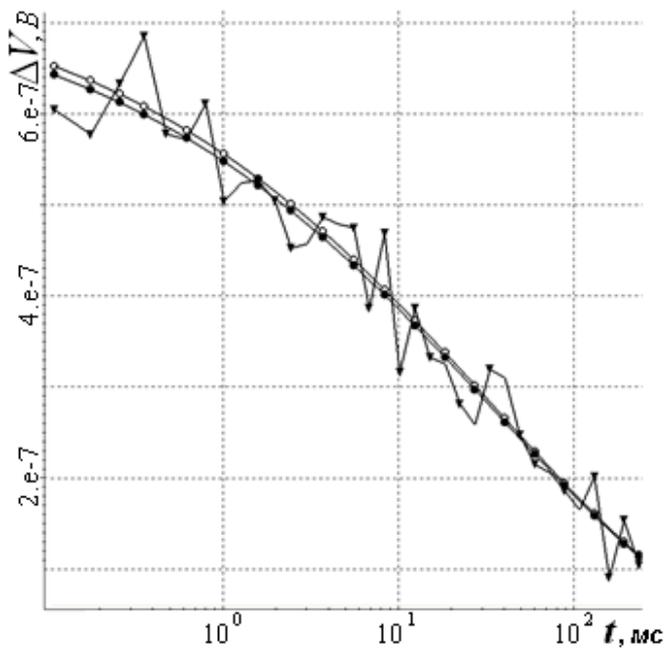
Рисунок 4.18 – Изменение модуля поля ВП с течением времени в пятой (а), 45-ой (б), 65-ой (в), 85-ой (г) приемных линиях первого профиля (истинные значения поля ВП – это кривые с не закрашенными круглыми метками, зашумленные данные – кривые с закрашенными треугольными метками, сглаженные данные – кривые с закрашенными круглыми метками)



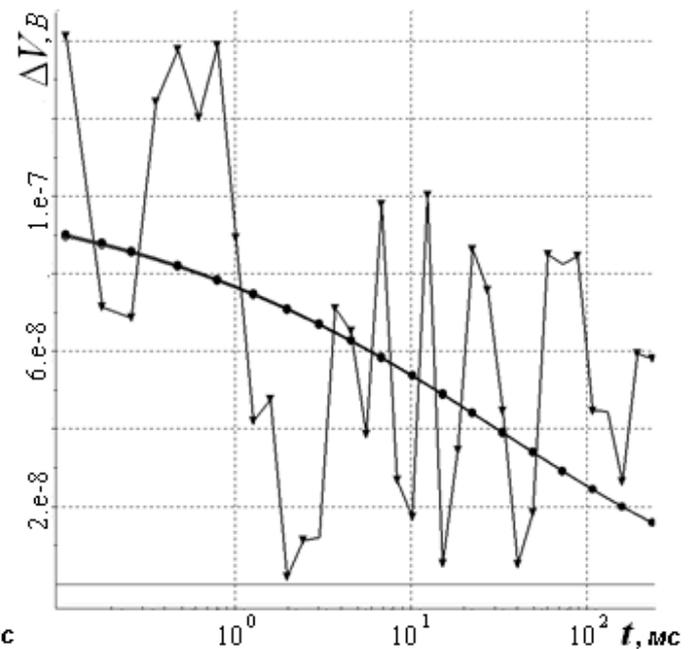
а



б

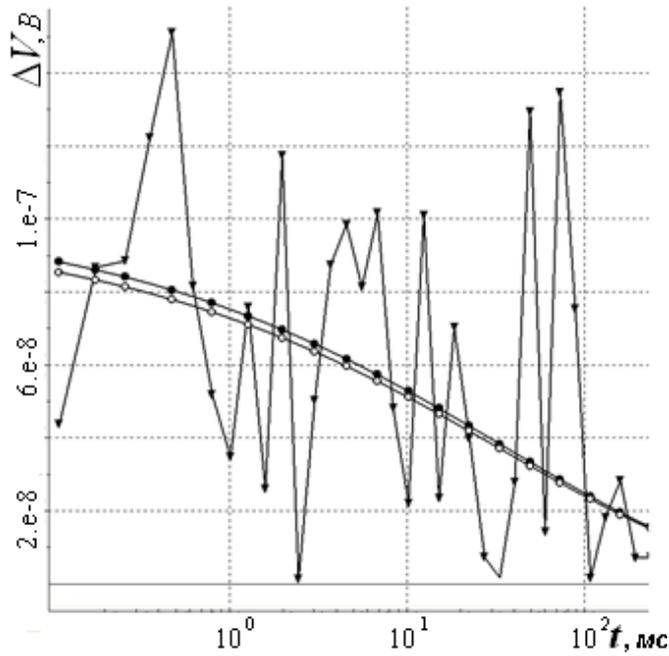


в

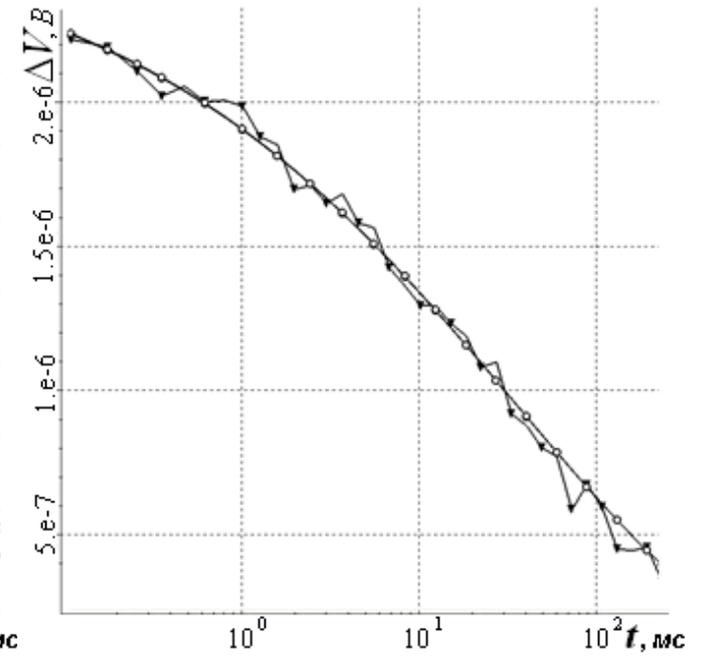


г

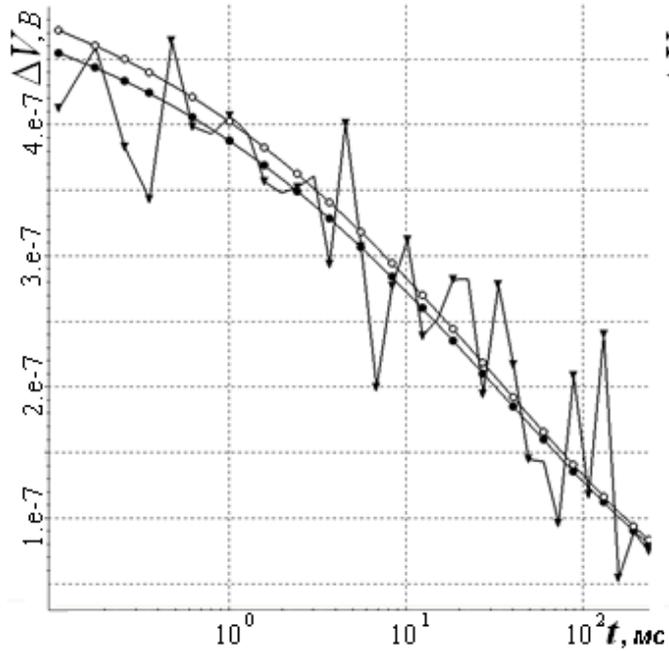
Рисунок 4.19 – Изменение модуля поля ВП с течением времени в пятой (а), 45-ой (б), 65-ой (в), 85-ой (г) приемных линиях второго профиля (истинные значения поля ВП – это кривые с не закрашенными круглыми метками, зашумленные данные – кривые с закрашенными треугольными метками, сглаженные данные – кривые с закрашенными круглыми метками)



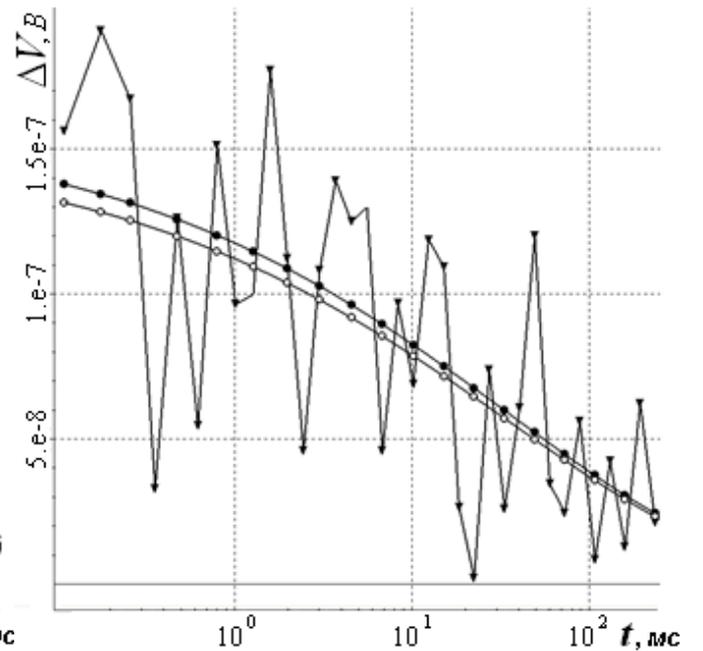
а



б



в



г

Рисунок 4.20 – Изменение модуля поля ВП с течением времени в пятой (а), 45-ой (б), 65-ой (в), 85-ой (г) приемных линиях третьего профиля (истинные значения поля ВП – это кривые с не закрашенными круглыми метками, зашумленные данные – кривые с закрашенными треугольными метками, сглаженные данные – кривые с закрашенными круглыми метками)

На рисунке 4.21 показан результат использования разработанной вычислительной схемы. Жирными линиями обозначены границы подобластей результирующего разбиения. Истинное положение аномальных по поляризуемости объектов обозначено серым цветом, границы этих объектов (там, где не удалось точно восстановить положение границы) выделены пунктирными линиями. Числовые значения соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости.

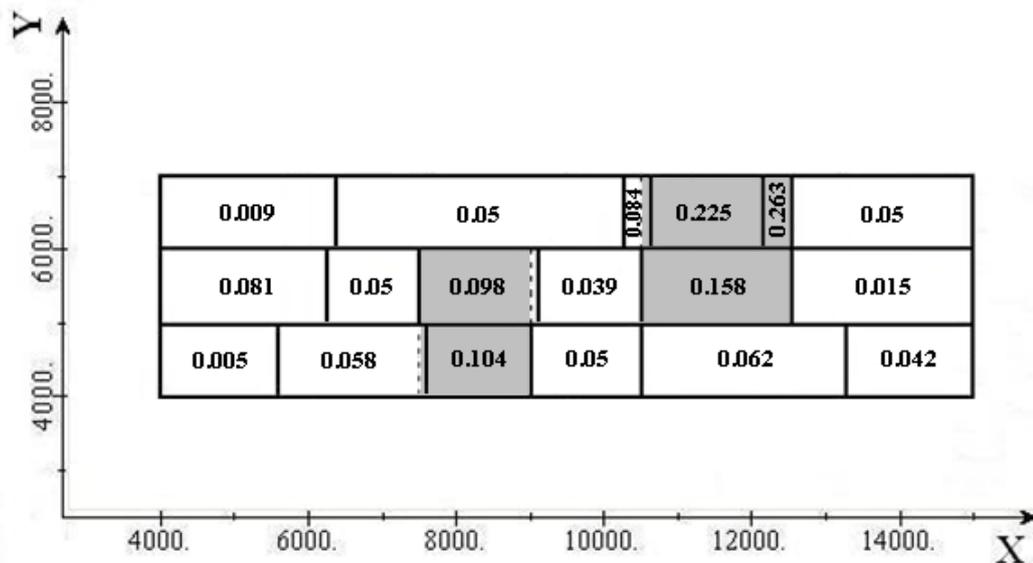


Рисунок 4.21 – Результирующее разбиение исследуемой области (зашумленные исходные данные)

Начальное значение функционала невязки

$$\Phi(\mathbf{b}) = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_i^2(t_l) (\Delta V(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l))^2 \right) / (n \cdot p)} \quad \text{равно } 1.037, \quad \text{конечное}$$

значение функционала невязки равно 0.968. В качестве весов $\omega_i(t_l)$ использовались значения, обратные сглаженным значениям разности потенциалов измеренного поля в i -ом приемнике в l -ый момент времени.

В таблице 4.2 приведены параметры областей результирующего разбиения, для сравнения указаны истинные значения поляризуемости в областях разбиения и точное (истинное) положение границ подобластей (для границ, разделяющих области с одинаковым истинным значением поляризуемости указан «-»).

Таблица 4.2 – Параметры областей результирующего разбиения

Номер ячейки	Восстановленная поляризуемость	Истинная поляризуемость	Восстановленная левая граница по оси X , м	Восстановленная правая граница по оси X , м	Истинная левая граница по оси X , м	Истинная правая граница по оси X , м
1	0.005	0.05	4000	5700	-	-
2	0.058	0.05	5700	7600	-	7500
3	0.104	0.1	7600	9000	7500	9000
4	0.05	0.05	9000	10500	9000	-
5	0.062	0.05	10500	13300	-	-
6	0.042	0.05	13300	15000	-	-
7	0.081	0.05	4000	6200	-	-
8	0.05	0.05	6200	7500	-	7500
9	0.098	0.1	7500	9110	7500	9000
10	0.039	0.05	9110	10500	9000	10500
11	0.158	0.2	10500	12500	10500	12500
12	0.015	0.05	12500	15000	12500	-
13	0.009	0.05	4000	6300	-	-
14	0.05	0.05	6300	10269	-	-
15	0.084	0.05	10269	10600	-	10500
16	0.225	0.2	10600	12300	10500	-
17	0.263	0.2	12300	12500	-	12500
18	0.05	0.05	12500	15000	12500	-

Положение аномальных по поляризуемости объектов и величину поляризуемости в них удалось восстановить почти точно. На рисунках 4.22, 4.23, 4.24 показано отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на нескольких итерациях минимизации функционала, в приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям. Кривые с закрашенными треугольными метками – это отклонение значений зашумленного сигнала от истинных значений разности потенциалов поля ВП.

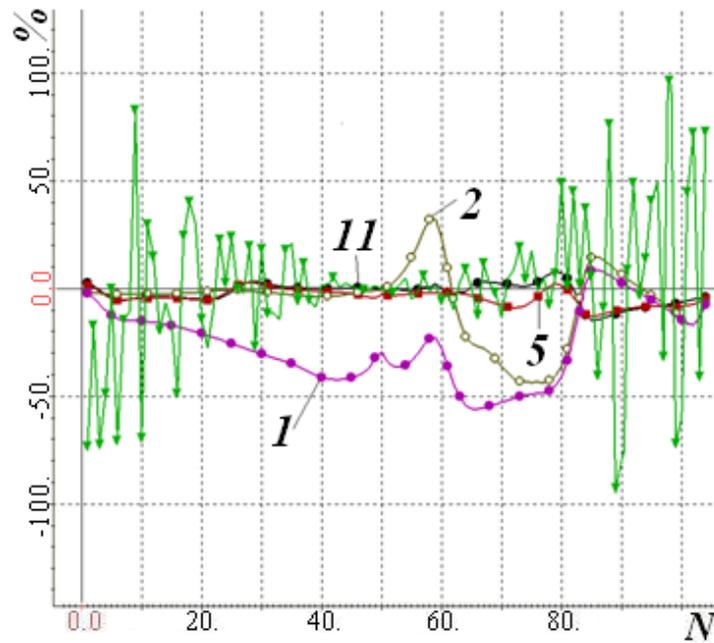


Рисунок 4.22 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов и зашумленных данных (кривая с закрашенными треугольными метками) от истинных в течение итерационного процесса на первом профиле (индекс кривой – номер итерации).

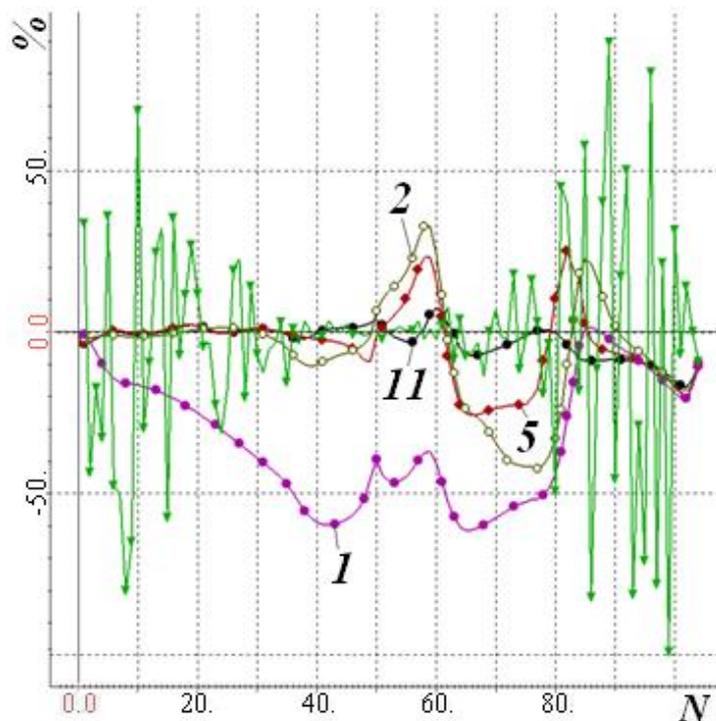


Рисунок 4.23 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов и зашумленных данных (кривая с закрашенными треугольными метками) от истинных в течение итерационного процесса на втором профиле (индекс кривой – номер итерации).

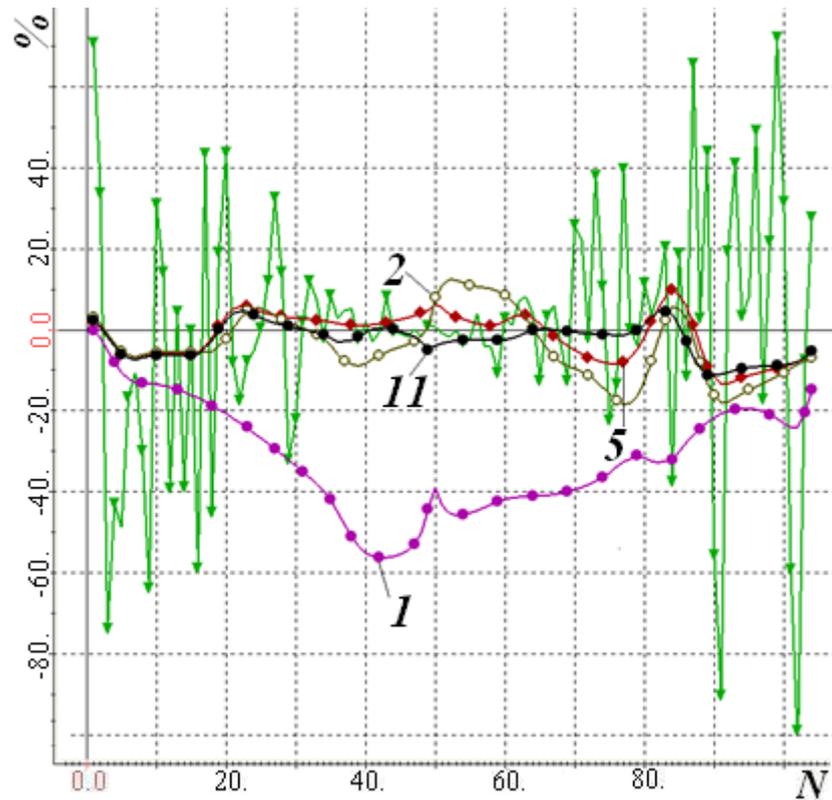


Рисунок 4.24 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов и зашумленных данных (кривая с закрашенными треугольными метками) от истинных в течение итерационного процесса на третьем профиле (индекс кривой – номер итерации).

4.3 Анализ влияния неточного восстановления проводимости исследуемой среды на результаты трехмерной геометрической инверсии

В рассматриваемых ранее примерах предполагалось, что распределение проводимости в исследуемой среде восстановлено точно. При решении практических задач возможны ситуации, когда распределение проводимости восстанавливается не совсем корректно. Рассмотрим влияние неточного восстановления проводимости исследуемой среды на результаты геометрической инверсии на примере модели, представленной на рисунке 4.25.

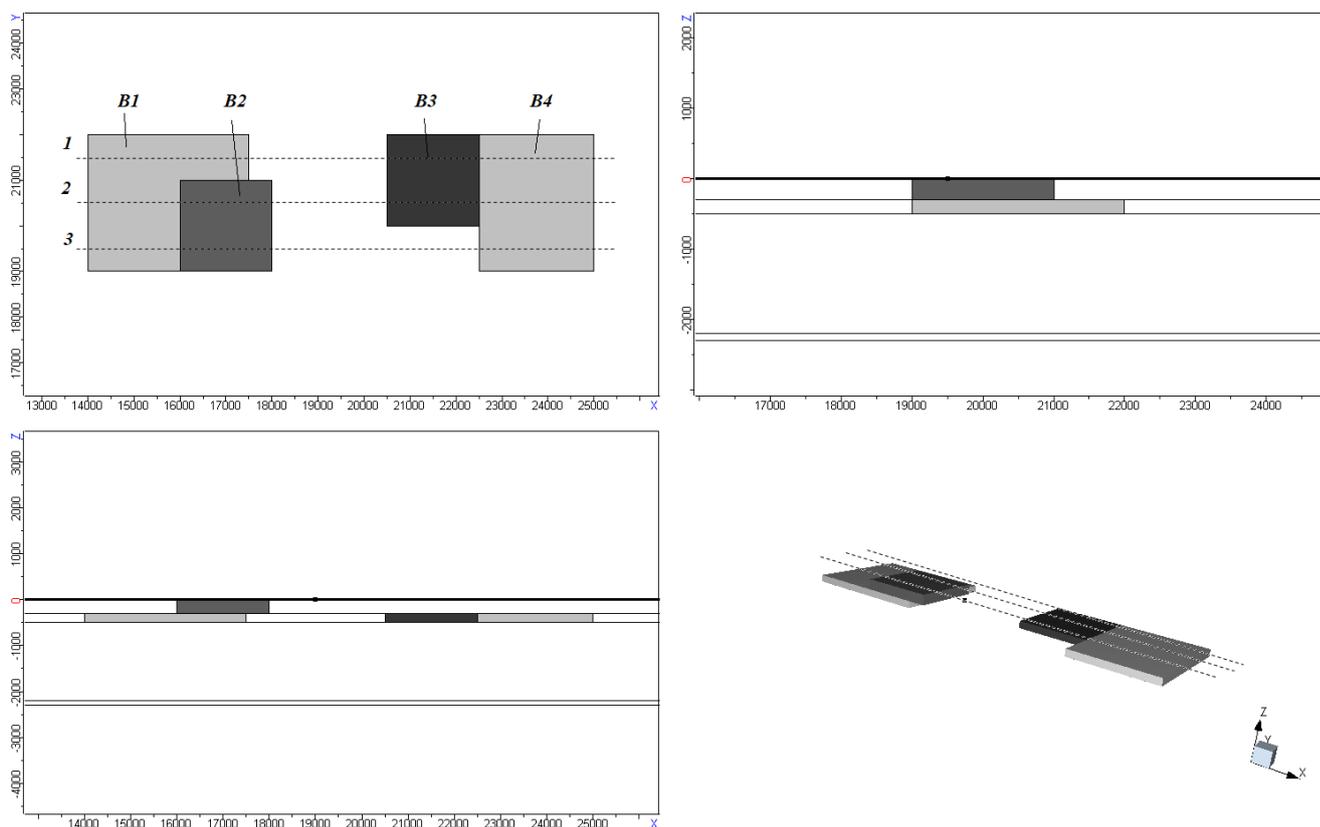


Рисунок 4.25 – Трехмерная геоэлектрическая модель

Параметры вмещающей среды приведены в таблице 4.3. В первый и второй слой помещены объекты, их положение показано на рисунке 4.25. Объекты В1 и В4 совпадают по значению поляризуемости с вмещающей средой, но отличаются по значению проводимости. Объект В2 совпадает по значению проводимости с вмещающей средой, но отличается по значению поляризуемости. Объект В3 отличается и по значению проводимости и по значению поляризуемости. Параметры объектов приведены в таблице 4.4. Измерения проводятся по трем профилям с 104 приемниками в каждом, положение профилей показано на рисунке 4.25 пунктирной линией. В качестве практических данных будем использовать данные, полученные в результате моделирования трехмерного поля.

Спад определяется формулой

$$\beta(t) = 1 - \frac{1}{\ln(B^2)} \ln \left(\frac{1 + \frac{B \cdot t}{T_0}}{1 + \frac{t}{B \cdot T_0}} \right), B = 100.$$

Практические данные моделируются вдоль трех профилей, расположенных над исследуемой областью.

Длина приемных линий $M; N; 500$ м.

Таблица 4.3 – Параметры горизонтально-слоистой среды

№ слоя	Толщина слоя, м	Проводимость, См/м	Поляризуемость	Параметр спада T_0 , с
1	300	0.0067	0.01	0.2
2	200	0.2	0.1	0.2
3	1700	0.0059	0.01	0.2
4	100	0.05	0.01	0.2
5	∞	0.001	0	0.2

Таблица 4.4 – Параметры трехмерных объектов

Объект	B1	B2	B3	B4
Размер по оси X , м	3500	2000	2000	2500
Размер по оси Y , м	3000	2000	2000	3000
Размер по оси Z , м	200	300	200	200
Проводимость, См/м	0.0059	0.0067	0.25	0.5
Поляризуемость	0.1	0.2	0.3	0.1
Параметр спада T_0 , с	0.2	0.2	0.2	0.2

Исследуемая область и ее начальное разбиение приведены на рисунке 4.26.

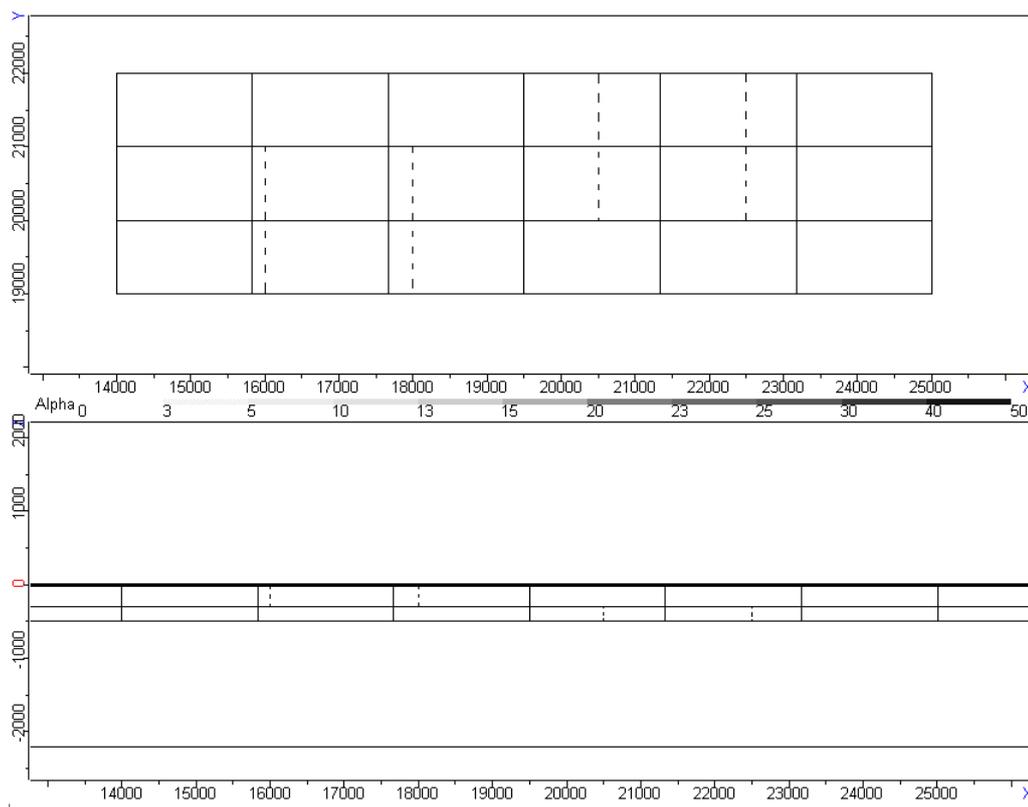


Рисунок 4.26 – Начальное разбиение исследуемой области

Предположим, что для части аномальных по проводимости объектов их характеристики восстановлены не совсем точно. Пусть проводимость объекта В1 найдена завышенной и равна 0.00625, а проводимость объекта В3 найдена совпадающей с проводимостью вмещающего слоя и равна 0.2.

На рисунках 4.27, 4.28 по слоям показан результат использования разработанной вычислительной схемы. Рисунок 4.27 соответствует первому слою, рисунок 4.28 второму слою. Жирными линиями обозначены границы подобластей, соответствующие итоговому разбиению. Числовые значения соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости. Начальное

значение функционала $\Phi(\mathbf{b}) = \sqrt{(\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_i^2(t_l) (\Delta V(t_l) - \Delta \tilde{V}_i(t_l))^2) / (n \cdot p)}$ равно

0.34, конечное значение функционала невязки (после семи итераций) равно 0.065. В качестве весов $\omega_i(t_l)$ использовались значения, обратные значениям, измеренным в i -ом приемнике в l -ый момент времени.

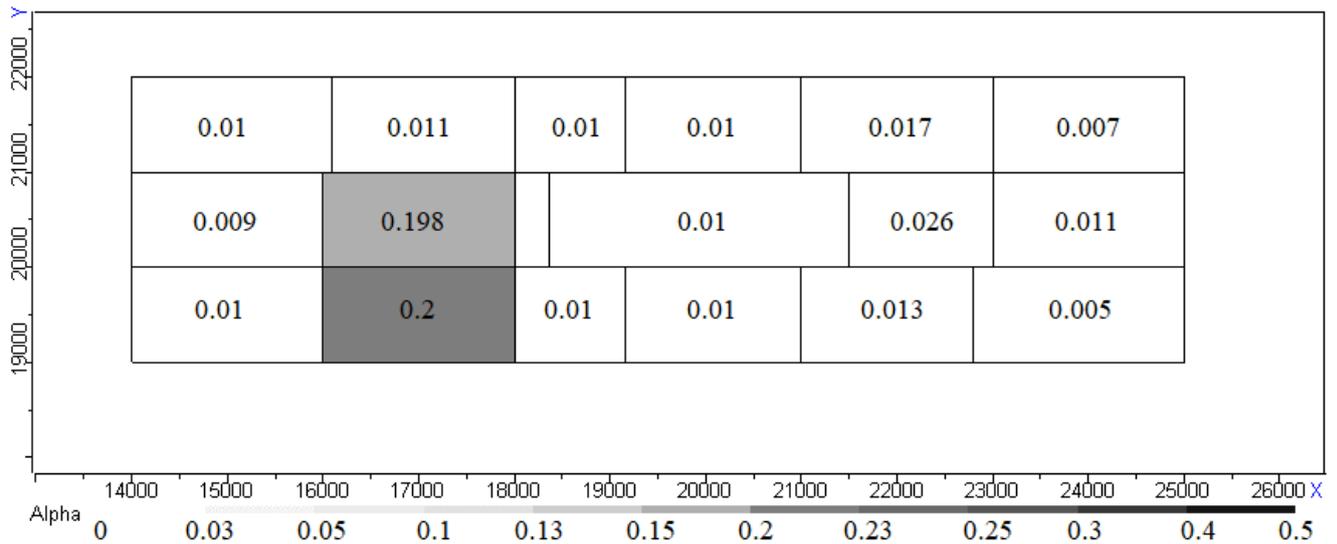


Рисунок 4.27 – Итоговое разбиение в первом слое

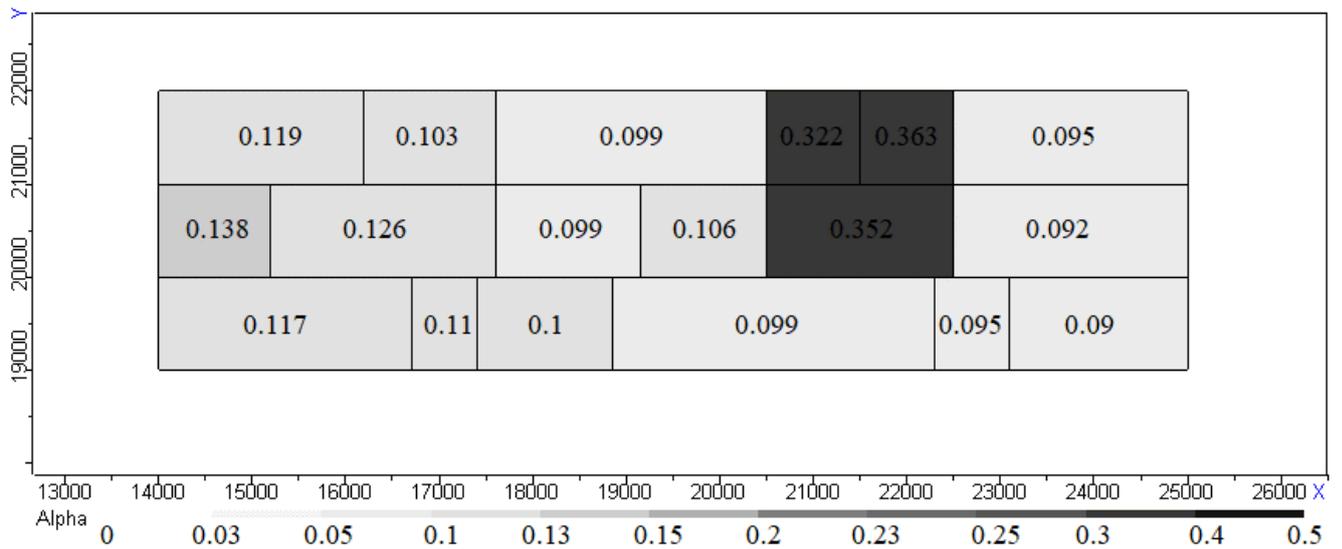


Рисунок 4.28 – Итоговое разбиение во втором слое

Несмотря на неточное восстановление проводимости в исследуемой среде, удалось точно определить положение аномальных по поляризуемости объектов. Значения поляризуемости найдены близкими к истинным.

На рисунках 4.29, 4.30, 4.31 показано отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.35$ с в течение итерационного процесса минимизации функционала для каждого из профилей. Кривая с закрашенными треугольными метками – это входные сигналы.

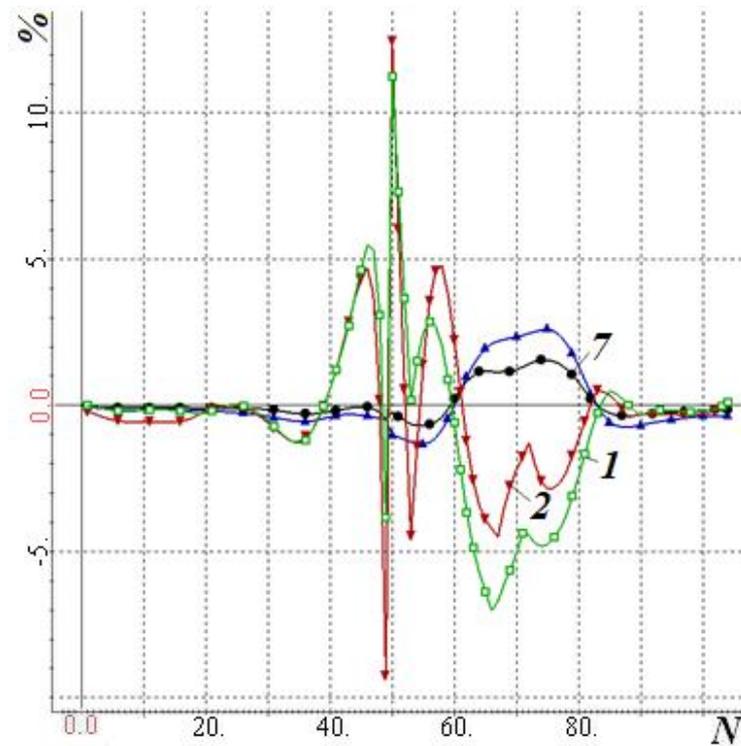


Рисунок 4.29 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на первом профиле (индекс кривой – номер итерации). Кривая с закрашенными треугольниками – входные сигналы

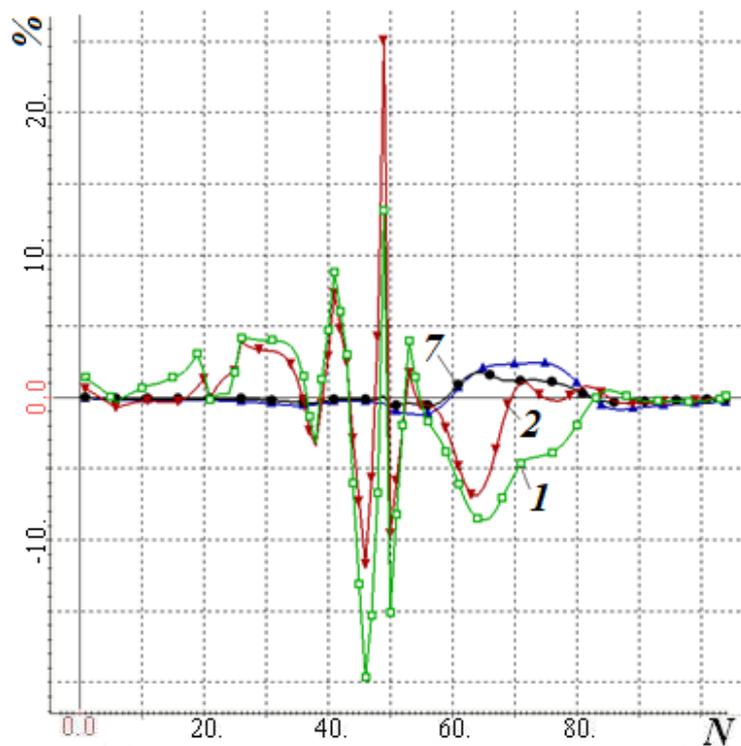


Рисунок 4.30 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на втором профиле (индекс кривой – номер итерации). Кривая с закрашенными треугольниками – входные сигналы

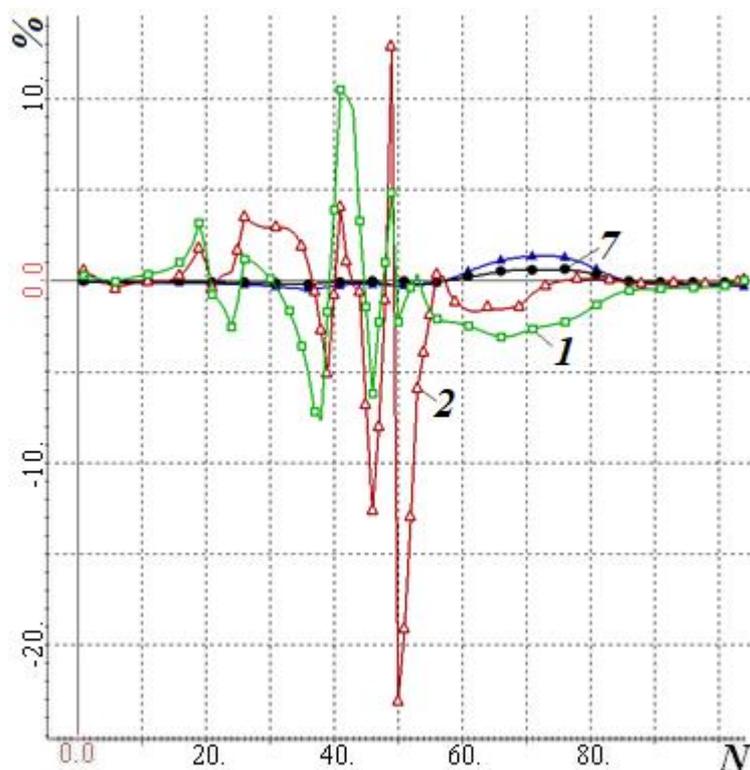


Рисунок 4.31 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на третьем профиле (индекс кривой – номер итерации). Кривая с закрашенными треугольниками – входные сигналы

4.4 Анализ работы разработанной вычислительной схемы в различных ситуациях, возникающих при решении практических задач

Рассмотрим ситуацию, когда начальное разбиение исследуемой области выбирается так, что границы блочной структуры по оси Y (для ее начального состояния) не совпадают с границами поляризующихся объектов. Для геоэлектрической модели, описанной в пункте 3.2 (пример 1), выберем исследуемую область и ее начальное разбиение так, как это показано на рисунке 4.32. Положение профилей показано на рисунке 4.32 штрихпунктирной линией. Жирными линиями обозначены границы подобластей начального разбиения. Пунктирными линиями обозначены истинные границы аномальных по поляризуемости объектов.

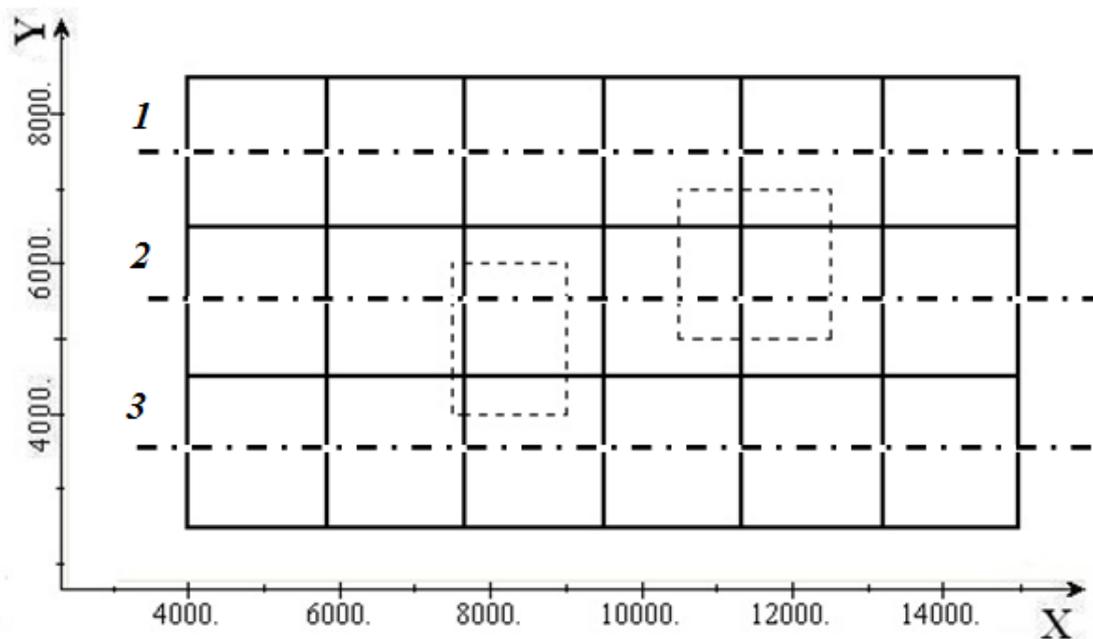


Рисунок 4.32. Начальное разбиение (границы аномальных по поляризуемости объектов не совпадают с границами подобластей по оси Y)

На рисунке 4.33 показан результат использования разработанной вычислительной схемы.

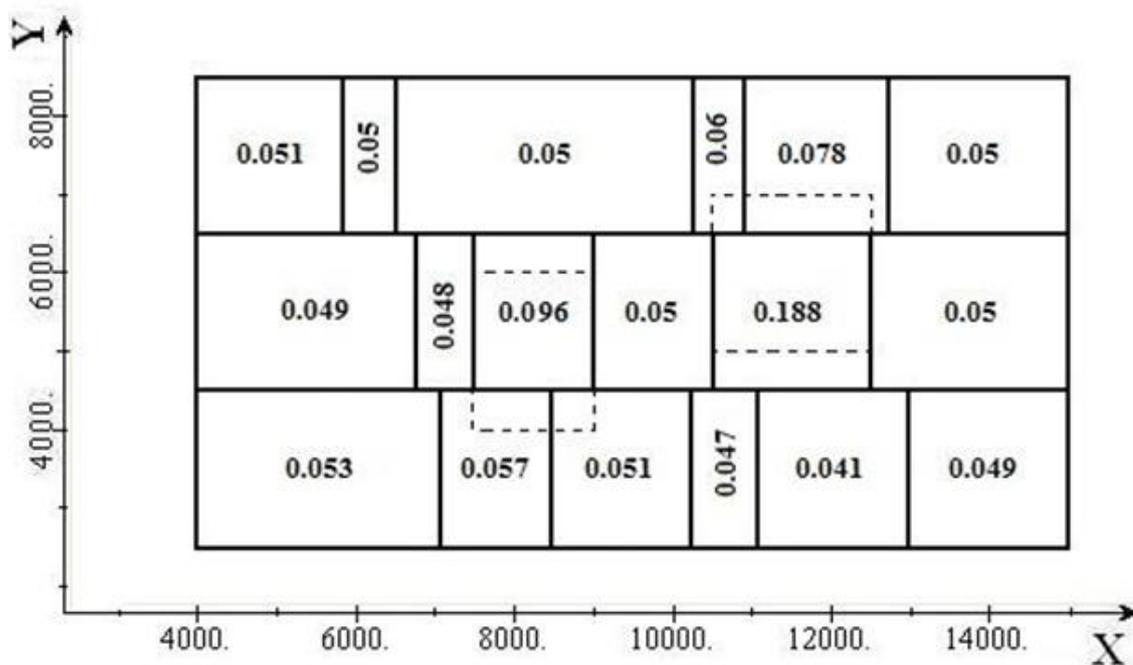


Рисунок 4.33. Результирующее разбиение исследуемой области (границы аномальных по поляризуемости объектов не совпадают с границами подобластей по оси Y)

Жирными линиями обозначены границы подобластей результирующего разбиения. Пунктирными линиями обозначены истинные границы аномальных по поляризуемости объектов. Числовые значения соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости. Начальное значение функционала невязки $\Phi(\mathbf{b}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_i^2(t_l) (V(t_l) - \tilde{V}_i(t_l))^2}$ равно $8.76 \cdot 10^{-4}$, конечное значение функционала невязки равно $1.19 \cdot 10^{-5}$. В качестве $\omega_i^2(t_l)$ использовались значения, обратные модулю разности потенциалов поляризующего поля в i -ом приемнике. На рисунке 4.34 показаны рассчитанные для найденной модели значения модуля разности потенциалов поля ВП, деленные на модуль разности потенциалов поляризующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям.

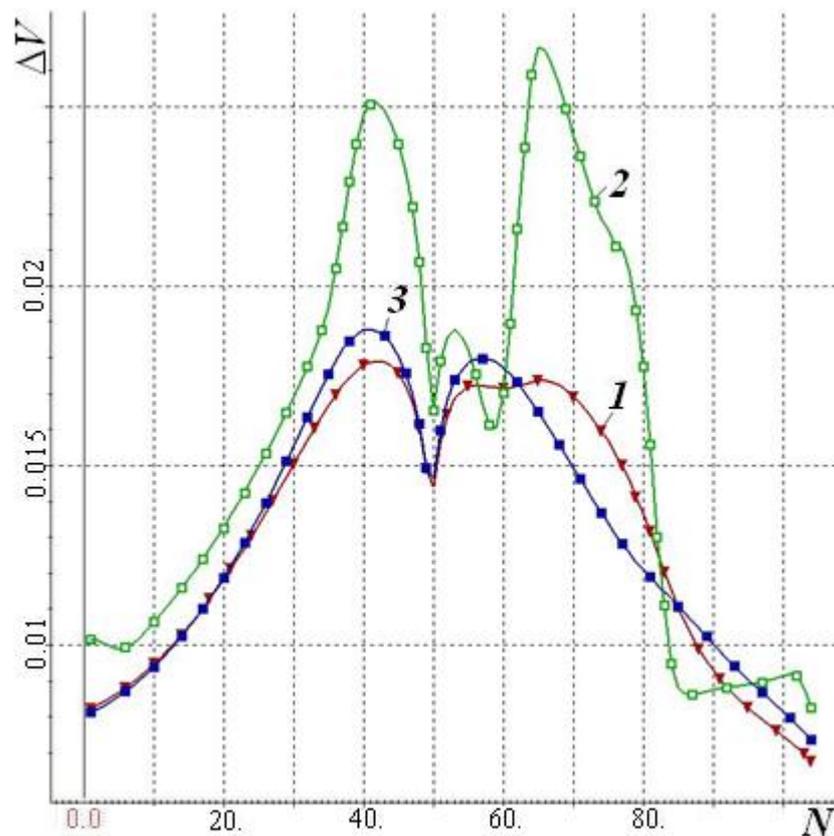


Рисунок 4.34 – Модуль рассчитанных для найденной модели значений разности потенциалов поля ВП, деленных на разность потенциалов поляризующего поля, на приемных линиях $M_i N_i$ в момент времени $t = 0.1$ мс по трем профилям (индекс кривой – номер профиля)

На рисунках 4.35, 4.36, 4.37 показано отклонение рассчитанных значений разности потенциалов поля ВП (в приемных линиях $M_i N_i$) от истинных значений разности потенциалов поля ВП на семи итерациях процесса минимизации функционала для каждого из профилей в момент времени $t = 0.1$ мс.

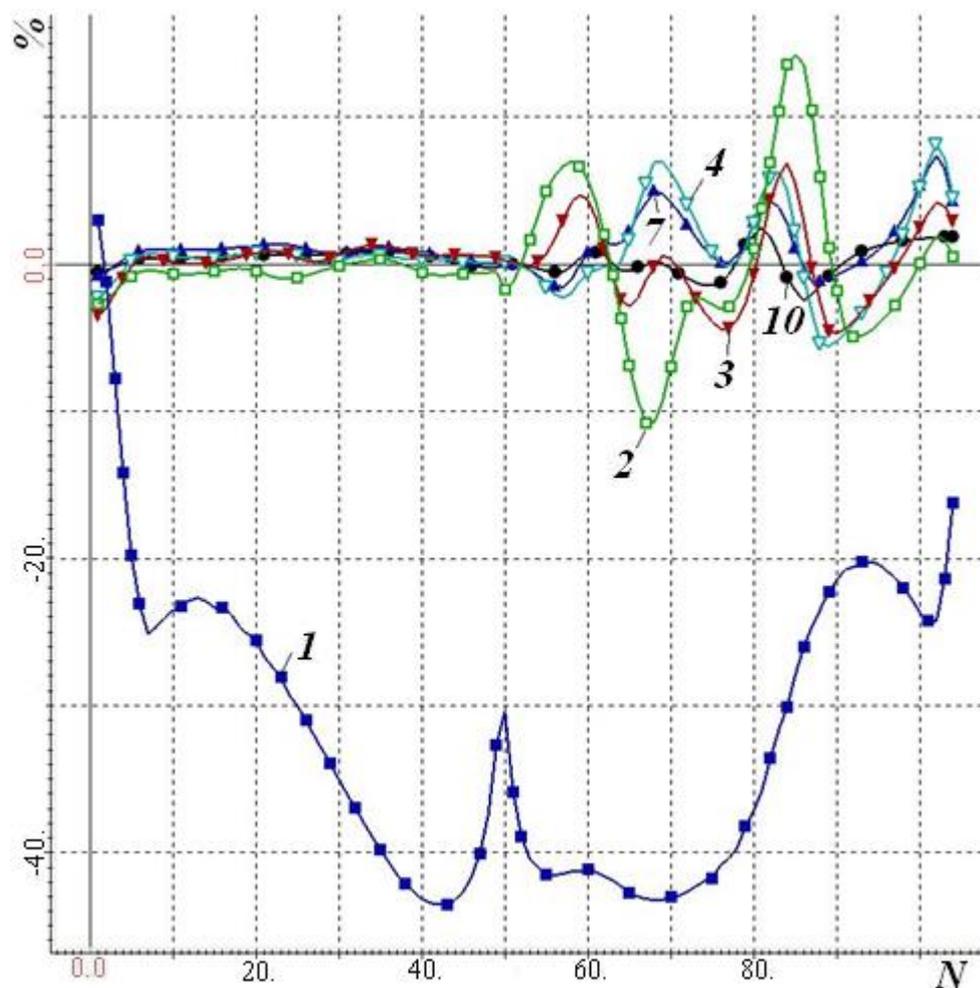


Рисунок 4.35 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на первом профиле (индекс кривой – номер итерации)

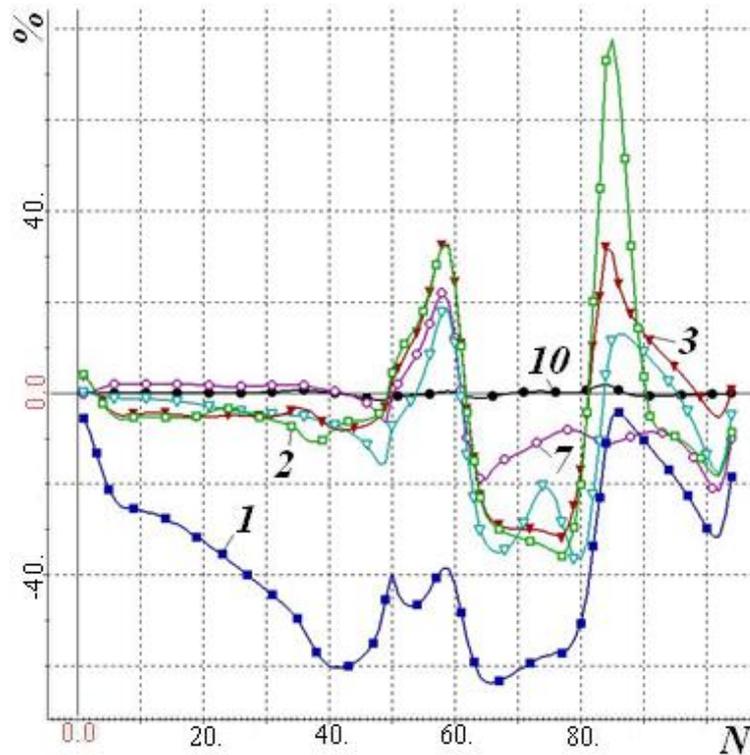


Рисунок 4.36 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на втором профиле (индекс кривой – номер итерации)

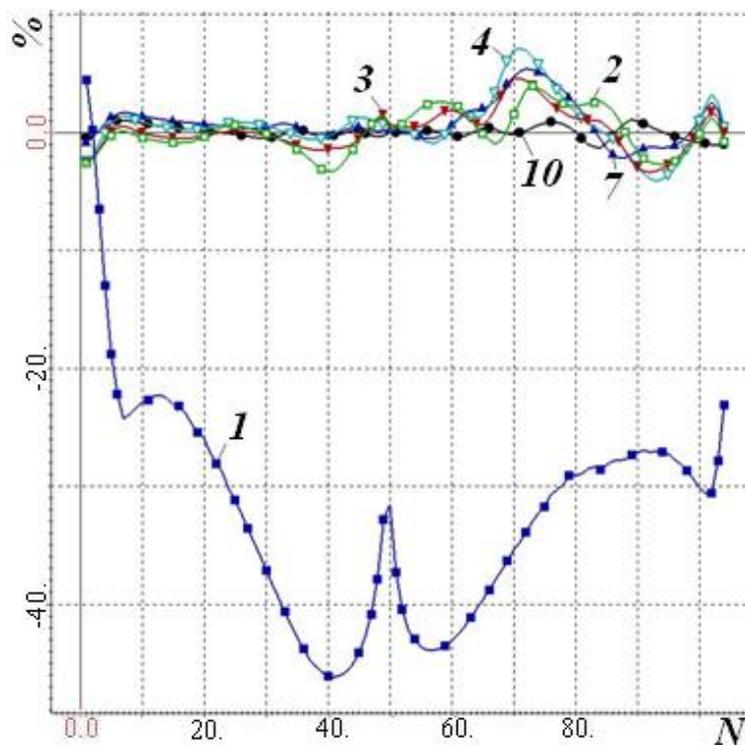


Рисунок 4.37 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса на третьем профиле (индекс кривой – номер итерации)

На основании модели среды, полученной на первом этапе инверсии, выберем новое начальное разбиение исследуемой области. Далее зафиксируем границы подобластей по оси X , будем искать новые положения границ по оси Y и значения поляризуемости в подобластях. На рисунке 4.33 видно, что повышенным значением поляризуемости обладают две подобласти (средний ряд, третья и пятая подобласти), соответственно, мы можем предположить, что аномальные по поляризуемости объекты находятся в отрезке $[7500; 12500]$ по оси X и уменьшить размер исследуемой области по оси X . Количество подобластей по оси Y необходимо оставить прежним. Новое начальное разбиение исследуемой области приведено на рисунке 4.38. Жирными линиями обозначены границы подобластей начального разбиения. Пунктирными линиями обозначены истинные границы аномальных по поляризуемости объектов.

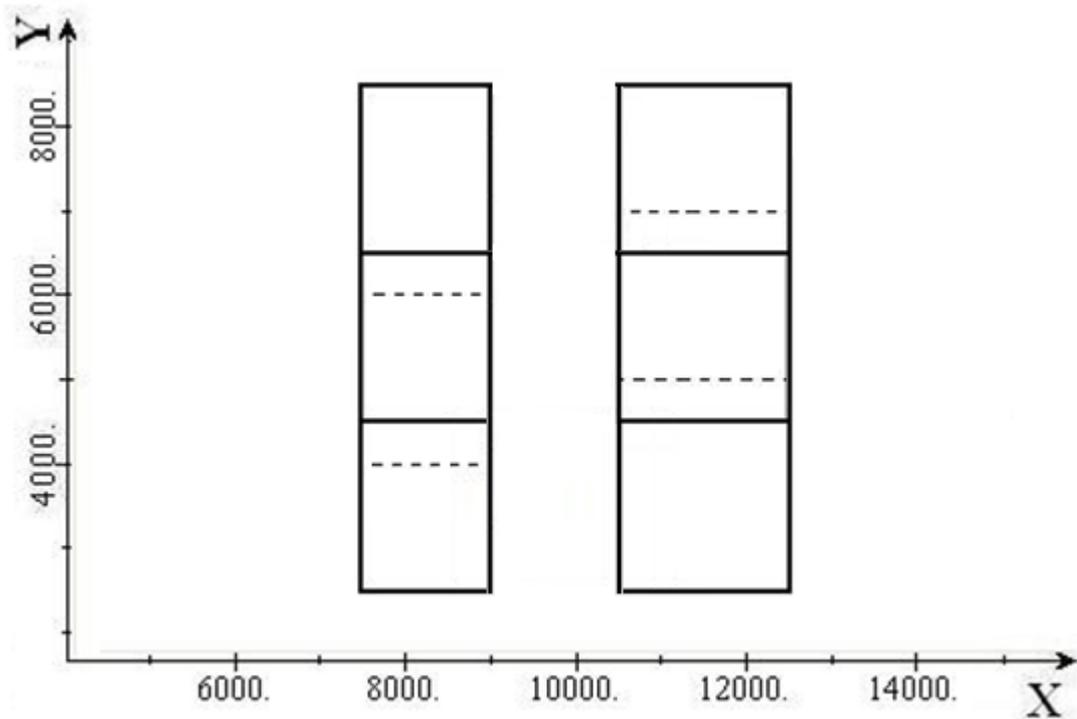


Рисунок 4.38. Начальное разбиение на втором этапе инверсии

На рисунке 4.39 показан результат второго этапа инверсии.

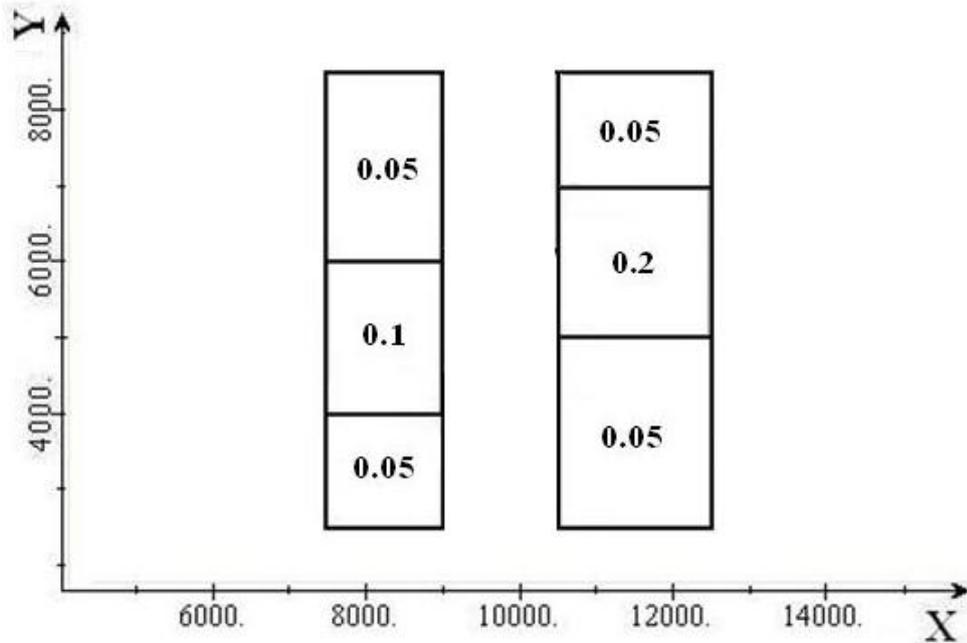


Рисунок 4.39. Результат второго этапа инверсии

Жирными линиями обозначены границы подобластей результирующего разбиения. Пунктирными линиями обозначены границы аномальных по поляризуемости объектов. Числовые значения соответствуют найденным в подобластях значениям поляризуемости. Начальное значение функционала

невязки $\Phi(\mathbf{b}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_i^2(t_l) (V(t_l) - \tilde{V}_i(t_l))^2}$ равно $1.07 \cdot 10^{-4}$, конечное

значение функционала невязки равно $7.5 \cdot 10^{-13}$. В качестве $\omega_i^2(t_l)$ использовались значения, обратные значениям модуля разности потенциалов поляризуемого поля в i -м приемнике. Таким образом, после двух этапов геометрической инверсии удалось точно определить положение обоих аномальных по поляризуемости объектов и величину их поляризуемости. На рисунках 4.40, 4.41, 4.42 показано отклонение рассчитанных значений разности потенциалов поля ВП (в приемных линиях $M_i N_i$), от истинных значений разности потенциалов поля ВП на четырех итерациях процесса минимизации функционала для каждого из профилей в момент времени $t = 0.1$ мс.

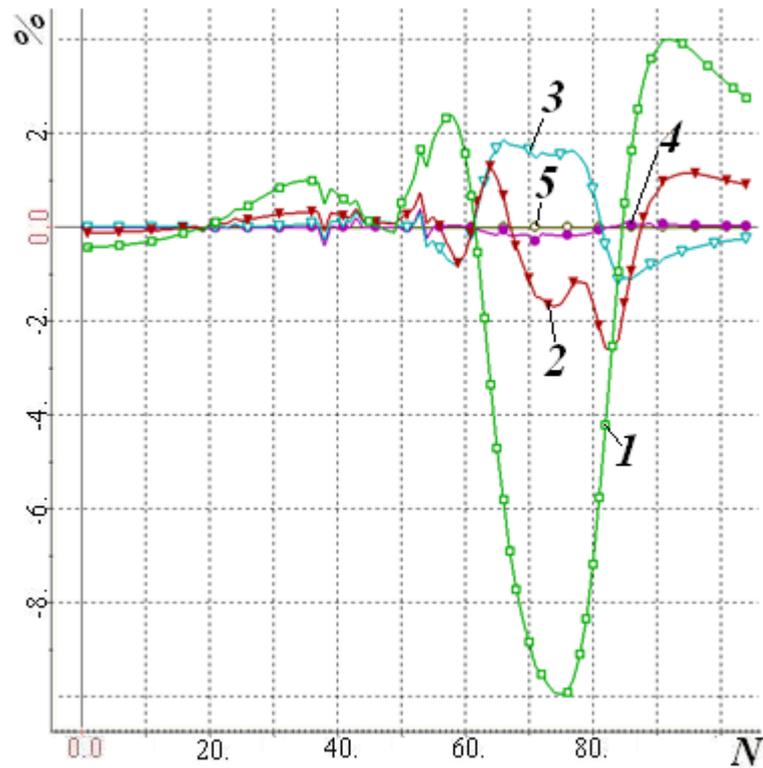


Рисунок 4.40 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса второго этапа инверсии на первом профиле (индекс кривой – номер итерации)

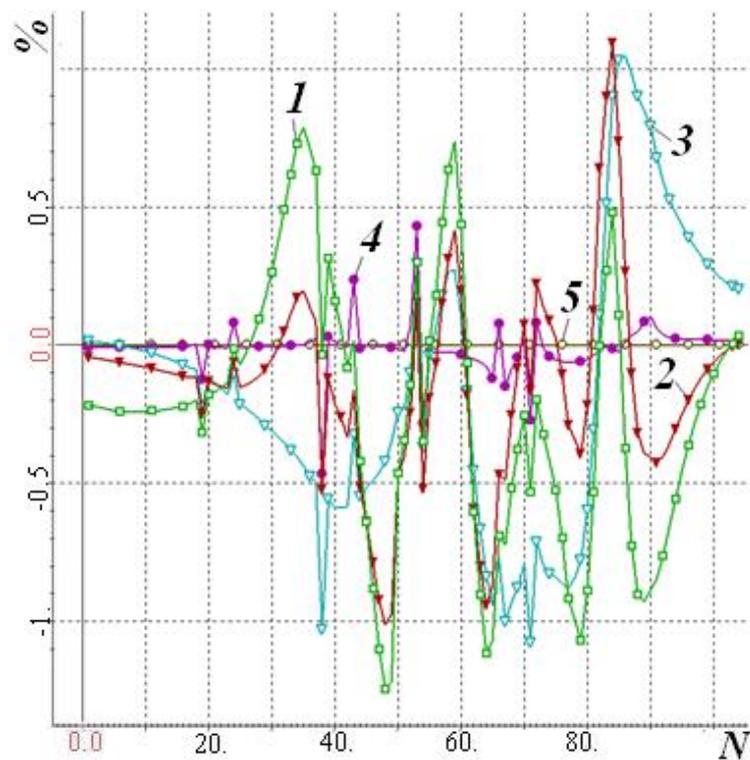


Рисунок 4.41 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса второго этапа инверсии на втором профиле (индекс кривой – номер итерации)

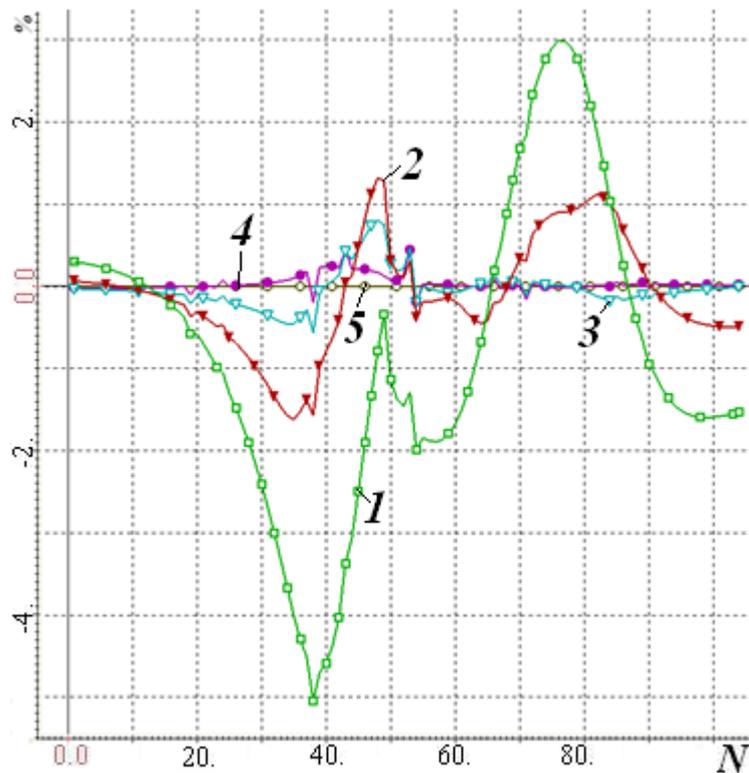


Рисунок 4.42 - Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса второго этапа инверсии на третьем профиле (индекс кривой – номер итерации)

Далее проведем две серии вычислительных экспериментов. В качестве вмещающей среды будем рассматривать однородное полупространство с параметрами $\sigma_{cp} = 0.01$ См/м, $\alpha_{cp} = 0.001$, в которое на глубине 100 м помещен слой со следующими параметрами: $\sigma_{cl} = 0.05$ См/м, $\alpha_{cl} = 0.05$, $h_{cl} = 100$ м (σ - удельная проводимость, α - поляризуемость, h - толщина). Поместим в этот слой объект с отличной от слоя проводимостью и поляризуемостью. Далее выберем произвольную область, которая полностью или частично перекрывает объект. Попробуем в данной области восстановить значения параметра поляризуемости и границы подобластей, отличных по значению параметра поляризуемости. Затем изменим размеры объекта и вновь попытаемся восстановить параметры среды в выбранной ранее области. В первой серии вычислительных экспериментов выберем в качестве области восстановления параметров среды «узкую» по оси Y область с размерами $600 \times 100 \times 100$ м³. Разобьем эту область на три подобласти,

как показано на рисунке 4.43 (границы подобластей обозначены штрих-пунктирной линией), для каждой подобласти найдем значение параметра поляризуемости и определим положение границ подобластей, которое и можно считать границами объекта.

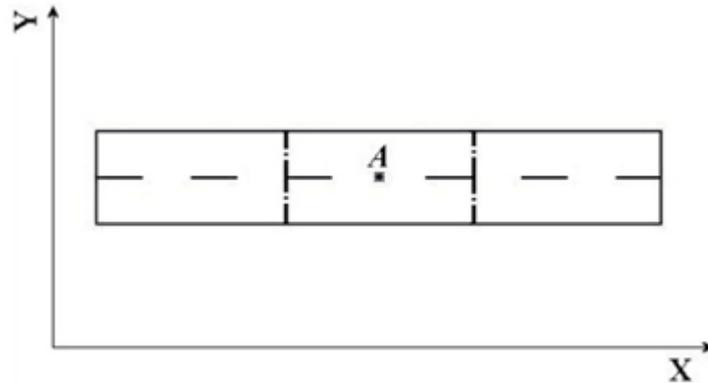


Рисунок 4.43 – Разбиение «узкой» области восстановления параметров на ячейки

Проведем вычисления для четырех вариантов размера поискового (аномального по поляризуемости) объекта с характеристиками $\sigma_{об} = 1 \text{ См/м}$, $\alpha_{об} = 0.15$. Размеры объекта для каждого варианта приведены в таблице 4.5. Положение поискового объекта относительно области восстановления параметров приведено на рисунке 4.44. Параметр спада вычисляется по формуле $\beta(t) = 1 - \exp(-\sqrt[n]{t/T_0} \ln 2)$, $n = 3$, $T_0 = 0.02$. Практические данные моделируются вдоль одного профиля, его расположение показано пунктирной линией на рисунке 4.44. Длина приемных линий $M_i N_i$ 50 м.

Таблица 4.5 – Размеры объекта

Номер варианта	Размер по оси X, м	Размер по оси Y, м	Размер по оси Z, м
1	200	100	100
2	200	200	100
3	200	300	100
4	200	400	100

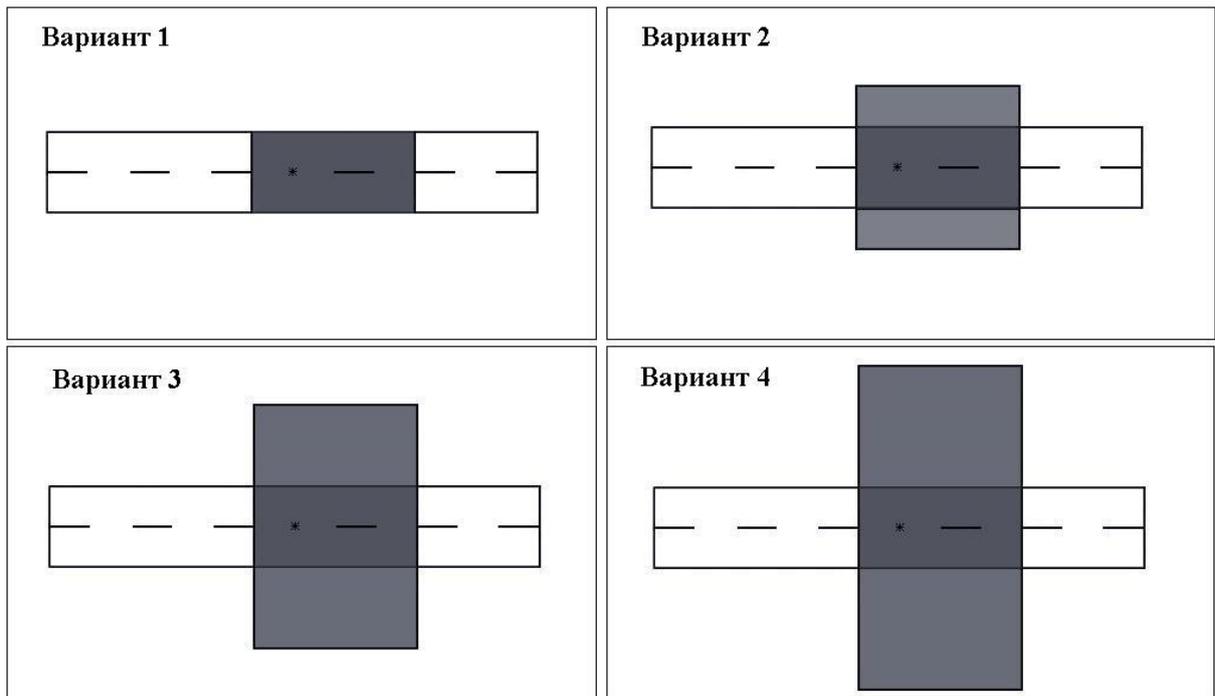


Рисунок 4.44 – Положение поискового объекта относительно области восстановления параметров

В таблице 4.6 приведены восстановленные параметры среды для ячеек «узкой» области, начальные и конечные значения функционала невязки

$$\Phi(\mathbf{b}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^p \omega_i^2(t_l) (V(t_l) - \tilde{V}_i(t_l))^2}. \text{ Веса } \omega_i(t_l) = 1, \text{ В таблице 4.7 приведено}$$

сравнение истинных $(x_{ист}, \alpha_{ист})$ и восстановленных $(x_{восст}, \alpha_{восст})$ значений координаты X границ поискового объекта и его поляризуемости. По данным таблицы 4.7 видно, что в том случае, когда границы объекта по оси Y совпадают с границами области восстановления параметров, удается найти и правильное положение границ объекта по оси X , и значения поляризуемости во всей области восстановления параметров (вариант 1).

При увеличении размера поискового объекта по оси Y положение границ объекта по оси X восстанавливается практически правильно, но значение поляризуемости во всей области восстановления параметров завышается, хотя в целом, восстанавливается вполне корректно.

Таблица 4.6 – Восстановленные параметры среды для ячеек «узкой» области

Номер варианта	Номер ячейки	Левая граница по оси X , м	Правая граница по оси X , м	Поляризуемость	Начальный функционал невязки	Конечный функционал невязки
1	1	4700	4950	0.05	1.70E-004	1.46E-014
	2	4950	5150	0.15		
	3	5150	5300	0.05		
2	1	4700	4950	0.05	1.60E-004	6.26E-006
	2	4950	5150	0.23		
	3	5150	5300	0.05		
3	1	4700	4950	0.05	1.68E-004	9.33E-006
	2	4950	5150	0.26		
	3	5150	5300	0.07		
4	1	4700	4960	0.06	1.91E-004	2.87E-005
	2	4960	5140	0.29		
	3	5140	5300	0.09		

Таблица 4.7 – Сравнение истинных и восстановленных границ объекта и его поляризуемости

Номер варианта	Левая граница по оси X , м		Правая граница по оси X , м		Поляризуемость	
	$x_{восст}$	$x_{ист}$	$x_{восст}$	$x_{ист}$	$\alpha_{восст}$	$\alpha_{ист}$
1	4950	4950	5150	5150	0.15	0.15
2	4950	4950	5150	5150	0.23	0.15
3	4950	4950	5150	5150	0.26	0.15
4	4960	4950	5140	5150	0.29	0.15

На рисунках 4.45, 4.46, 4.47, 4.48 показано отклонение рассчитанных значений разности потенциалов поля ВП (в приемных линиях $M_i N_i$) от истинных значений разности потенциалов поля ВП. На рисунке 4.45 показаны отклонения рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса. Первая итерация соответствует значениям, рассчитанным для среды без поискового объекта. Данные на рисунке 4.45 приведены для варианта 1.

На рисунках 4.46, 4.47, 4.48 показаны отклонения значений разности потенциалов для среды без поискового объекта и отклонения значений разности потенциалов для восстановленной среды. На рисунке 4.46 данные приведены для варианта 2, на рисунке 4.47- для варианта 3, на рисунке 4.48 - для варианта 4.

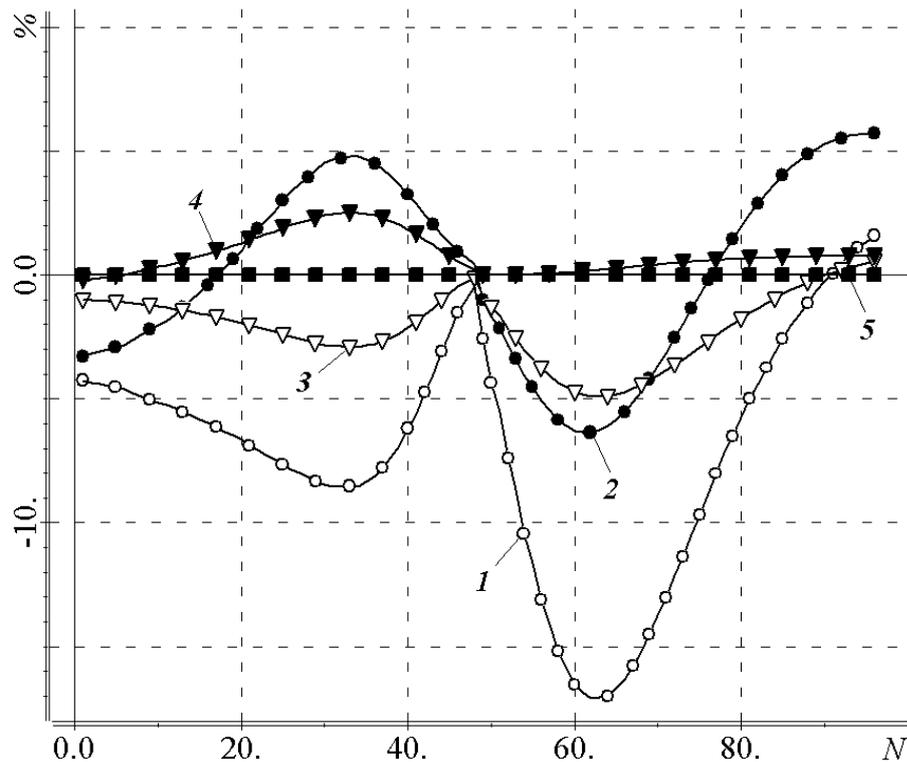


Рисунок 4.45 – Отклонения рассчитанных значений разности потенциалов от истинных в течение итерационного процесса для варианта 1 (индекс кривой – номер итерации)

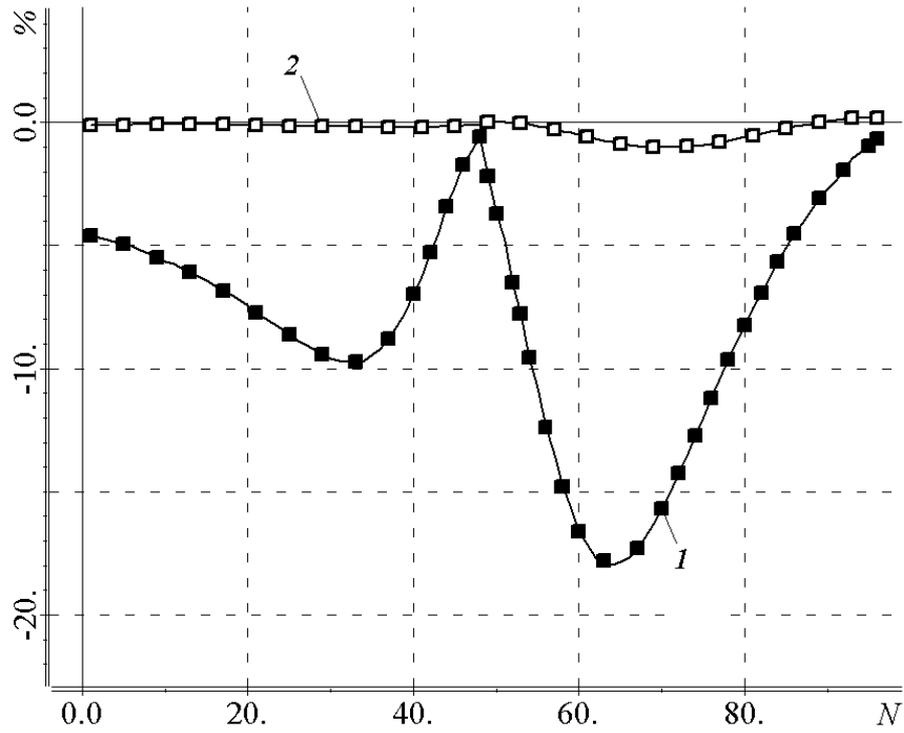


Рисунок 4.46 – Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов для варианта 2 (1 – среда без поискового объекта, 2 – восстановленная среда)

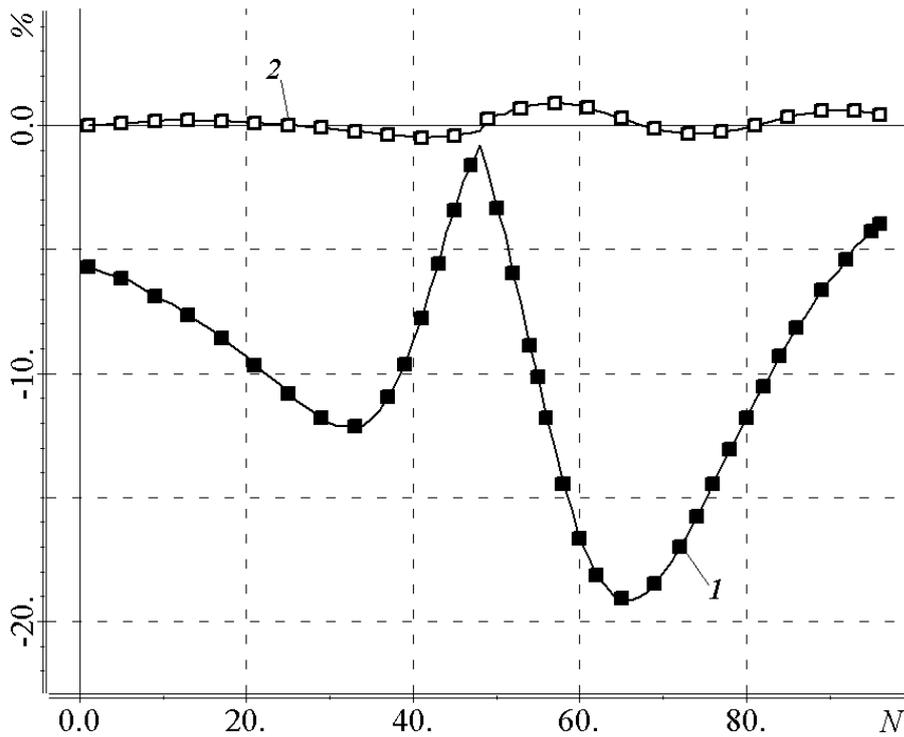


Рисунок 4.47 – Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов для варианта 3 (1 – среда без поискового объекта, 2 – восстановленная среда)

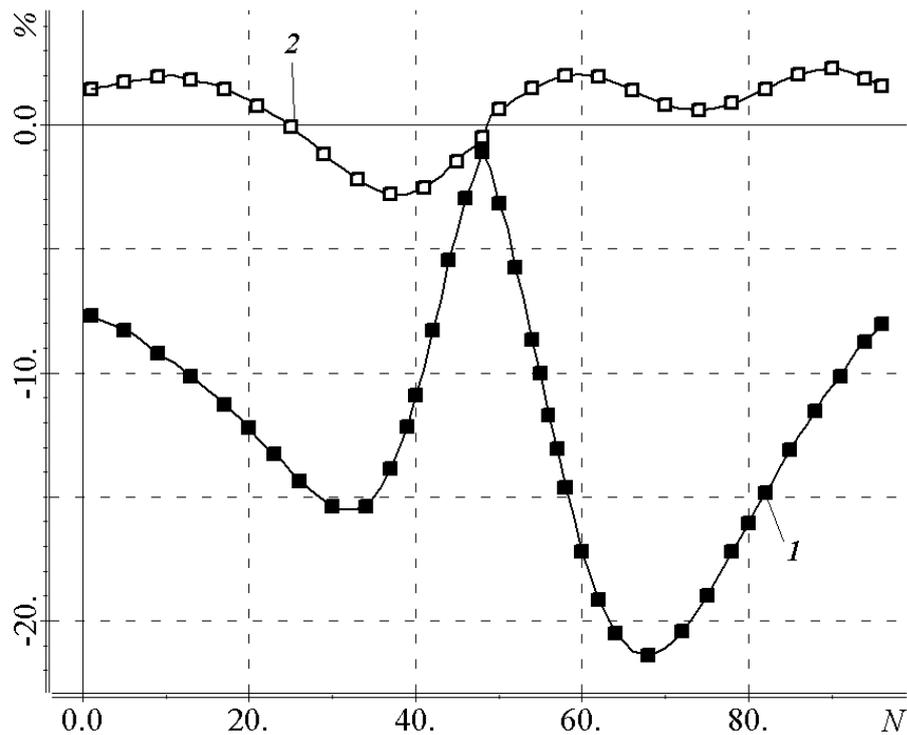


Рисунок 4.48 – Отклонение рассчитанных значений разности потенциалов для варианта 4 (1 – среда без поискового объекта, 2 – восстановленная среда)

Теперь рассмотрим обратную ситуацию. В качестве области восстановления параметров среды выберем «широкую» область с размерами $600 \times 400 \times 100$ м³. Разобьем эту область на три подобласти, как показано на рисунке 4.49 (границы подобластей обозначены штрих-пунктирной линией). Как и в первом случае, для каждой подобласти найдем значение поляризуемости и определим положение границ ячеек по оси X .

Вычисления будем проводить для вариантов поискового объекта с теми же параметрами, что и в первой серии вычислительных экспериментов. Положение объекта относительно «широкой» области восстановления параметров приведено на рисунке 4.50.

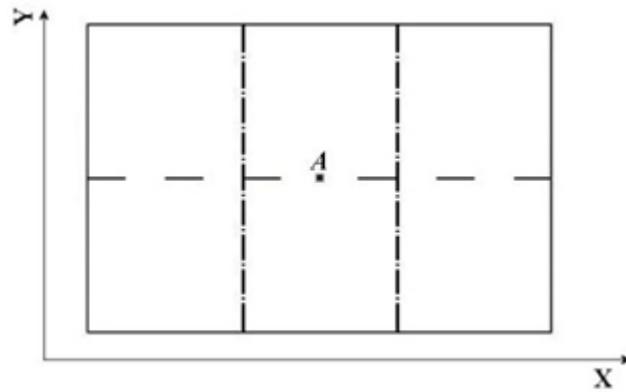


Рисунок 4.49– Разбиение «широкой» области восстановления параметров среды на подобласти

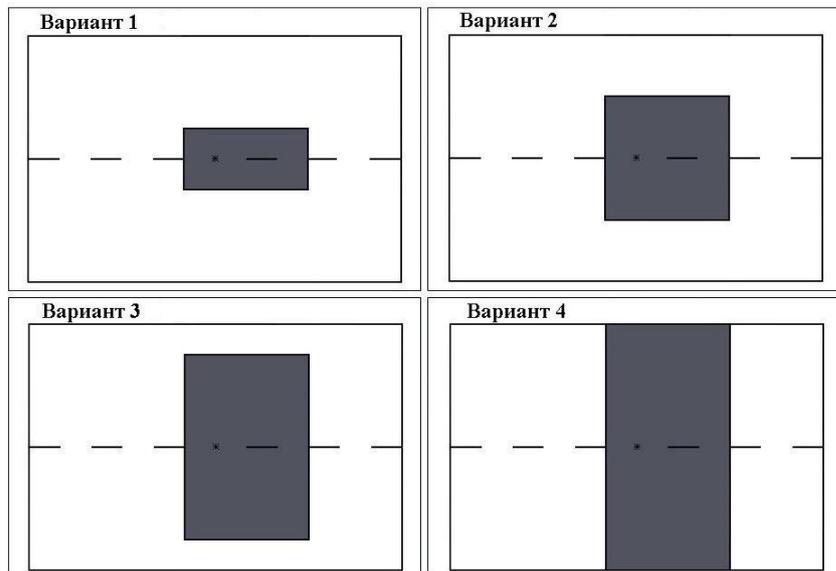


Рисунок 4.50 – Положение поискового объекта относительно области восстановления параметров

Восстановленные параметры среды для подобластей «широкой» области приведены в таблице 4.8. В таблице 4.9 приведено сравнение истинных $(x_{ист}, \alpha_{ист})$ и восстановленных $(x_{восст}, \alpha_{восст})$ значений координаты X границ поискового объекта по оси X и его поляризуемости.

Таблица 4.8 – Восстановленные параметры среды для ячеек «широкой» области

Номер варианта	Номер ячейки	Левая граница по оси X , м	Правая граница по оси X , м	Поляризуемость	Начальный функционал невязки	Конечный функционал невязки
1	1	4700	5040	0.05	1.70E-004	4.26E-005
	2	5040	5070	0.30		
	3	5070	5300	0.04		
2	1	4700	5040	0.05	1.60E-004	4.32E-005
	2	5040	5130	0.15		
	3	5130	5300	0.04		
3	1	4700	5020	0.05	1.68E-004	1.81E-005
	2	5020	5070	0.34		
	3	5070	5300	0.05		
4	1	4700	4950	0.05	1.91E-004	5.04E-014
	2	4950	5150	0.15		
	3	5150	5300	0.05		

Таблица 4.9 – Сравнение истинных и восстановленных границ объекта и его поляризуемости

Номер объекта	Левая граница по оси X , м		Правая граница по оси X , м		Поляризуемость	
	$x_{восст}$	$x_{ист}$	$x_{восст}$	$x_{ист}$	$\alpha_{восст}$	$\alpha_{ист}$
1	5040	4950	5070	5150	0.30	0.15
2	5040	4950	5130	5150	0.15	0.15
3	5020	4950	5070	5150	0.34	0.15
4	4950	4950	5150	5150	0.15	0.15

По данным таблицы 4.9 видно, что во второй серии вычислительных экспериментов также удается точно определить границы объекта по оси X и значения поляризуемости во всей области восстановления параметров для той ситуации, когда границы объекта по оси Y совпадают с границами области восстановления параметров (вариант 4), в остальных случаях границы и поляризуемость восстанавливаются хотя и не точно, но корректно. При уменьшении объекта по оси Y восстанавливается более «узкий» по оси X объект.

Выводы по главе 4

1. Проведено сравнение двух подходов к выполнению 3D-инверсии данных ВП: подхода, реализующего 3D-инверсию в ячеистой структуре с фиксированными границами, и подхода, реализующего геометрическую 3D-инверсию. При использовании алгоритма, основанного на восстановлении параметров поляризуемости в ячеистой структуре с фиксированными границами, практически точно восстановились параметры поляризуемости для поляризуемого объекта, границы которого совпадают с границами ячеек фиксированного разбиения. Для поляризуемого объекта, границы которого не совпадали с границами ячеек этого разбиения, восстановленный объект получился больше по размерам и значение его поляризуемости занижено. Дробление исследуемой области на более мелкие ячейки приводит к тому, что распределение поляризуемости становится «пестрым», границы объектов точнее восстановить не удастся, и при этом появляются «ложные» объекты с повышенным значением поляризуемости. Улучшить ситуацию помогает использование процедуры сглаживания, то есть добавление дополнительного ограничения, требующего, чтобы значения в соседних ячейках отличались не более чем в заданное число раз. Процедура сглаживания помогает избавиться от «пестроты», получить значения поляризуемости ближе к истинным, но границы объектов остаются размытыми. При этом рассчитанные сигналы поля ВП от «пестрой» модели без сглаживания оказываются самыми близкими к «практическим».

2. Приведены результаты применения разработанных подходов к выполнению 3D-инверсии данных ВП для зашумленных исходных данных. Данные для «истинной» модели среды были зашумлены с различным уровнем шума. Перед проведением инверсии осуществлялась предобработка зашумленного сигнала на основе априорной информации о характере сигнала ВП, полученные после такой предобработки сигналы подавались в качестве весов в процедуру инверсии. Положение аномальных по поляризуемости объектов и значения поляризуемости в них удалось восстановить близкими к истинным даже при достаточно большом зашумлении входных данных.

3. Показаны возможности разработанных подходов для ситуации, когда распределение проводимости в исследуемой среде точно не известно. В результате инверсии сигналов ВП была получена модель, в которой удалось точно определить положение поляризующихся объектов, значения поляризуемости найдены близкими к истинным.

4. Приведены результаты работы программы, когда блочная структура выбрана без учета расположения поисковых объектов. Показано, что для блочной структуры, границы разбиения которой не совпадают с границами искомых объектов ни по оси X , ни по оси Y , удастся корректно восстановить положение аномальных по поляризуемости объектов и величину поляризуемости в них.

5. Выполнено две серии вычислительных экспериментов для определения оптимальной работы по одиночным профилям. В качестве исследуемой среды выбрана горизонтально-слоистая среда с трехмерным объектом. Размер объекта по оси X был одинаковым, по оси Y - различным. В первой серии экспериментов выбрана «узкая» по оси Y область восстановления параметров. Показано, что в том случае, когда границы объекта по оси Y совпадают с границами области восстановления параметров, удастся найти и правильное положение границ объекта по оси X , и значения поляризуемости во всей области восстановления параметров. При увеличении размера поискового объекта по оси Y положение границ объекта по оси X восстанавливается практически правильно, но значение поляризуемости во всей области восстановления

параметров завышается, хотя в целом, восстанавливается вполне корректно. Во второй серии экспериментов была выбрана «широкая» по оси Y область восстановления параметров. При уменьшении объекта по оси Y восстанавливается более «узкий» по оси X объект. Таким образом, при проведении исследований среды по данным с одиночных профилей, область восстановления поляризующихся объектов по оси, перпендикулярной профилю, лучше выбирать относительно узкой.

ГЛАВА 5 ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС, РЕАЛИЗУЮЩИЙ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

5.1 Структура программного комплекса GInP, его основные модули и структуры данных

Общая структура программного комплекса приведена на рисунке 5.1. Программный комплекс содержит три основных модуля: модуль решения двумерной задачи `2d_direct`, модуль решения прямой трехмерной задачи вызванной поляризации `3d_direct`, модуль решения обратной задачи вызванной поляризации `3d_inverse`.

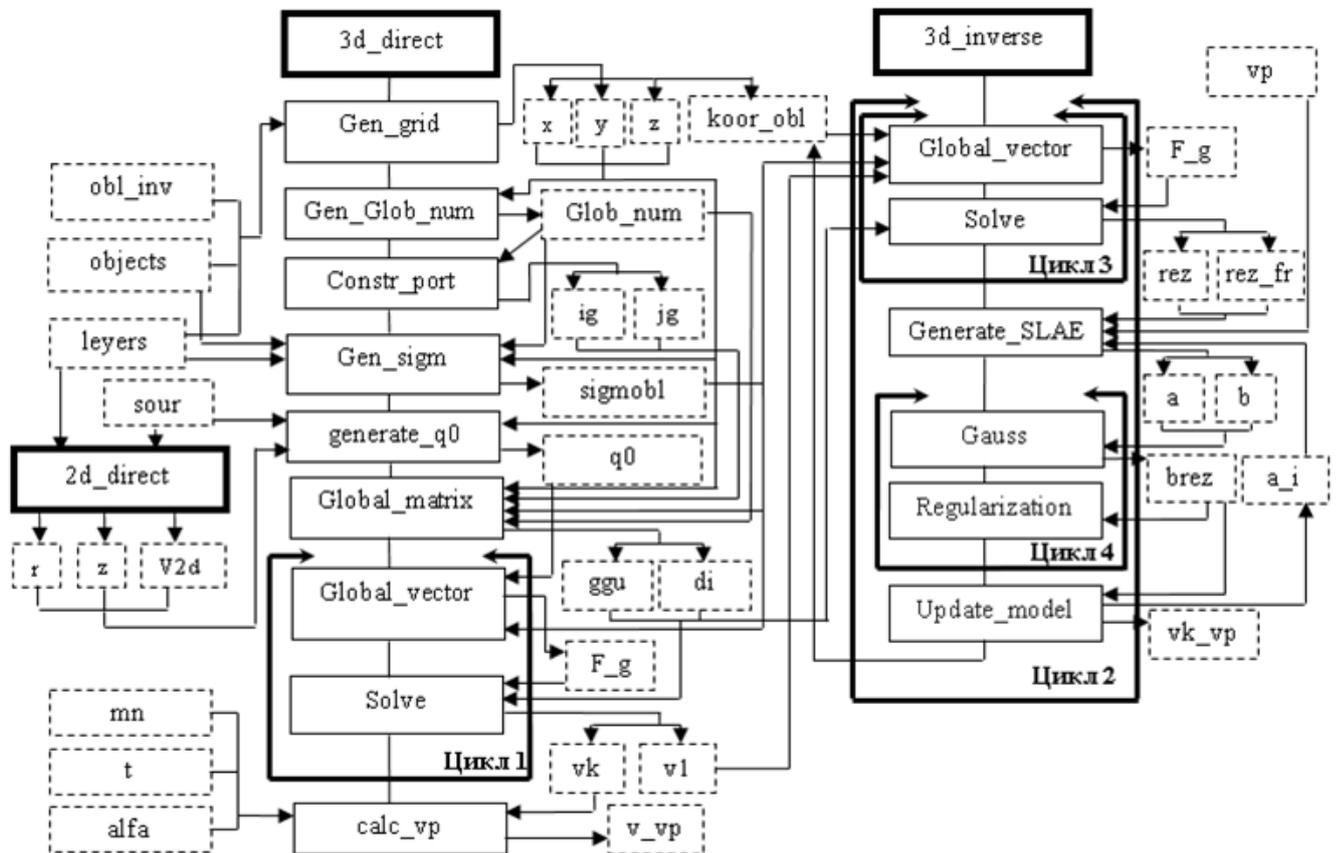


Рисунок 5.1 Общая структура программного комплекса

Прямоугольниками со сплошными линиями на рисунке 5.1 показаны основные модули, прямоугольниками с пунктирными линиями обозначены структуры данных, стрелками показаны связи между структурами данных и модулями. Стрелка, направленная от структуры данных к модулю, обозначает

передачу структуры данных в модуль. Стрелка, направленная от модуля, указывает на возвращаемые модулем данные.

Входными данные программного комплекса являются:

- измеренные практические данные ВП;
- характеристики системы наблюдений;
- параметры блочной структуры.

Выходными данными являются:

- параметры подобранной геоэлектрической модели;
- рассчитанные сигналы поля ВП на приемных линиях.

Входные данные могут быть сгенерированы пользователем с помощью стороннего программного модуля [38], позволяющего в удобном формате строить блочные структуры и задавать систему наблюдений. С помощью этого же программного модуля можно визуализировать результаты.

Программный комплекс может быть запущен в двух режимах: режим решения прямой задачи, позволяющий моделировать сигналы ВП для заданной геоэлектрической модели, и режим решения обратной задачи, позволяющий искать параметры среды по измеренным сигналам поля ВП.

Модуль решения двумерной задачи предназначен для нахождения распределения электрического потенциала, описывающего поле в полупространстве без трехмерных объектов.

Входными данными являются:

levers – параметры горизонтально-слоистой среды (толщина, проводимость и параметры поляризуемости слоев);

sour – характеристики источника.

Результатом выполнения данного модуля являются массивы *r*, *z* – координаты узлов двумерной конечноэлементной сетки, *V2d* – значения потенциала в узлах двумерной сетки.

Модуль решения прямой трехмерной задачи вызванной поляризации предназначен для моделирования процессов ВП в трехмерной среде. На первом

этапе выполняется модуль `Gen_grid` – построение конечноэлементной трехмерной сетки. Входными данными модуля `Gen_grid` являются:

`objects` – параметры объектов (размеры, проводимость, параметры поляризуемости). При запуске программы в режиме решения прямой задачи поле ВП будет рассчитываться на основании этих данных. Для режима решения обратной задачи данная структура будет использоваться только для получения информации о распределении проводимости в исследуемой среде;

`layers` – параметры горизонтально-слоистой среды (толщина, проводимость и параметры поляризуемости слоев)

`obl_inv` – параметры блочной структуры (количество подобластей, их размеры, начальные параметры поляризуемости);

Результатом выполнения этого модуля являются массивы `x`, `y`, `z`, содержащие координаты трехмерной сетки, и массив `koog_obl`, который содержит номера узлов конечноэлементной сетки для начального разбиения области восстановления параметров поляризуемости на подобласти. Сетка по осям `x` и `y` строится тремя частями. Первая часть – область от левой границы основной области моделирования поля к началу расчетной области (неравномерная с разрядкой влево), вторая часть – область внутри основной области моделирования поля (с учетом всех внутренних границ), третья часть – область от правой границы основной области моделирования поля к концу расчетной области (неравномерная с разрядкой вправо). Первая часть формируется справа налево, остальные две слева направо. В процессе построения расчетной сетки учитываются границы подобластей начального разбиения области восстановления параметров поляризуемости на подобласти, так как в процессе решения обратной задачи используется эта же трехмерная расчетная сетка. Учет границ подобластей начального разбиения области восстановления параметров подразумевает корректировку расчетной сетки в том случае, если левая или правая граница какой-либо подобласти попадает в какой-либо интервал расчетной сетки. Если граница подобласти попадает в интервал расчетной сетки, то определяется ближайший к границе подобласти узел расчетной сетки и координата этого узла

заменяется координатой границы подобласти. Если в основной области моделирования несколько объектов, то расчетная сетка строится для объектов в порядке их расположения по соответствующей оси координат, при переходе от одного объекта к другому размер граничных ячеек регулируется.

Расчетная сетка по z строится равномерно в той части области, где заданы слои, а в последнем слое шаг увеличивается с заданной разрядкой. При построении расчетной сетки по z проверяется, не попадает ли в очередной текущий шаг граница раздела двух слоев или граница объекта. Если попадает, то шаг корректируется следующим образом: если граница раздела ближе к началу новой ячейки, то увеличивается предыдущий шаг, если ближе к концу ячейки, то уменьшается текущий шаг до границы раздела двух слоев или границы объекта.

После построения сетки выполняется модуль `Gen_Glob_num`. На основании массивов x , y , z формируется массив `Glob_num` – соответствие локальной и глобальной нумерации узлов конечноэлементной сетки. Этот массив необходим для дальнейшего определения вида глобальной матрицы (положения ненулевых компонент) и для того, чтобы по порядковому номеру конечного элемента расчетной трехмерной сетки можно было определить координаты его узлов. Далее на основании массива `Glob_num` в модуле `Constr_port` формируются массивы `ig`, `jg` для определения строк и столбцов ненулевых компонент глобальной матрицы. Затем в модуле `Gen_sigm` на основании данных массивов `objects`, `layers`, `Glob_num`, x , y , z формируется массив `sigmobl` – значения проводимости для каждого конечного элемента трехмерной расчетной сетки. Причем, если конечный элемент принадлежит какому-то объекту, то значение проводимости в структуре `sigmobl` будет записано со знаком минус. Далее в модуле `generate_q0` для узлов трехмерной расчетной сетки пересчитывается решение двумерной задачи $V2d$, полученное при выполнении модуля `2d_direct`, по формуле (1.9). Входными данными являются массивы r , z , $V2d$, x , y , z и массив `sour` – координаты источника для трехмерной сетки. В модуле `generate_q0` рассчитывается распределение электрического потенциала в трехмерной горизонтально-слоистой среде для каждого положения генераторной линии АВ.

Результатом выполнения модуля является массив q_0 – электрический потенциал от горизонтально-слоистой среды без объектов в узлах трехмерной расчетной сетки для каждого положения генераторной линии АВ. В модуле `Global_matrix` с помощью массивов $ig, jg, x, y, z, sigmobl, Glob_num$ рассчитываются элементы глобальной матрицы. Элементы глобальной матрицы в процессе решения прямой задачи рассчитываются один раз. Результатом выполнения модуля `Global_matrix` являются массивы di – диагональные элементы глобальной матрицы, ggu – внедиагональные элементы глобальной матрицы. Глобальная матрица полностью описывается массивами ig, jg, di, ggu .

Модули `Global_vector`, `Solve`, приведенные в схеме, выполняются в цикле. В модуле `Global_vector` строится глобальный вектор F_g , который используется в дальнейшем при решении СЛАУ. На первой итерации в качестве входных данных модуля `Global_vector` используются массивы $q_0, sigmobl$. Результатом выполнения модуля является массив F_g , который вместе с di, ggu передается в модуль `Solve` (модуль решения СЛАУ). Результатом выполнения этого модуля на первой итерации является массив v_1 , который содержит потенциал добавочного поля от трехмерных объектов в узлах трехмерной сетки для каждого положения генераторной линии АВ. Полным распределением потенциала в трехмерной горизонтально-слоистой среде с объектами является сумма полей, хранящихся в массивах q_0 и v_1 . Так как значения в массивах q_0 и v_1 получены для одних и тех же узлов трехмерной сетки, то для определения полного потенциала нет необходимости выполнять дополнительные преобразования и можно просто добавить к каждому значению массива v_1 соответствующее значение из массива q_0 . На следующих $k+n$ итерациях (k – количество поляризующихся слоев исследуемой среды, n – количество поляризующихся объектов) в качестве входных данных модуля `Global_vector` используются массивы v_1 – потенциал поляризующего поля от горизонтально-слоистой среды с объектами в узлах трехмерной расчетной сетки и $sigmobl$. Результатом выполнения модуля является обновленный массив F_g , который вместе с di, ggu передается в модуль `Solve`. Результатом выполнения цикла является массив vk , который содержит вклады от

каждого поляризующегося слоя и объекта в узлах трехмерной сетки для каждого положения генераторной линии АВ. Под вкладом подразумевается вклад слоя или объекта в суммарное поле вызванной поляризации при условии единичной поляризации этого слоя или объекта. На следующем этапе массивы mn – координаты приемных линий MN, в которых необходимо выдать поле ВП, t – моменты времени, в которых необходимо выдать поле ВП, $alfa$ – значения параметров поляризуемости для каждого слоя и объекта и vk передаются в модуль `calc_vp`. Результатом выполнения модуля является массив v_vp – значения поля вызванной поляризации в приемных линиях с течением времени для каждого положения генераторной линии АВ. v_vp – решение прямой трехмерной задачи вызванной поляризации.

Модуль решения обратной задачи вызванной поляризации `3d_inverse` предназначен для поиска границ аномальных по поляризуемости трехмерных объектов и величины поляризуемости в них. При решении обратной задачи используется расчетная трехмерная сетка, построенная при выполнении модуля `3d_direct`, поэтому при дальнейших вычислениях можно использовать структуры данных, построенные в модуле решения прямой задачи. При решении обратной задачи глобальная матрица имеет тот же вид, что и при решении прямой задачи. Модуль состоит из двух основных циклов. Внутренний цикл (Цикл 3) выполняется m раз, m – количество подобластей, на которые разбита исследуемая область. На каждой итерации Цикла 3 выполняется модуль `Global_vector`, в котором формируется массив F_g . Входными данными являются массив `koor_obl`, в котором хранится информация о размерах подобластей, `sigmobl` – распределение поляризуемости и $v1$ – потенциал поляризующего поля от горизонтально-слоистой среды с объектами в узлах трехмерной расчетной сетки. И далее решается СЛАУ с матрицей, описываемой структурами `ig`, `ig`, `ggu`, `dii` вектором F_g . Результатом выполнения Цикла 3 являются: массивы `rez` и `rez_fr`. Массив `rez` – вклады от каждой поляризующейся подобласти в приемных линиях MN для каждого положения генераторной линии АВ. Массив `rez_fr` содержит для каждой подобласти, для которой будет смещаться положение границ в процессе

решения, разницу между вкладом от этой подобласти и вкладом от этой же подобласти, но с размером, увеличенным на Δx_k по оси X, в приемных линиях MN для каждого положения генераторной линии.

Внешний цикл (Цикл 2) начинается с выполнения Цикла 3, в котором после выполнения Цикла 3, выполняется модуль `Generate_SLAE`. В модуль передаются массивы `rez`, `rez_fr`, `vp` – практические значения поля вызванной поляризации в приемных линиях с течением времени для каждого положения генераторной линии АВ, `a_i` – значение поляризуемости в подобластях на текущей итерации Цикла 2. Далее строятся матрица и вектор, вид которых приведен в (2.4). Результатом выполнения модуля `Generate_SLAE` является массив `a` – плотная матрица А из (2.4) и массив `b` – вектор F из (2.4). Следующим шагом выполняется внутренний цикл Цикл 4. Сначала массивы `a` и `b` передаются в модуль `Gauss`. В модуле `Gauss` решается СЛАУ методом Гаусса. Результатом выполнения этого модуля является массив `brez` – очередное приближение. Массив `brez` содержит информацию о том, на сколько необходимо изменить размер каждой подобласти и величину поляризуемости в ней, для того, чтобы улучшить решение обратной задачи, полученное на предыдущей итерации Цикла 2. Массив `brez` передается в модуль `Regularization`, в котором проверяется адекватность полученного очередного приближения. Если очередное приближение не удовлетворяет условиям адекватности или вообще не удалось решить СЛАУ (из-за вырожденности), то увеличивается регуляризационная добавка, массивы `a` и `b` корректируются и снова передаются в модуль `Gauss`. Механизм регуляризации описан в пункте 2.3. Цикл 4 выполняется до тех пор, пока не удастся получить корректное значение очередного приближения.

Далее выполняется модуль `Update_model`. В модуль передается массив `brez`. В модуле корректируются размеры подобластей в соответствии с полученным на текущей итерации приближением. При изменении размеров подобластей учитывается структура трехмерной расчетной сетки. Если новая граница подобласти, рассчитанная с учетом очередного приближения, попадает в какой-либо интервал расчетной сетки, то в качестве новой границы подобласти

рассматривается ближайший к рассчитанной границе узел расчетной сетки. Так как сдвиг границ подобластей выполняется с шагом равным интервалу расчетной сетки, после корректировки границ выполняется корректировка значений поляризуемости. Затем рассчитываются вклады от подобластей нового разбиения, так же как в Цикле 3, и вычисляются значения поля вызванной поляризации $\nu k_{\nu p}$ в приемных линиях с течением времени для каждого положения генераторной линии АВ для нового распределения поляризуемости и новых размеров подобластей, полученных на текущей итерации. Далее на основании полученного результата $\nu k_{\nu p}$ рассчитывается значение функционала и принимается решение о необходимости продолжать итерационный процесс. Если результат $\nu k_{\nu p}$ не улучшает значение функционала, то выполняется корректировка приближения b_{rez} . Алгоритм корректировки полученного на очередной итерации решения описан в пункте 2.3.

Цикл 2 выполняется до тех пор, пока удастся улучшить решение обратной задачи.

5.2 Анализ работоспособности программного комплекса на примере геоэлектрических условий северного Прикаспия

Для анализа работоспособности программного комплекса GInIP использовались синтетические данные, сформированные для геоэлектрической модели, близкой к модели, полученной в результате 3D-инверсии данных дифференциально-нормированного метода электроразведки (ДНМЭ) [88] на одном из месторождений северного Прикаспия. Отличительной особенностью технологии ДНМЭ является использование в качестве измеряемых сигналов первой и второй разностей потенциала, что позволяет более уверенно разделять измеренный (суммарный) сигнал на индукционную составляющую (сигналы становления поля) и сигналы, соответствующие процессам ВП.

Обобщенная геоэлектрическая модель представляет собой семислойный разрез с параметрами: $h_1=50$ м, $\rho_1=3$ Ом·м, $h_2=50$ м, $\rho_2=5$ Ом·м, $h_3=80$ м, $\rho_3=1$ Ом·м, $h_4=80$ м, $\rho_4=4$ Ом·м, $h_5=200$ м, $\rho_5=1$ Ом·м, $h_6=800$ м, $\rho_6=2$ Ом·м, $h_7=\infty$, $\rho_7=10000$ Ом·м. В слоях присутствуют вариации удельного сопротивления.

Целевым (имитирующим ореол над залежью углеводородов) является поляризующийся объект, расположенный в пятом геоэлектрическом слое.

В качестве подтверждения, что эта модель (и, соответственно, синтезированные по ней сигналы) близка к реальным условиям, на рисунке 5.2а представлено сравнение измеренных (полевых) кривых в виде первой (DU) и второй (D_2U) разности потенциалов и соответствующих модельных (расчетных) кривых. На рисунке 5.2б представлена индукционная составляющая этих сигналов (после разделения с помощью инверсии измеренных сигналов на сигналы становления поля и сигналы, соответствующие процессам ВП). Здесь и далее в этом разделе графики сигналов приводятся после деления на проходящее поле (поэтому ось ординат дана без подписи), время приведено в миллисекундах.

Из представленных результатов видно, что совпадение расчетных и практических сигналов достаточно хорошее и поэтому в дальнейшем можно использовать вариации этой модели для построения синтетических данных с целью анализа работоспособности предложенного в данной работе подхода к 3D-инверсии.

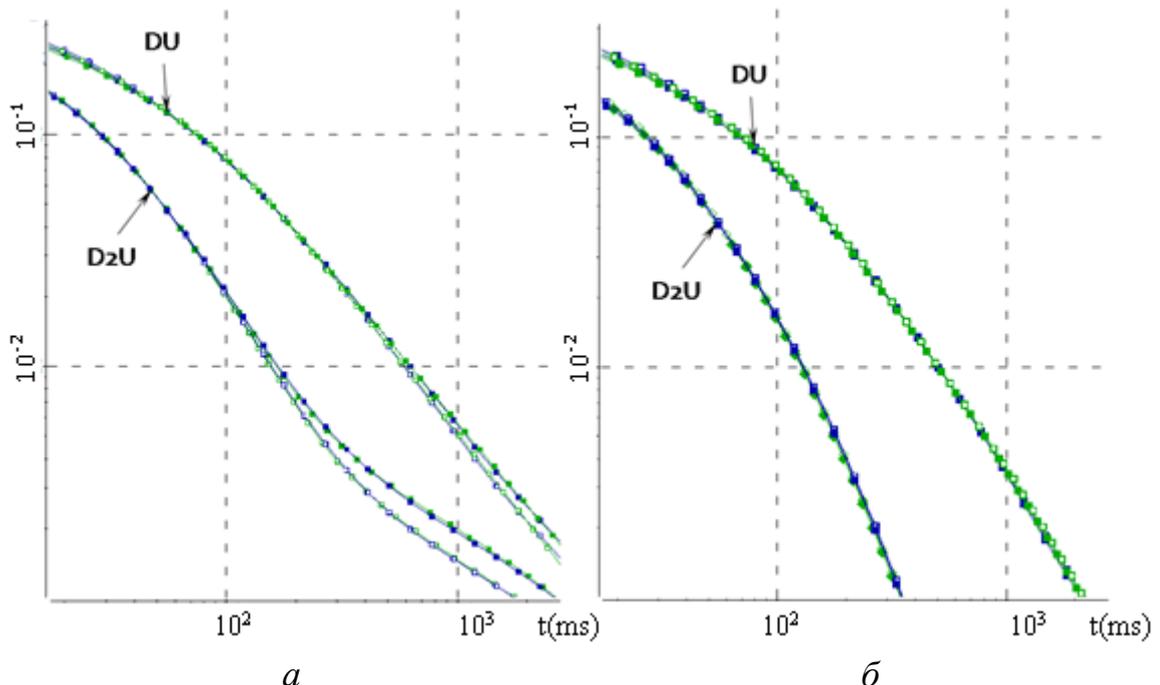


Рисунок 5.2 – Полевые (зеленый цвет) и расчетные (синий цвет) кривые DU и D_2U для геоэлектрической модели одного из месторождений северного Прикаспия:

(а) суммарные кривые; (б) индукционные составляющие

Общий вид трехмерных неоднородностей, включенных в геоэлектрическую модель, показан на рисунке 5.3. На рисунках 5.4-5.6 представлены распределения удельного сопротивления и поляризуемости в некоторых слоях трехмерной модели в соответствующей цветовой шкале.

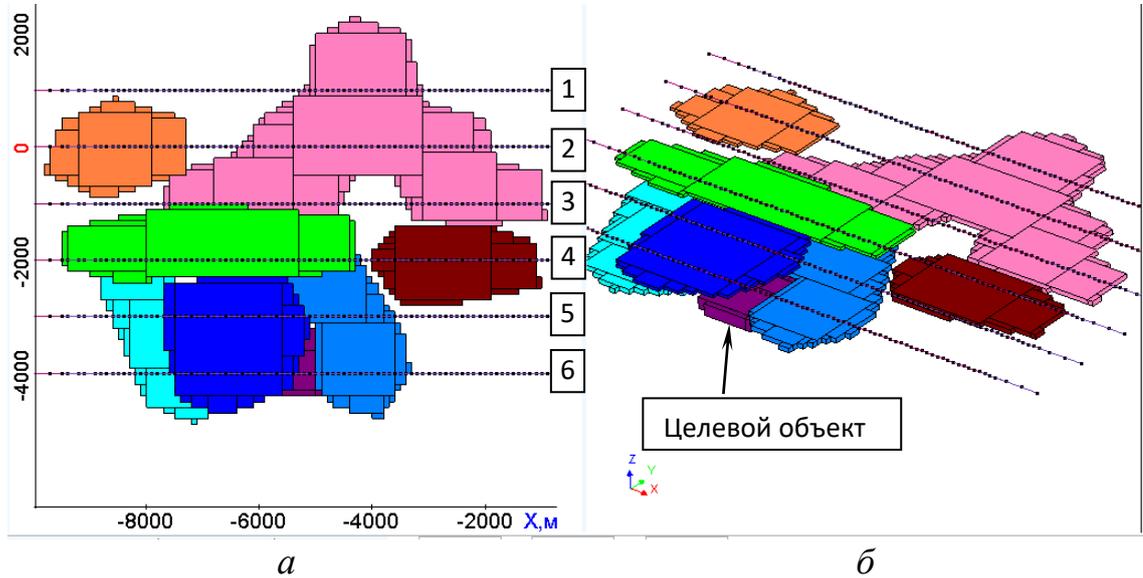


Рисунок 5.3 – Трехмерные неоднородности, отличные от вмещающей среды по электрофизическим свойствам (сопротивлению и вызванной поляризации):

(а) вид сверху; (б) трехмерный вид

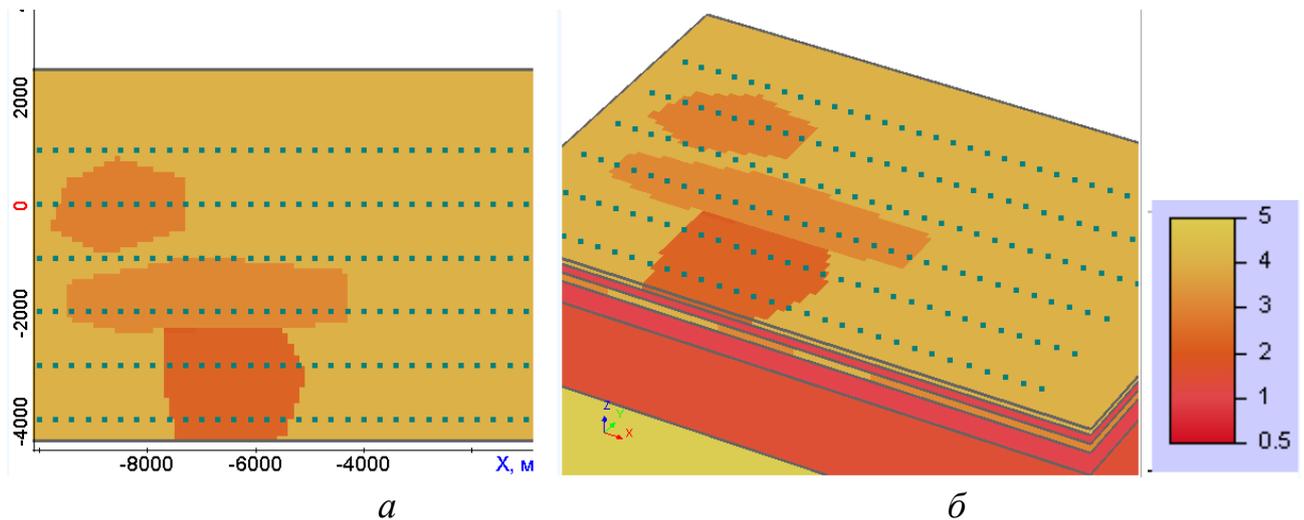


Рисунок 5.4 – Распределение удельного сопротивления (Ом·м) во втором слое геоэлектрической модели: (а) вид сверху; (б) 3D вид

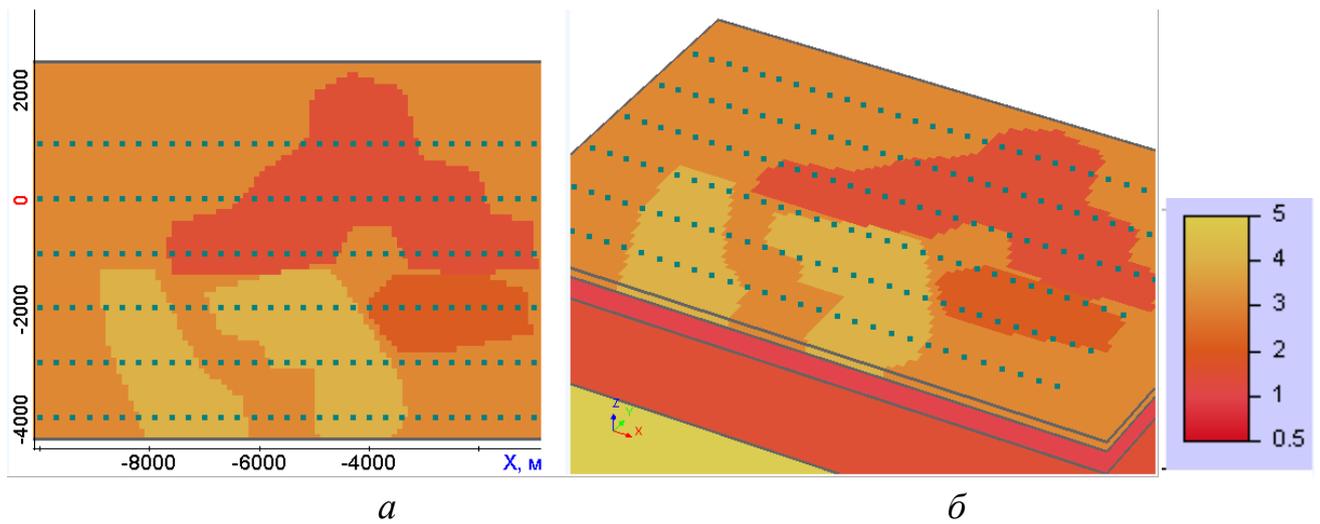


Рисунок 5.5 – Распределение удельного сопротивления (Ом·м) в четвертом слое геоэлектрической модели: (а) вид сверху; (б) 3D вид

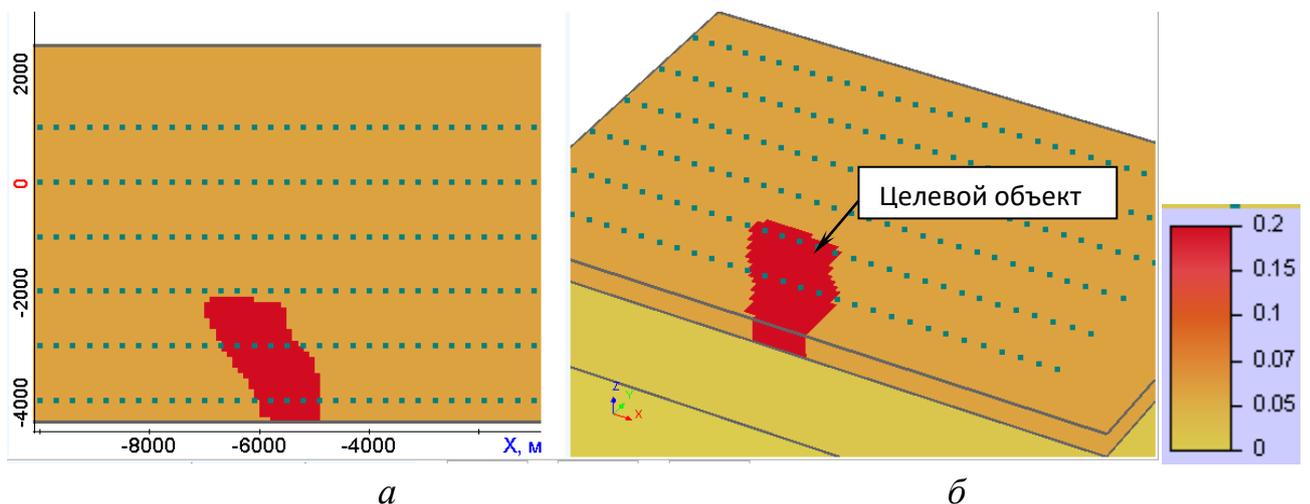


Рисунок 5.6 – Распределение поляризуемости (в долях) в пятом слое геоэлектрической модели: (а) вид сверху; (б) 3D вид

Синтетические данные (далее они будут также называться «практические») для описанной выше трехмерной геоэлектрической модели сопротивления и поляризуемости были получены с помощью 3D-моделирования в программном комплексе «Информационно-программная система обработки данных для сопровождения электромагнитных технологий геологоразведки» [39].

Как уже говорилось в разделе 3.1, в относительно высокопроводящих средах эффективной технологией выполнения 3D-обработки является двухэтапная технология, на первом этапе которой осуществляется восстановление

трехмерной структуры проводимости среды с разделением измеренных сигналов на сигналы становления поля и ВП. На втором этапе восстанавливается поляризуемость среды по сигналам ВП, получившимся после вычитания из практических данных сигналов становления поля, рассчитанных для полученной на первом этапе трехмерной модели проводимости. Это позволяет снизить уровень эквивалентности влияния различных электрофизических параметров, что особенно актуально в проводящих средах с низким уровнем сигналов ВП.

Первый этап 3D-обработки выполняется с использованием соответствующего модуля программного комплекса [39], в ходе которого минимизируется функционал:

$$\Phi^\alpha(\mathbf{b}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{P^k} \sum_{l=1}^L \left(\omega_{kpl} \left(\delta \varepsilon_{kpl}(\mathbf{b}) - \sum_{r=1}^R \theta_{kp}^r \beta_{kpl}^r \right) \right)^2 + \sum_{m=1}^M \alpha_m (b_m - \bar{b}_m)^2 + \sum_{k=1}^K \sum_{p=1}^{P^k} \sum_{r=1}^R \tilde{\alpha}_{kp}^r (\theta_{kp}^r)^2 \rightarrow \min_{b_m, \theta_{kp}^r}$$

где K – количество положений приемно-генераторной установки, P^k – количество приемников для k -го положения, L – количество временных каналов, M – количество искомым параметров, ω_{kpl} – веса для измеренных сигналов, α_m и $\tilde{\alpha}_{kp}^r$ – параметры регуляризации, \mathbf{b} – вектор искомым параметров, $\delta \varepsilon_{kpl}(\mathbf{b})$ – разность теоретических ε_{kpl} и измеренных $\tilde{\varepsilon}_{kpl}$ значений сигналов для k -го положения приемно-генераторной установки в p -м приемнике в l -й момент времени, \bar{b}_m – значение m -го параметра b_m на предыдущей итерации нелинейной инверсии, $\boldsymbol{\theta}$ – вектор дополнительных параметров θ_{kp}^r , позволяющих выделить из измеренных сигналов их составляющие, соответствующие процессам ВП, β_{kpl}^r – функции спада, а R – количество зон в геоэлектрической модели с различным спадом ВП.

Второй этап выполняется с использованием программного комплекса GInIP [69], который описан в предыдущем разделе.

Как на первом, так и на втором этапах 3D-обработки для подбора распределений электрофизических параметров используются расположенные в слоях блочные структуры. Они представлены рядами блоков, у которых в ходе

инверсии ищется следующий набор параметров: координаты границ между блоками, координаты границ между рядами блоков, электрофизические параметры внутри блоков. В качестве стартовой модели для первого этапа обработки была взята горизонтально-слоистая среда, у которой внутри слоев были заданы неизменяющиеся по латерали значения электрофизических параметров и регулярные блочные структуры.

В ходе первого этапа 3D-обработки (когда осуществляется подбор распределения проводимости и разделение сигналов на индукционную и поляризационную составляющие) было сделано 4 итерации, в результате чего значение минимизируемого функционала понизилось от 0.07 (для стартовой модели) до 0.0064 (инверсия выполнялась в диапазоне времен: от 10 мс до 2 с).

На рисунке 5.7 представлены распределения сопротивлений во втором и четвертом слоях (перекрывающих слой с целевым объектом), полученные в результате первого этапа 3D-обработки (т.е. на 4-й итерации), в сравнении с соответствующими распределениями в истинной модели. На рисунке 5.8 показан вид блочных структур, которые получились на 4-й итерации 1 этапа 3D-обработки.

Из представленных результатов видно, что, несмотря на то, что в истинной модели трехмерные неоднородности имеют сложную форму (не представимую точно с использованием прямолинейных границ блочных структур), все они нашли отражение в соответствующих распределениях сопротивлений, полученных в результате 3D-инверсии.

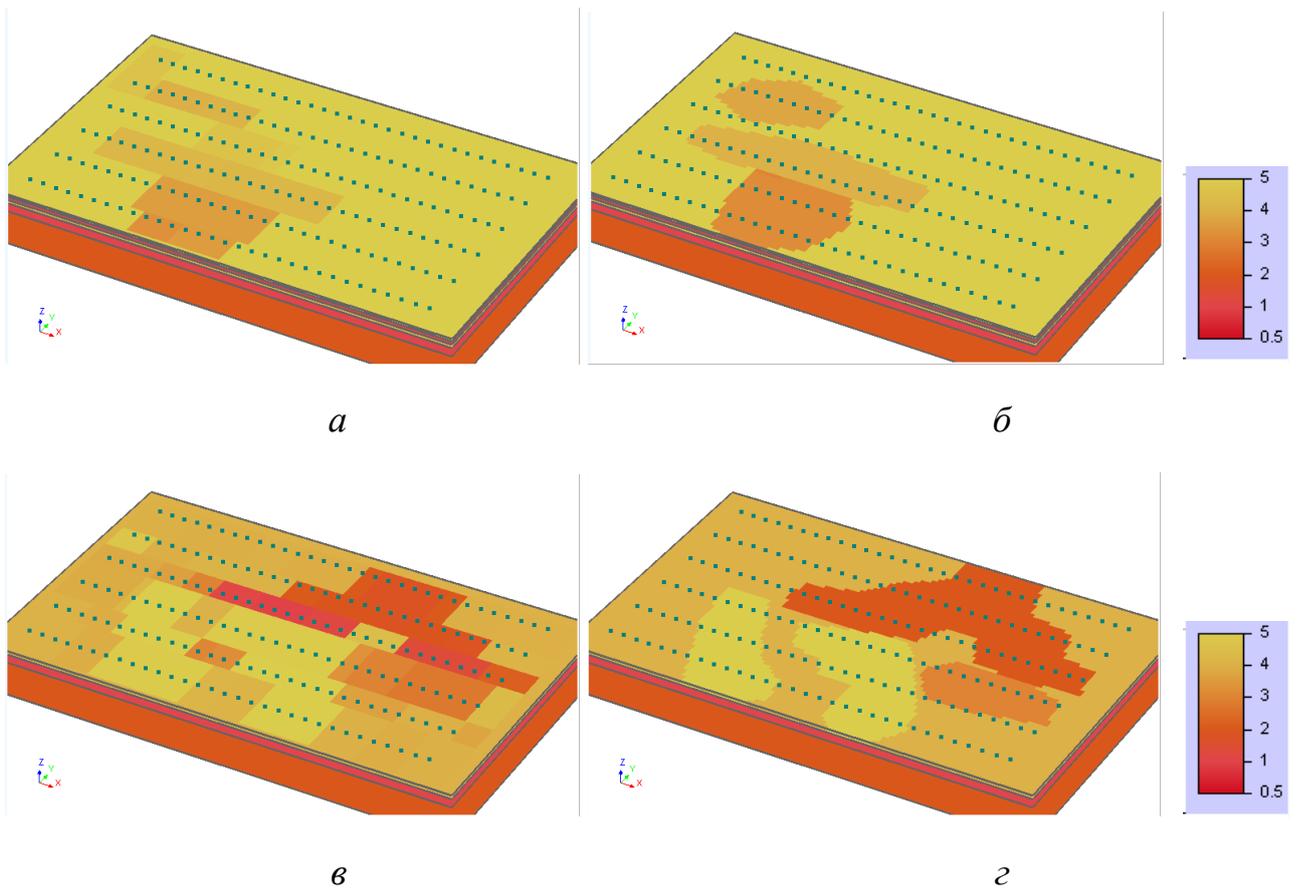


Рисунок 5.7 – Распределение удельного сопротивления ($\text{Ом}\cdot\text{м}$) во втором (*a, б*) и четвертом (*в, г*) слоях: (*a, в*) модель, полученная в результате первого этапа 3D-обработки; (*б, г*) истинная модель

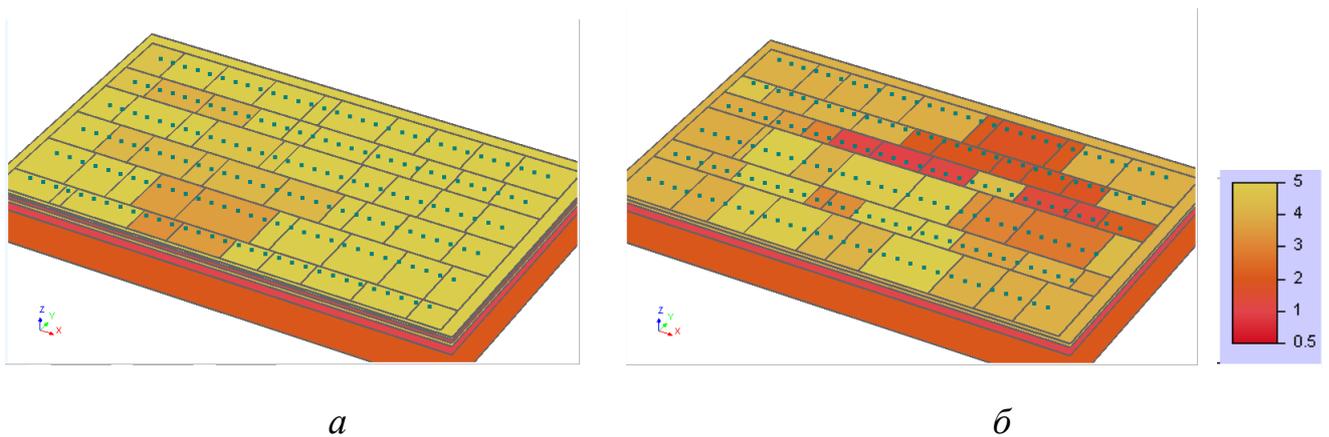


Рисунок 5.8 – Вид блочных структур, которые получились на 4-й итерации первого этапа 3D-обработки: (*a*) во втором слое; (*б*) в четвертом слое

На рисунке 5.9 показаны графики сигналов в момент времени 500 мс вдоль профилей 5 и 6 (нумерация профилей показана в квадратиках на рисунке 5.3а). Черная кривая с метками соответствует измеренному сигналу (т.е. суммарному сигналу, включающему в себя и сигналы становления поля, и сигналы ВП), оранжевая кривая (без меток) соответствует сигналу, рассчитанному от модели, полученной на 4-й итерации первого этапа 3D-обработки без учета влияния процессов ВП, а синим цветом показана их разность, которая по смыслу соответствует сигналам ВП и будет использоваться в качестве экспериментальных данных для второго этапа 3D-обработки (т.е. оранжевая и синяя кривые фактически соответствуют сигналами становления поля и ВП, выделенным из «практической» кривой в результате первого этапа 3D-обработки).

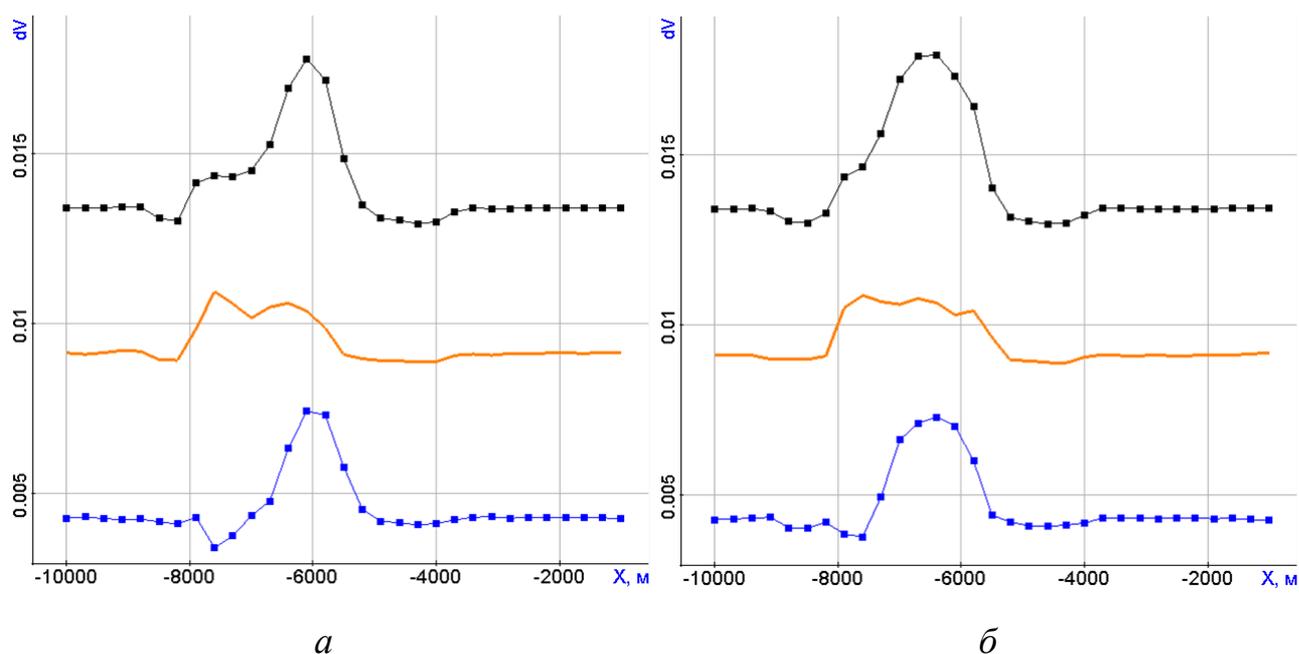


Рисунок 5.9 – Графики сигналов в момент времени 500 мс вдоль профилей 5 (а) и 6 (б): «практические» данные (черный цвет), сигналы становления поля и поля ВП, полученные в результате первого этапа 3D-обработки

На рисунке 5.10 показано сравнение сигналов ВП, выделенных из «практической» кривой (как и на рисунке 5.9, эти сигналы показаны синим цветом), с сигналами ВП от истинной модели (показаны коричневым цветом). Небольшие отличия обусловлены некоторой неточностью подбора распределения

сопротивления (возникшей, как минимум, в силу того, что сложные границы трехмерных неоднородностей не могут быть точно описаны границами блоков в блочных структурах). Заметим, что такая погрешность в той или иной степени всегда будет присутствовать в данных на этом этапе.

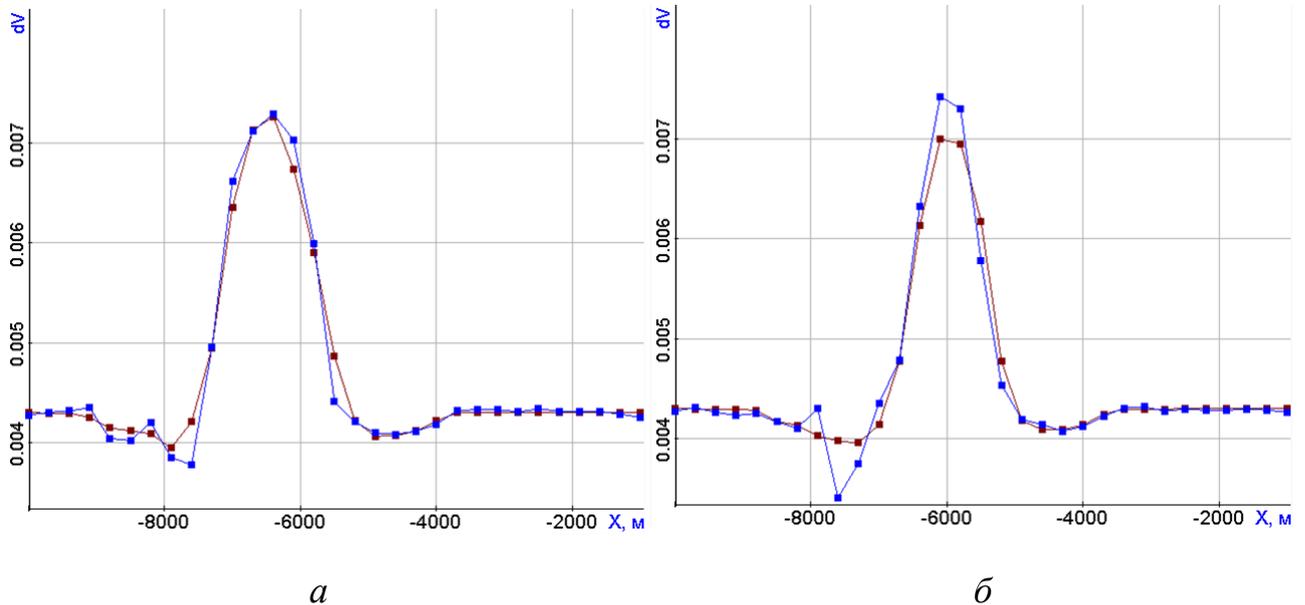


Рисунок 5.10 – Сигналы ВП, выделенные из «практической» кривой (синий цвет) в сравнении с сигналами ВП, рассчитанными для истинной модели (коричневый цвет) вдоль профилей 5 (а) и 6 (б)

Тем не менее, как уже было показано в разделе 4.3 и как будет показано ниже на этом и более сложном примерах, получаемое на втором этапе распределение поляризуемости позволяет с хорошей точностью определить местоположение целевого объекта (несмотря на зашумленность данных ВП, вызванную неточностью подбора распределения сопротивления).

Так, на втором этапе 3D-обработки (выполненном с использованием программного комплекса GInIP) осуществлялся подбор параметров поляризуемости по «практическим» сигналам ВП, которые были получены как разность исходных (суммарных) сигналов и сигналов становления поля, рассчитанных для модели, полученной на первом этапе 3D-обработки. На втором этапе 3D-обработки было сделано 7 итераций, в результате чего значение функционала снизилось от значения 0.073 до 0.014 (график значений функционала

в зависимости от номера итерации показан на рисунке 5.11; инверсия выполнялась в диапазоне от 450 мс до 2 с).

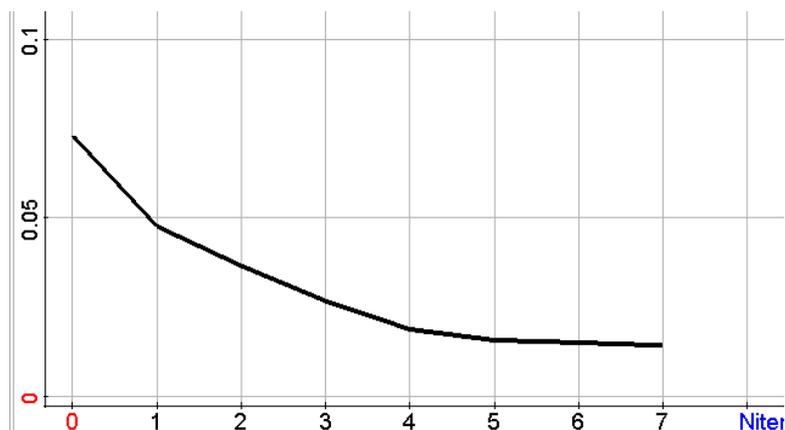


Рисунок 5.11 – График значений функционала в зависимости от номера итерации

Вид блочной структуры в целевом слое в стартовой модели и в моделях, получаемых на различных итерациях 3D-инверсии, показан на рисунке 5.12.

На рисунке 5.13 представлено распределение поляризуемости, полученное на последней (7-й) итерации 3D-инверсии, в сравнении с распределением поляризуемости в истинной модели. Из представленных результатов видно, что положение и геометрия блоков в деформированной в результате 3D-инверсии блочной структуре хорошо соответствует форме и положению целевого объекта в истинной модели.

На рисунке 5.14 представлены графики сигналов, рассчитанные от моделей поляризуемости, полученных на различных итерациях второго этапа 3D-обработки, в сравнении с «практическими» сигналами ВП (т.е. сигналами, выделенными из суммарных «практических» сигналов на первом этапе и которые подавались на вход второго этапа 3D-обработки) и с сигналами ВП, рассчитанными для истинной модели.

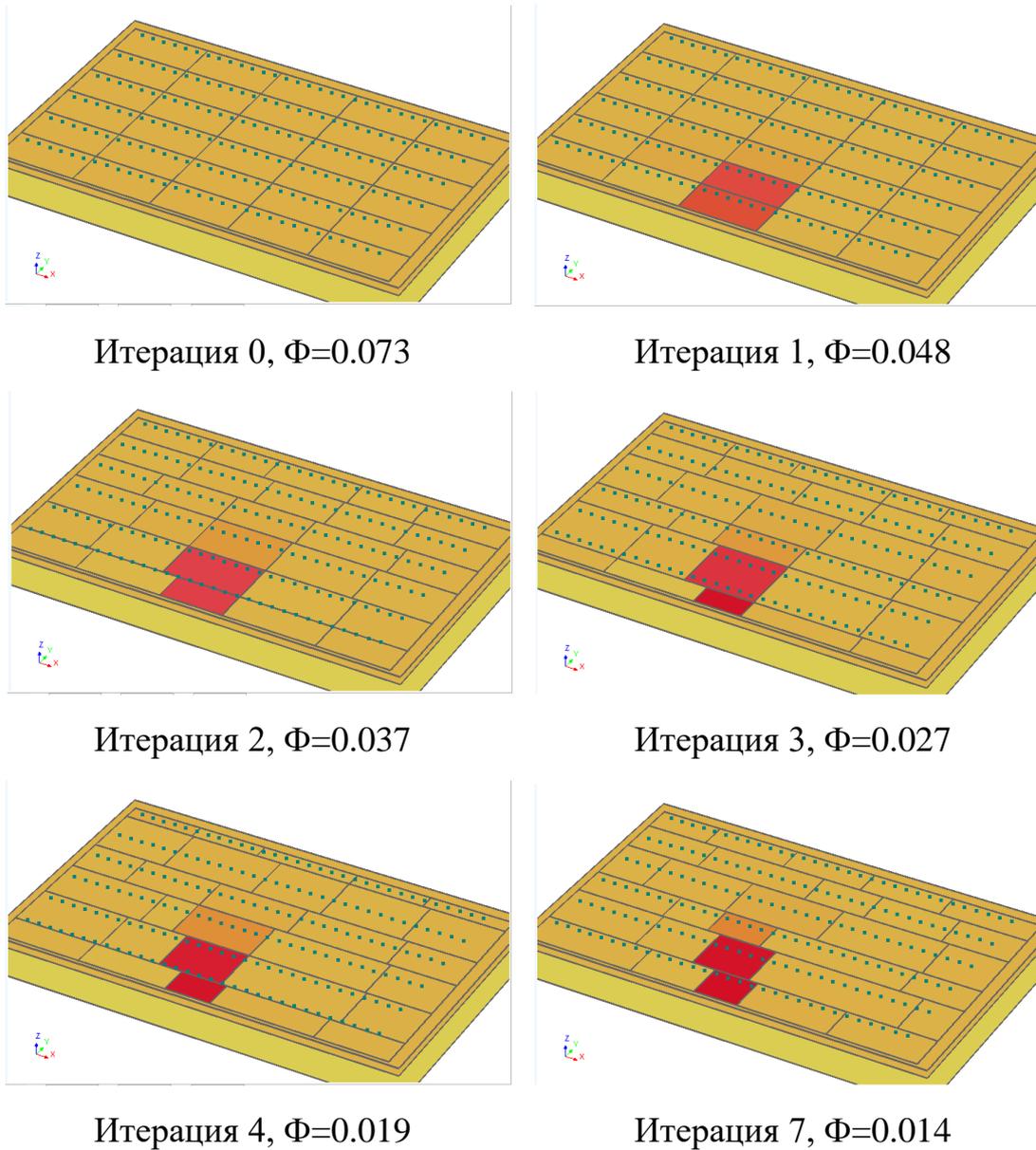


Рисунок 5.12 – Вид блочной структуры в целевом слое в стартовой модели и в моделях, полученных на различных итерациях 3D-инверсии

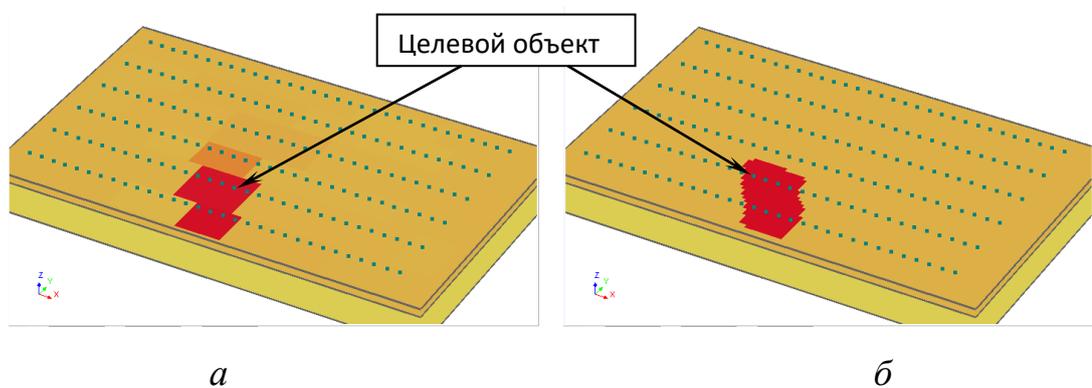


Рисунок 5.13 – Распределение поляризуемости, полученное на 7-й итерации 3D-инверсии (*a*), в сравнении с распределением поляризуемости в истинной модели

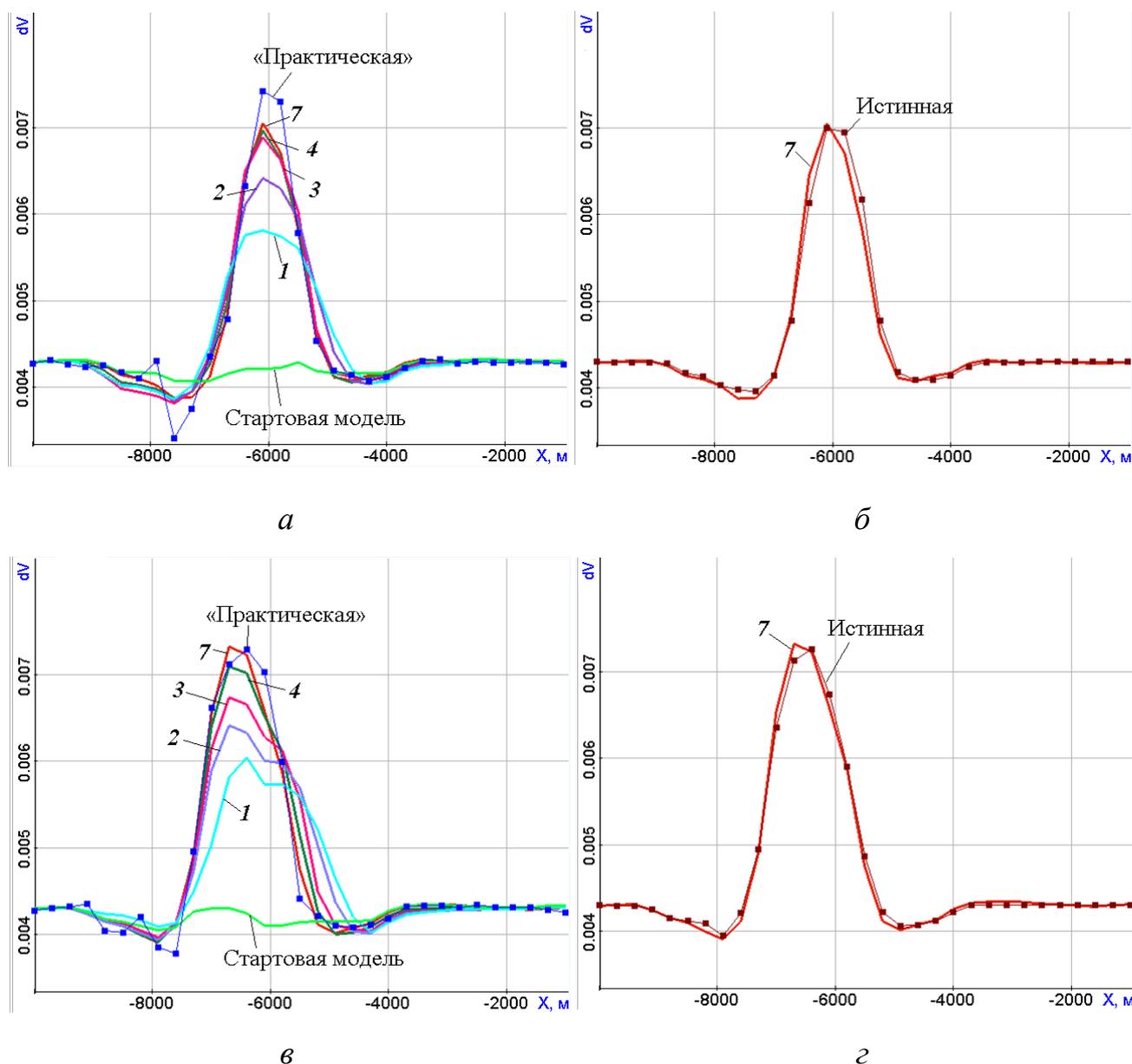


Рисунок 5.14 – Графики сигналов, рассчитанные от моделей поляризуемости, полученных на различных итерациях второго этапа 3D-обработки, в сравнении с «практическими» сигналами ВП (*a, в*) и сигналами ВП для истинной модели (*б, г*) вдоль пятого (*a, б*) и шестого (*в, г*) профилей

Из представленных результатов видно, что несмотря на то, что на вход второго этапа 3D-обработки подавались сигналы с «шумом» (вызванным неточностью подбора распределения удельного сопротивления на первом этапе), подобранные кривые не повторяют «шумовые» искажения «практических» сигналов и расположены ближе к сигналам для истинной модели.

Представленные результаты показывают устойчивую сходимость процесса 3D-инверсии и возможность получения адекватного распределения электрофизических параметров и определения местоположения целевого объекта с высокой точностью для условий, приближенных к реальным.

Подтвердим сделанные выше выводы для более сложной геоэлектрической модели. Для этого увеличим контраст удельного сопротивления 3D-неоднородности, расположенной во втором слое (рисунок 5.15а), в третий слой добавим неоднородности поляризуемости (в одной из которых измененным является также и удельное сопротивление) (рисунок 5.15б), а в пятом слое уменьшим поляризуемость целевого объекта (рисунок 5.15г).

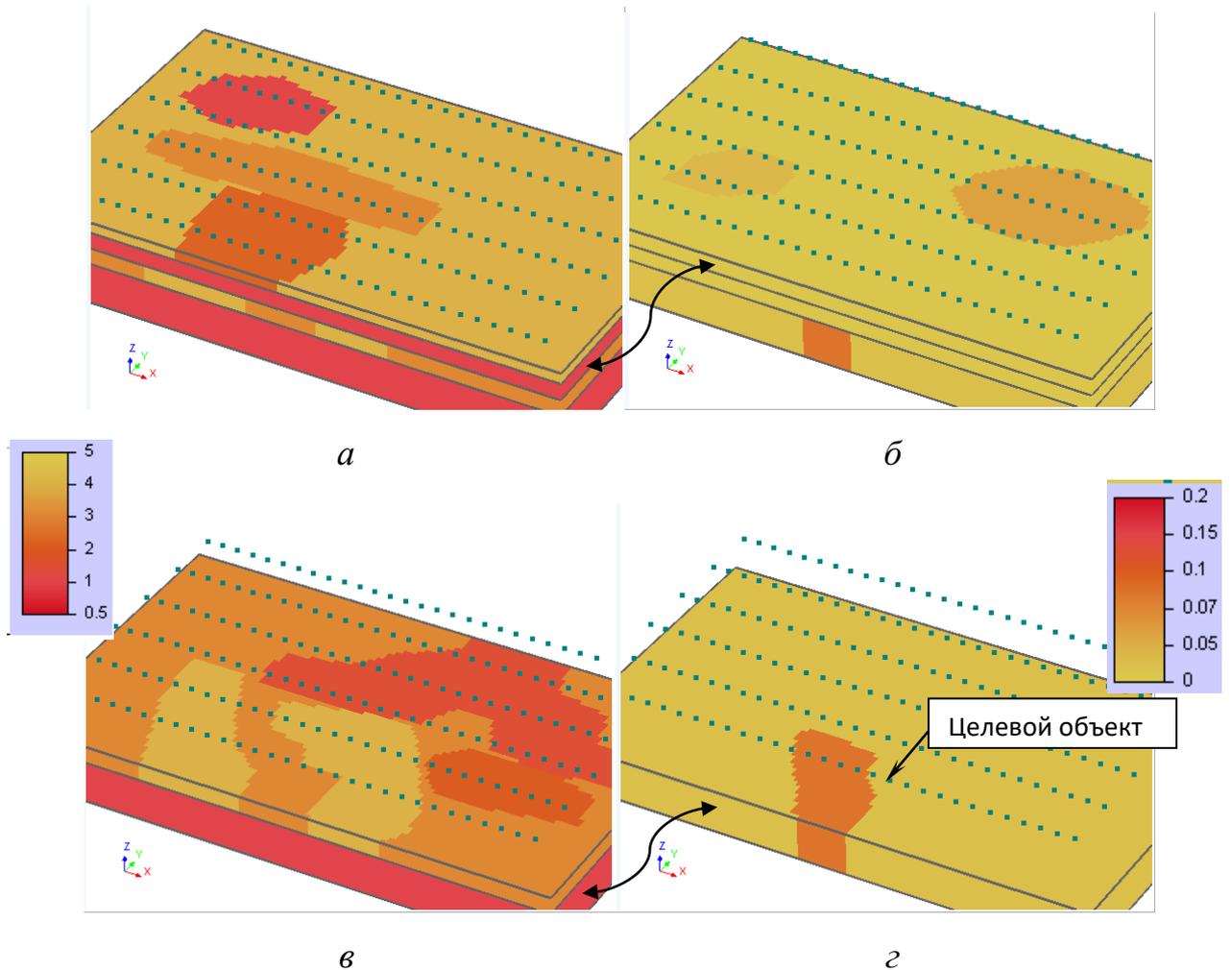


Рисунок 5.15 – Распределение удельного сопротивления во втором (а) и четвертом (в) слоях и распределение поляризуемости в третьем (б) и пятом (г) слоях геоэлектрической модели, для которой синтезируются «практические» данные

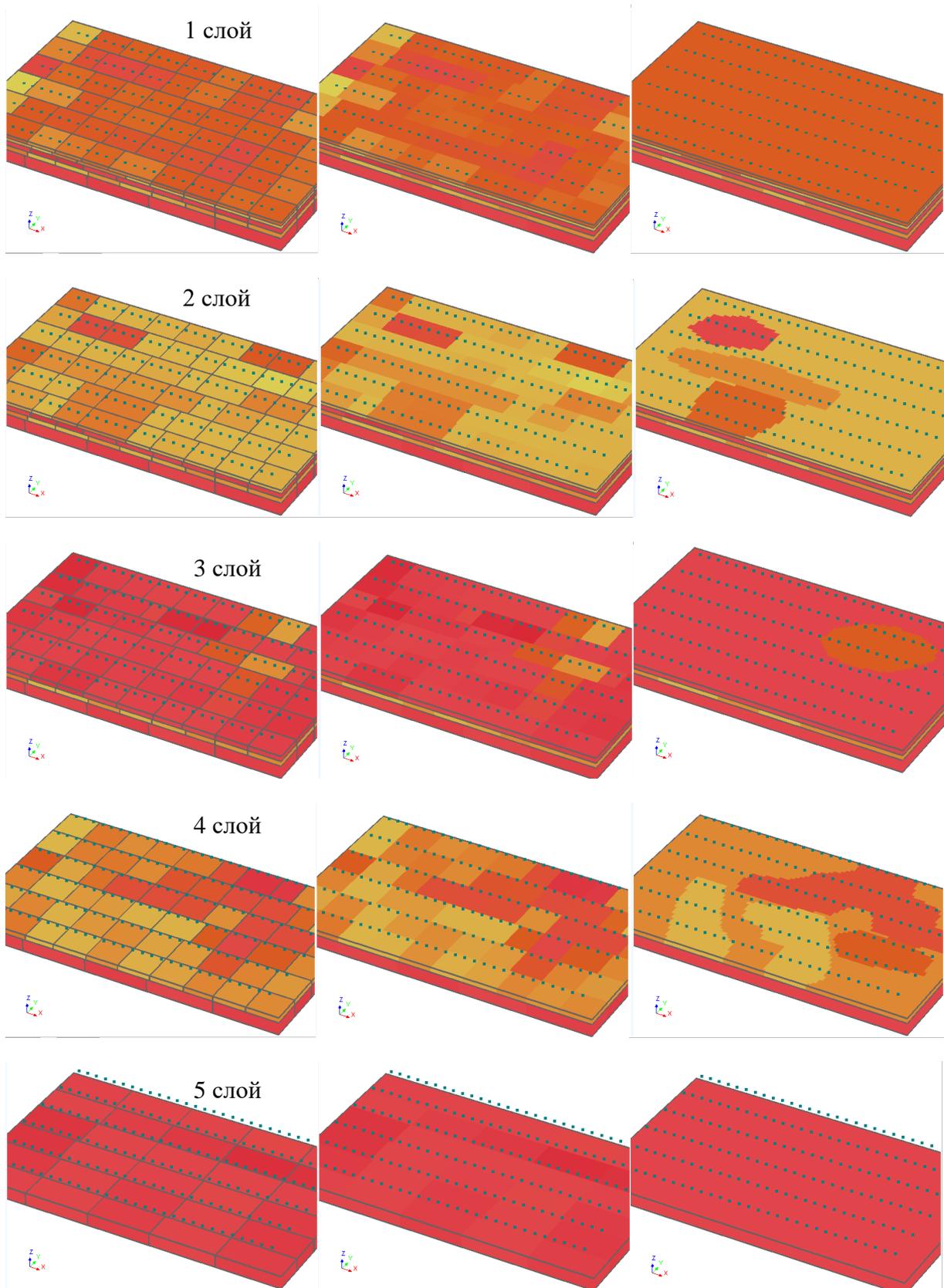


Рисунок 5.16 – Вид блочных структур (левый столбец) и распределение удельного сопротивления (центральный столбец) в слоях, полученные в результате первого этапа 3D-обработки в сравнении с истинной моделью (правый столбец)

Для выполнения первого этапа 3D-обработки потребовалось 9 итераций, в результате которых значение функционала снизилось от 0.085 до 0.024 (как и в предыдущем примере, инверсия выполнялась во всем диапазоне времен: от 10 мс до 2 с).

На рисунке 5.17 показаны графики сигналов в момент времени 850 мс вдоль профилей 2, 4, 5 и 6 (нумерация профилей показана в квадратиках на рисунке 5.3а). Как и в предыдущем примере, черная кривая с метками соответствует измеренному сигналу (т.е. суммарному сигналу, включающему в себя и сигналы становления поля, и сигналы ВП), оранжевая кривая (без меток) соответствует сигналу, рассчитанному от модели, полученной на 9-й итерации первого этапа 3D-обработки без учета влияния процессов ВП, а синим цветом показана их разность, которая по смыслу соответствует сигналам ВП и будет использоваться в качестве экспериментальных данных для второго этапа 3D-обработки.

Из этого рисунка видно, что в отличие от предыдущего примера как в исходном «практическом» сигнале, так и в выделенном из него сигнале ВП присутствует много «максимумов», которые могут соответствовать как объектам с отличной от вмещающей среды поляризацией, так и объектам с отличной от вмещающей среды проводимостью, и без применения второго этапа 3D-обработки невозможно распознать, что это за объект. Кроме того, объекты могут быть расположены в разных слоях, что также невозможно определить без применения инверсии.

Напомним, что приемная установка включает в себя измерение первой и второй разности потенциалов, что даже при использовании одной (трехэлектродной) приемной линии позволяет разделять объекты, расположенные на разных глубинах.

Заметим, что в отличие от предыдущего примера, из-за того, что в модели стало больше неоднородностей распределения сопротивления, полученные в результате первого этапа 3D-обработки, уже не так хорошо соответствуют истинной модели. Тем не менее, как видно из рисунка 5.18, выделенные из «практических» данных сигналы ВП, в целом соответствуют истинным сигналам

ВП (которые были рассчитаны напрямую для модели, представленной на рисунке 5.15), хотя и в достаточно большей степени «зашумлены» из-за неточностей подбора границ изменения удельного сопротивления.

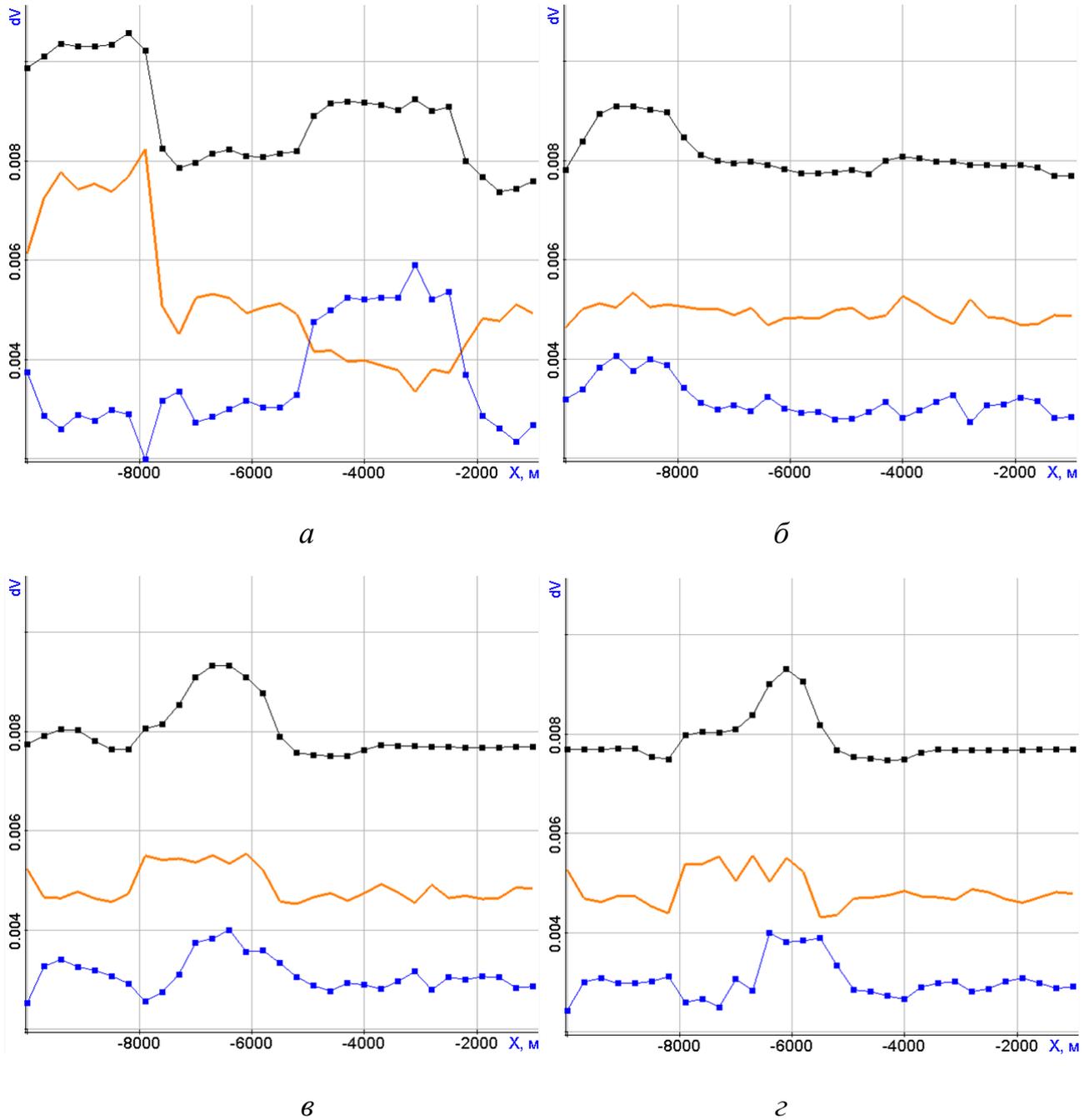


Рисунок 5.17 –Графики сигналов в момент времени 850 мс вдоль профилей 2(*a*), 4(*б*), 5 (*в*) и 6 (*г*): «практические» данные (черный цвет), сигналы становления поля и поля ВП, полученные в результате первого этапа 3D- обработки.

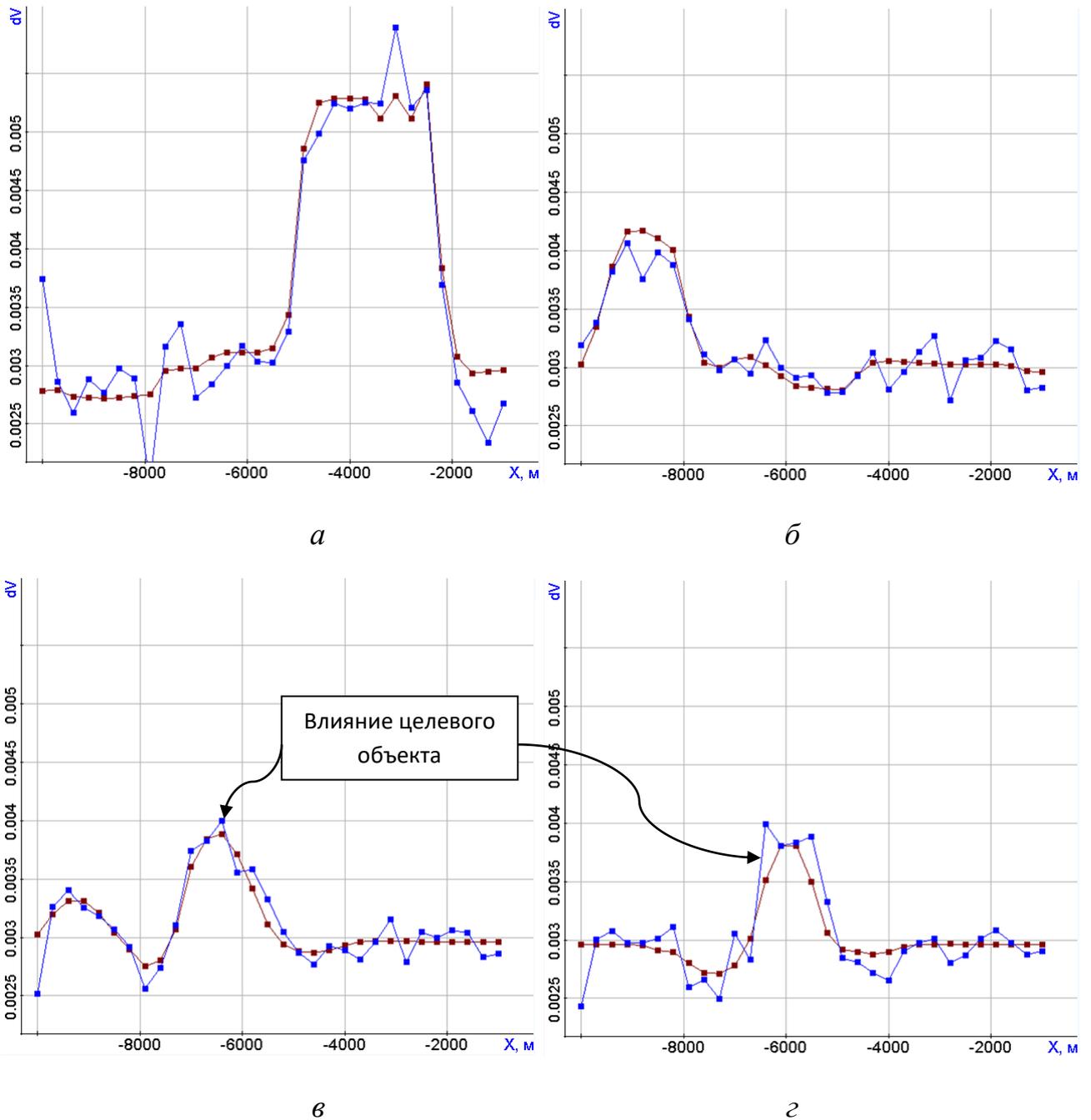


Рисунок 5.18 – Сигналы ВП, выделенные из «практической» кривой (синий цвет) в сравнении с сигналами ВП, рассчитанными для истинной модели (коричневый цвет) вдоль профилей 2(*a*), 4(*б*), 5 (*в*) и 6 (*г*)

Как и в предыдущем примере, второй этап 3D-обработки выполнялся в диапазоне времен от 450 мс до 2 с, график функционала невязки в зависимости от номера итерации представлен на рисунке 5.19.

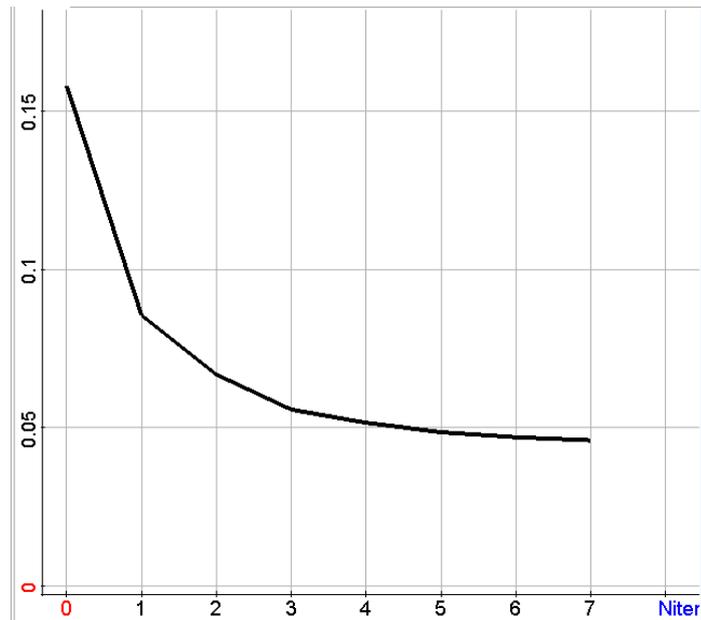


Рисунок 5.19 – График значений функционала в зависимости от номера итерации

На рисунке 5.20 показан вид блочных структур в стартовой модели (однородные по поляризуемости слои) и модели, полученной на последней (7-й) итерации второго этапа 3D-обработки в третьем и пятом (целевом) слоях; на рисунке 5.21 распределение поляризуемости, полученное в результате 3D-инверсии, представлено в сопоставлении с распределением поляризуемости в истинной модели.

Из представленных результатов видно, что целевой объект (представленный двумя блоками) четко выделяется, и по положению в плане и по глубине хорошо соответствует целевому объекту истинной модели, несмотря на то, что, по сравнению с предыдущим примером, его влияние в сигнале было сильно ослаблено, а влияние мешающих факторов в перекрывающихся слоях, наоборот, усилено.

На рисунках 5.22-5.23 представлены графики сигналов, рассчитанные от моделей поляризуемости, получаемых на различных итерациях второго этапа 3D-обработки, в сравнении с «практическими» сигналами ВП (т.е. сигналами, выделенными из суммарных «практических» сигналов на первом этапе и которые подавались на вход ко второму этапу 3D-обработки) и с сигналами ВП, рассчитанными для истинной модели.

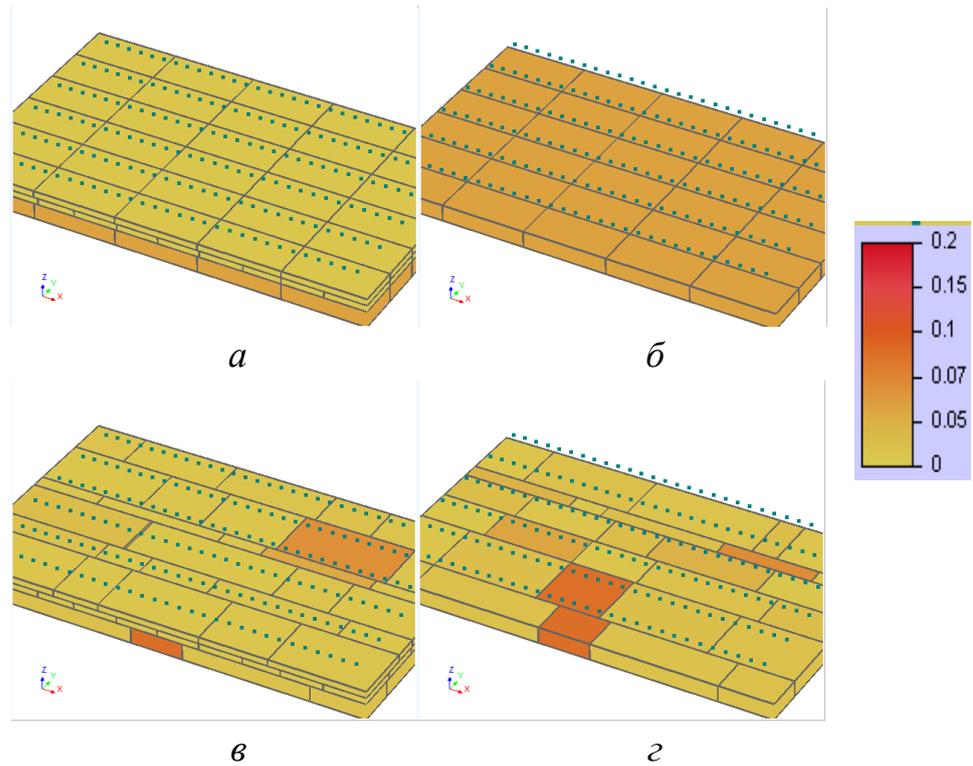


Рисунок 5.20 – Вид блочных структур в стартовой модели (а,б) и модели, полученной на последней (7-й) итерации второго этапа 3D-обработки (в,г) в третьем (а,в) и пятом (целевом) (б,г) слоях

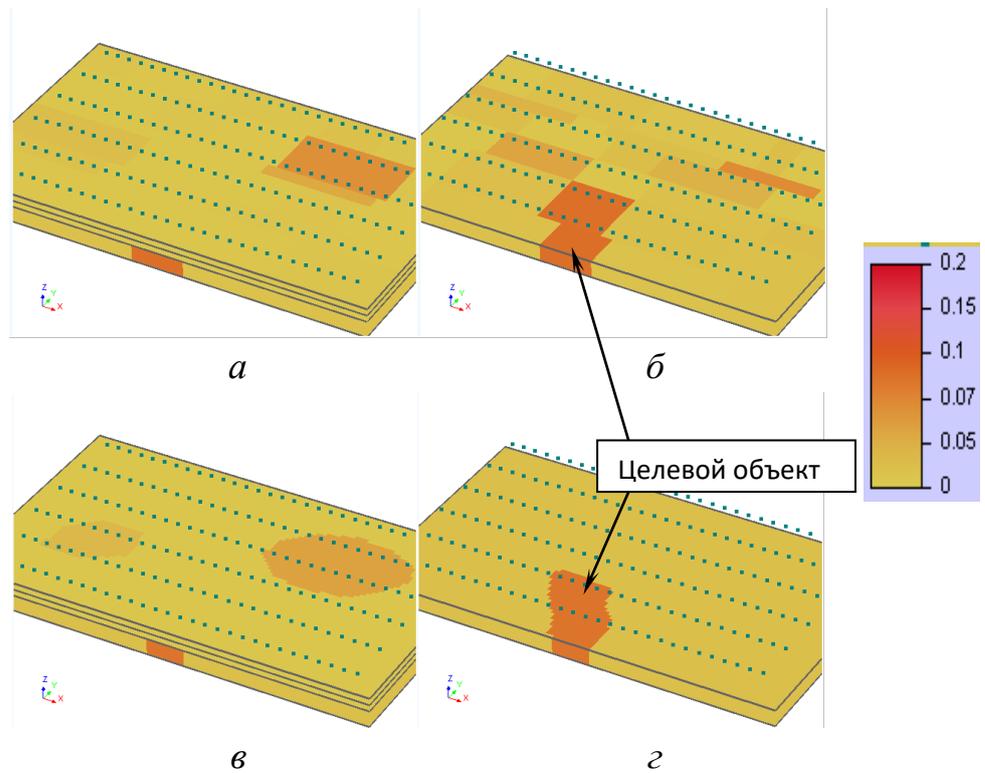


Рисунок 5.21 – Распределение поляризуемости, полученное на 7-й итерации 3D-инверсии (а,б), в сравнении с распределением поляризуемости в истинной модели (в,г) в третьем (а,в) и пятом (целевом) (б,г) слоях

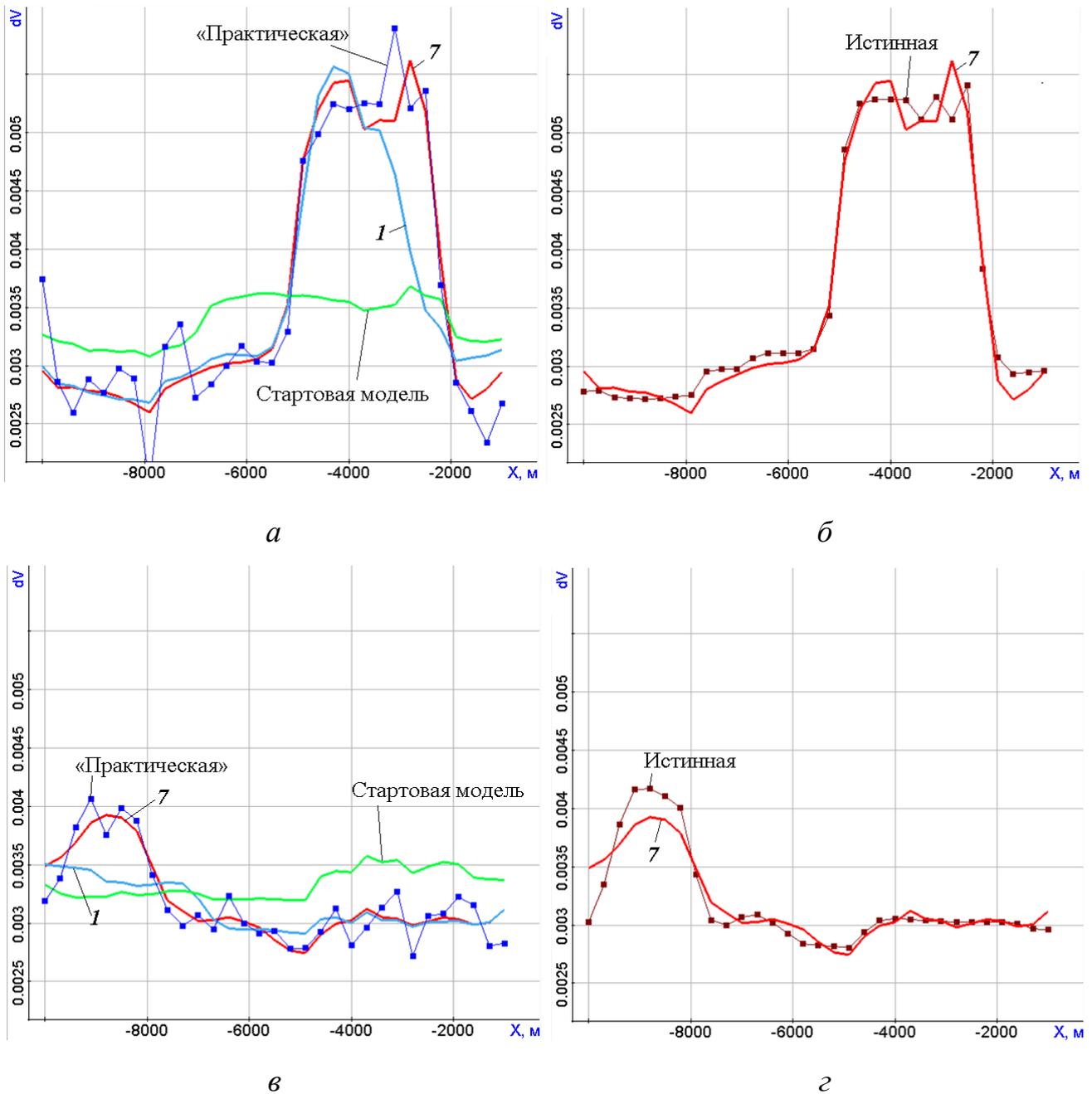


Рисунок 5.22 – Графики сигналов, рассчитанные от моделей поляризуемости, полученных на различных итерациях второго этапа 3D-обработки, в сравнении с «практическими» сигналами ВП (а,в) и сигналами ВП для истинной модели (б,г) вдоль второго (а,б) и четвертого (в,г) профилей

Как и в предыдущем примере, из представленных результатов видно, что несмотря на то, что на вход второму этапу 3D-обработки подавались сигналы с «шумом» (вызванным неточностью подбора распределения удельного сопротивления на первом этапе), подобранные кривые не повторяют «шумовые»

искажения «практических» сигналов и расположены ближе к сигналам для истинной модели.

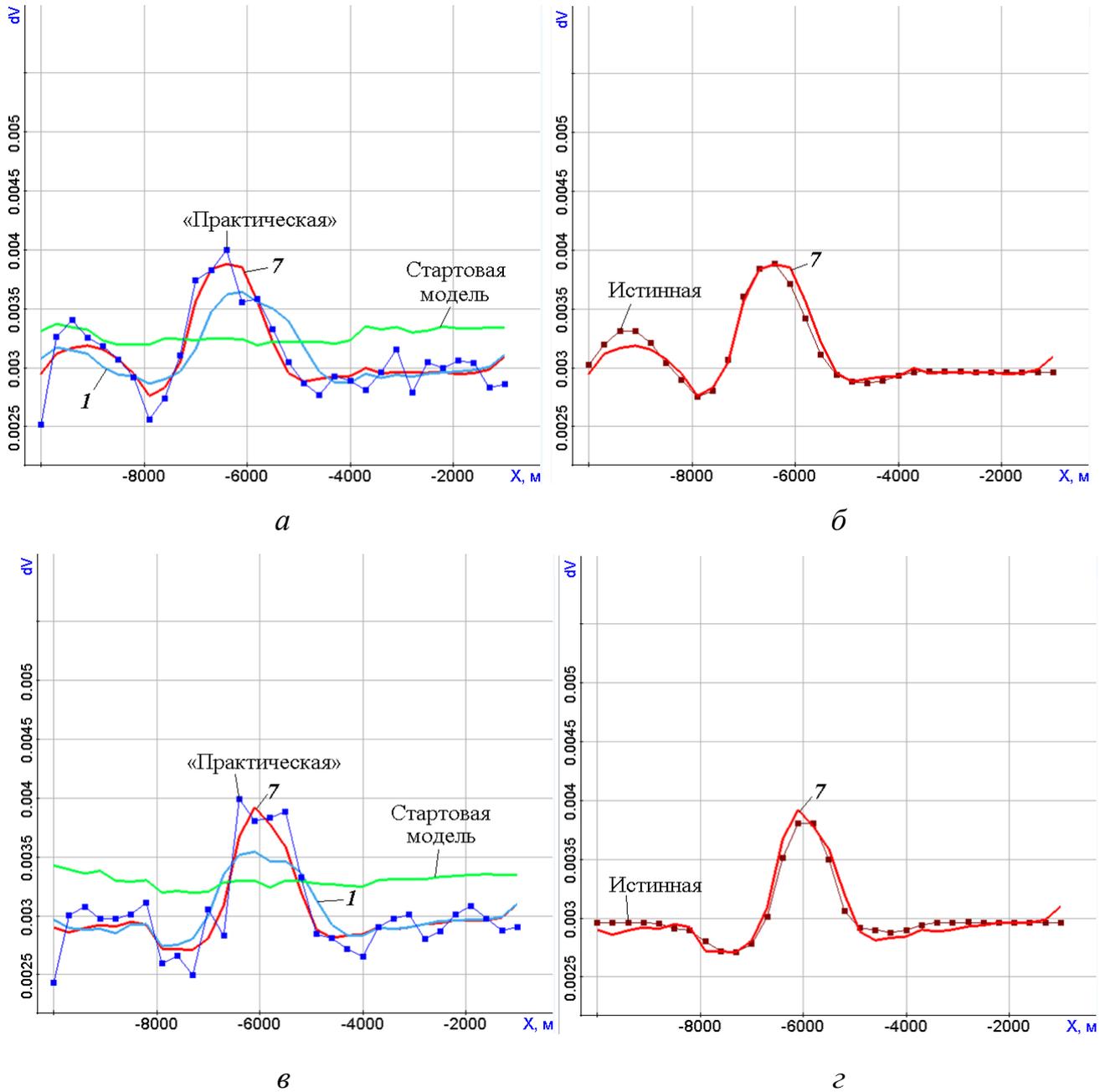


Рисунок 5.23 – Графики сигналов, рассчитанные от моделей поляризуемости, получаемых на различных итерациях второго этапа 3D-обработки, в сравнении с «практическими» сигналами ВП (*a, в*) и сигналами ВП для истинной модели (*б, г*) вдоль пятого (*a, б*) и шестого (*в, г*) профилей

Выводы по главе 5

1. Разработан программный комплекс GInIP, позволяющий моделировать сигналы поля ВП от трехмерной среды, проводить расчет полей влияния параметров геоэлектрической модели, необходимых для геометрической инверсии данных ВП, выполнять автоматическую трехмерную геометрическую инверсию данных ВП.

2. Структуры данных программного комплекса адаптированы для совместного использования с графическим интерфейсом, что позволяет задавать геоэлектрические модели в удобном формате и визуализировать результаты.

3. Анализ работоспособности программного комплекса GInIP, выполненный с использованием сложных трехмерных геоэлектрических моделей, характерных для месторождений северного Прикаспия, показал, что конфигурация блоков с аномальными свойствами, полученная в результате геометрической 3D-инверсии, хорошо соответствует и в плане и по глубине расположению целевого объекта, даже если отклик от него сопоставим с откликами других 3D-неоднородностей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результатами проведенных исследований являются

1. Математическая модель геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации. Для расчета поля ВП в геоэлектрической среде, получаемой на очередной итерации процесса инверсии, используется модель поля ВП, основанная на задании ЭДС ВП. Эта математическая модель позволяет на порядок повысить вычислительную эффективность расчета трехмерного поля ВП по сравнению с подходами, использующими модель Cole-Cole (частотную дисперсию проводимости). Для построения дискретного аналога используется узловое МКЭ с выделением полей поляризующихся слоев вмещающей горизонтально-слоистой среды и полей отдельных поляризующихся объектов.

2. Алгоритм геометрической 3D-инверсии данных вызванной поляризации, включая параметризацию геоэлектрической модели в зависимости от системы наблюдений и адаптивную регуляризацию, которая ограничивает искомые значения поляризуемости в заданных рамках и не допускает пересечения геометрических границ объектов.

3. Вычислительная схема расчета полей влияния параметров геоэлектрической модели, используемых в процессе выполнения трехмерной геометрической инверсии данных вызванной поляризации.

4. Программный комплекс GInIP, позволяющий моделировать сигналы поля ВП от трехмерной среды, проводить расчет полей влияния параметров геоэлектрической модели, необходимых для геометрической инверсии данных ВП, выполнять автоматическую геометрическую инверсию данных ВП. Структуры данных программного комплекса адаптированы для совместного использования с графическим интерфейсом, что позволяет задавать геоэлектрические модели в удобном формате и визуализировать результаты.

5. Показаны преимущества подхода, реализующего геометрическую 3D-инверсию в блочных структурах с перемещаемыми границами блоков, по сравнению с подходом, реализующим 3D-инверсию в ячеистой структуре.

6. Показана возможность использования разработанных методов для поиска границ аномальных по поляризуемости объектов и определения величины поляризуемости в них в условиях наличия в снимаемых сигналах шума, а также при неточном восстановлении распределения проводимости в исследуемой среде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев В.В. Становление электромагнитного поля в поляризующихся средах и определение параметров Cole-Cole. /В.В. Агеев, С.Д. Каринский, Б.С. Светов // Геофизика. 2006. № 5. С. 40-45.
2. Антонов Е.Ю. Способы повышения качества инверсии данных нестационарных электромагнитных зондирований при изучении поляризующихся сред. /Е.Ю. Антонов, А.Н. Шеин // Геология и геофизика, 2008. – т 49. – № 10. – С. 1046—1062.
3. Белаш В.А. О спаде вызванной поляризации во времени. / В.А. Белаш //Геофизика и Астрономия. 1967.-№11.-С.17-24.
4. Бобачев А.А. Электротомография методом сопротивлений и вызванной поляризации / А.А. Бобачев, А.А. Горбунов, И.Н. Модин, В.А. Шевнин// Приборы и системы разведочной геофизики, 2006, № 2, 14-17.
5. Бугрова А.С. Возможности выделения и оконтуривания газонефтяных залежей в полях постоянного тока / А.С. Бугрова, М.А. Киричек // Разведочная геофизика. -1977.-вып. 76.-С. 54-59.
6. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. / Р. Галлагер – М.: Мир, 1984. – 428 с.
7. Геннадиник Б.И. Теория вызванной электрохимической активности горных пород / Б.И. Геннадиник, В.П. Мельников, Г.В. Геннадиник– Якутск, 1976. – 159 с.
8. Дмитриев В.И. Вычислительная математика и техника в разведочной геофизике. Справочник геофизика. / В.И. Дмитриев – М.: Недра, 1990. – 498 с.
9. Жданов М.С. Математическое моделирование электромагнитных полей в трехмерно-неоднородных средах / М.С. Жданов, В.В. Спичак – М.: Наука, 1992. – 188 с.
10. Жданов М.С. Теория обратных задач и регуляризации в геофизике / М.С. Жданов – М.: Научный мир, 2007. – 712 с.

11. Жданов М.С. Электроразведка: Учебник для вузов. / М.С. Жданов – М.: Недра, 1986. – 316 с.
12. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган – М.: Мир, 1986. – 318 с.
13. Ильин В.П. Методы и технологии конечных элементов / В.П. Ильин – Новосибирск: Изд. ИВМиМГ, 2007. – 371 с.
14. Ильин В.П. О численном решении прямых и обратных задач электромагнитной георазведки / В.П. Ильин // Сибирский журнал промышленной математики. – 2003. – Т. 4. – №6. – С. 381–394.
15. Иродов И.Е. Основные законы электромагнетизма / И.Е. Иродов – М.: Высшая школа, 1983. – 279 с.
16. Каринский С. Об определении параметров Cole-Cole при каротаже скважин в поляризующихся средах/С.Д. Каринский, Б.С. Светов // Физика Земли. – 2007. – № 4. – С. 53–57.
17. Кожевников Н.О. Инверсия данных МПП с учетом быстропротекающей индукционно вызванной поляризации: численный эксперимент на основе модели однородного поляризующегося полупространства/ Н.О. Кожевников, Е.Ю. Антонов // Геофизика, 2007. – № 1. – С. 42-50.
18. Кожевников Н.О. Совместная инверсия данных МПП с учетом индукционно-вызванной поляризации / Н.О. Кожевников, Е.Ю. Антонов // Геология и геофизика, 2009. – Т. 50. – № 2. – С. 181-190.
19. Комаров В.А. Электроразведка методом вызванной поляризации / В. А. Комаров – Л.: Недра, 1980. – 390 с.
20. Кормильцев В.В. Переходные процессы при вызванной поляризации/ В.В. Кормильцев –М.: Наука, 1980.
21. Кормильцев В.В. Электроразведка в поляризующихся средах. / В.В. Кормильцев, А.Н. Мезенцев Свердловск: УрО АН СССР, 1989. – 128 с.
22. Корольков Ю.С. Эффективность электроразведочных методов при поисках нефти и газа / Ю.С. Корольков – М., 1988. – 58 с.

23. Марчук Г.И. Введение в проекционно-сеточные методы / Г.И. Марчук, В.И. Агошков – М.: Наука, 1981. – 420 с.
24. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук – М.: Наука, 1980. – 430 с.
25. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм: учеб.пособие. / А.Н. Матвеев – М.: Высш. школа, 1983. – 463 с.
26. Могилатов В.С. Импульсная электроразведка: учеб.пособие / В.С. Могилатов – Новосибирск, 2002. – 208 с.
27. Моисеев В.С. Изучение пространственного положения наклонных пластовых объектов по параметрам поляризуемости и электрического сопротивления / В.С. Моисеев, Н.И. Паули, М.Г. Токарева // Разведка и охрана недр, 2007. – №8. – С. 73-74.
28. Моисеев В.С. Математическое моделирование при разработке технологий для метода вызванной поляризации / В.С. Моисеев, М.Э. Рояк, Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова, М.Г. Токарева // Сибирский журнал индустриальной математики. – Новосибирск, 1999. – Т.2. – с. 135-146.
29. Моисеев В.С. Математическое моделирование процессов вызванной поляризации в сложных средах для токовой линии с заземленными электродами / В.С. Моисеев, М.Э. Рояк, Ю.Г. Соловейчик // Сибирский журнал индустриальной математики. – 1999. – Т. 2. – № 1. – С. 79–93.
30. Моисеев В.С. Математическое моделирование сложнопостроенных сред / В.С. Моисеев, Ю.Г. Соловейчик, М.Э. Рояк // Сборник рефератов № 2 Международной геофизической конференции и выставки по разведочной геофизике SEGEAGO. –М., 1993. – С. 15.
31. Моисеев В.С. Метод вызванной поляризации при поисках нефтеперспективных площадей / В.С. Моисеев – Новосибирск: Наука, 2002. – 136 с.
32. Молчанов И. Н. Основы метода конечных элементов / И.Н. Молчанов, Л.Д. Николаенко – Киев, 1989. – 272 с.

33. Норри Д. Введение в метод конечных элементов / Норри Д., Ж. Фриз. – М.: Мир, 1981. – 155 с.
34. Персова М.Г. 3D-инверсия данных вызванной поляризации на основе конечноэлементного моделирования / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Токарева, Е.И. Симон, М.В. Абрамов, У.А. Сафронова // Научный вестник НГТУ. – 2012. – №3(48). – С.25-34.
35. Персова М.Г. 3D-инверсия с восстановлением границ аномальных по поляризуемости объектов [Электронный ресурс] / М.Г. Персова, О.С. Трубачева // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики (АПВПМ-2015): тр. междунар. конф., посвящ. 90-летию со дня рождения акад. Гурия Ивановича Марчука, Новосибирск, Академгородок, 19–23 окт. 2015 г. – Новосибирск: Ин-т выч. мат. и математ. геофизики СО РАН, 2015. – С. 572–576. - 1 электрон.опт. диск (CD-ROM). - Загл. с этикетки. – ISBN 978-5-9905347-2-8.
36. Персова М.Г. 3D-моделирование процессов индукционной вызванной поляризации при возбуждении электромагнитного поля незаземленной токовой петлей и проблема эквивалентности / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Токарева, М.В. Абрамов // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. - 2013. – № 2(51). – С. 53–61.
37. Персова М.Г. Зондирование становлением поля трехмерных сред и проблемы интерпретации / Персова М.Г. // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2009. – Т. 12. – № 2. – С. 84–96.
38. Персова М.Г. Интерфейсная часть информационно-программной системы 3D-обработки данных геологоразведки / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, Д.С. Киселев, Н.В. Кондратьев, Ю.И. Кошкина // Свидетельства о государственной регистрации №2018661744 от 14.09.2018 г. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2018.

39. Персова М.Г. Информационно-программная система обработки данных для сопровождения электромагнитных технологий геологоразведки / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, А.М. Гриф, Д.С. Киселев, Ю.И. Кошкина, И.И. Патрушев, А.П. Сивенкова, Е.И. Симон, М.Г. Токарева // Свидетельство о государственной регистрации № 2019662177 от 12.09.2019 – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2019.
40. Персова. М.Г. Компьютерное моделирование геоэлектромагнитных полей в трехмерных средах методом конечных элементов / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Г.М. Тригубович // Физика Земли –2011. – vol. 47. – № 2. – С. 3–14.
41. Персова М.Г. Конечноэлементное моделирование геоэлектромагнитных полей, возбуждаемых горизонтальной электрической линией / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, М.В. Абрамов //Сибирский журнал индустриальной математики. – 2009. – № 4(40). – С. 106-119
42. Персова. М.Г. Методы и алгоритмы восстановления трехмерной структуры проводимости и поляризуемости среды по данным электромагнитных зондирований на основе конечноэлементного 3D-моделирования / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Г.М. Тригубович, М.Г. Токарева // Физика Земли, – 2013. –№3, – С. 30-45.
43. Персова М.Г. Методы и алгоритмы решения трехмерных прямых и обратных задач геоэлектрики на базе конечноэлементных аппроксимаций / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Г.М. Тригубович, М.Г. Токарева, Д.В. Вагин // Материалы Всероссийской школы-семинара им. М. Н. Бердичевского и Л. Л. Ваньяна по электромагнитным зондировани-ям Земли, 16-21 мая 2011. – ЭМЗ-2011. В двух книгах. Книга 2. – Спб. : СПбГУ, 2011. – С. 94-99.
44. Персова М.Г. Модуль решения прямой задачи для технологии морской электроразведки во временной области / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, О.С Трубачева // Свидетельство о государственной регистрации

№2018619458 от 07.08.2018 – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2018.

45. Персова М.Г. О новом подходе к геометрической 3D-инверсии данных электроразведки с восстановлением параметров сопротивления и поляризуемости во временной области в проводящих средах = A new approach to geometrical 3D-inversion of geoelectric prospecting data with recovering parameters of resistance and polarizability of a conducting medium in time domain / М. Г. Персова, Ю. Г. Соловейчик, Д. В. Вагин, Ю. И. Кошкина, О. С. Трубачева // Вопросы естествознания. - 2016. – № 2 (10). – С. 62-67.
46. Персова М.Г. О подходе к выполнению 3D-инверсий данных зондирований нестационарным электромагнитным полем на основе конечноэлементного моделирования / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, М.Г. Токарева, А.В. Чернышев // Научный вестник НГТУ. – 2011. – № 2 (43). – С. 97–106.
47. Персова М.Г. О подходе к решению обратной задачи вызванной поляризации при восстановлении границ аномальных по поляризуемости объектов = On an approach to solving induced polarization inverse problems under recovery of boundaries of object with anomalous polarizability / М.Г. Персова, О.С. Трубачева // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. - 2015. - № 3 (28). - С. 88-98. - DOI: 10.17212/1727-2769-2015-3-88-98.
48. Персова М.Г. Применение векторного МКЭ для моделирования процессов становления поля и поля вызванной поляризации от кругового электрического диполя в трехмерных средах / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Токарева, Ю.В. Тракимус, Т.Г. Шашкова // Доклады АН ВШ. – № 1 (18). – 2011. – С. 123–133.
49. Персова М. Г. Применение геометрической 3D-инверсии для восстановления поляризуемости геоэлектрически неоднородной геологической среды / М. Г. Персова, О. С. Трубачева, Ю. Г. Соловейчик //

- Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2016) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2016) : тр. 13 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 3–6 окт. 2016 г. : в 12 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 8. – С. 141–144.
50. Персова М. Г. Применение неконформных сеток с шестигранными ячейками для 3D-моделирования технологий аэроэлектроразведки = Application of non-conforming meshes with hexahedral cells for 3D modelling of airborne electromagnetic technologies / М. Г. Персова, Ю. Г. Соловейчик, Д. В., Киселев Д.С., Кондратьев Н.В., Кошкина Ю.И., Трубачева О.С. // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. – 2018. – № 1 (38). – С. 64–79. – DOI: 10.17212/1727-2769-2018-1-64-79
51. Персова М.Г. Сравнение различных подходов к численному моделированию трехмерных полей вызванной поляризации. / М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик, Д.В. Вагин, П.А. Домников // Доклады АН ВШ РФ. – 2011. – С. 126–138.
52. Пестерев И.Ю. А.с. № 2012660743 «Программа одномерной инверсии «MarsID». Заявка № 2012618705 от 16.10.2012. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 28 ноября 2012 г. Правообладатель: Общество с ограниченной ответственностью «Гелиос».
53. Сабоннадьер Ж.-К. Метод конечных элементов и САПР: пер. с франц. / Ж.-К. Сабоннадьер, Ж.-Л. Кулон – М.: Мир, 1989.
54. Светов Б.С. Основы геоэлектрики / Б.С. Светов – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 256 с.
55. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд – М.: Мир, 1979. – 392 с.
56. Сильвестер П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / П. Сильвестер, Р. Феррари. – М.: Мир, 1986. – 229 с.
57. Соловейчик Ю.Г. Конечноэлементное моделирование электрического и магнитного полей вызванной поляризации в трехмерной среде / Ю.Г.

- Соловейчик, М.Г. Персова, М.В. Абрамов, М.Г. Токарева// Сибирский журнал индустриальной математики. — 2011. — Т. XIV. — № 3(47). — С. 112-124.
58. Соловейчик Ю.Г. Математический аппарат и программное обеспечение конечноэлементного 3D-моделирования для сопровождения электромагнитных методов инженерной геофизики = Mathematical apparatus and software of 3D finite element modeling for supporting electromagnetic methods of engineering geophysics / Ю.Г. Соловейчик, М.Г. Персова, Д.В. Вагин, П.А. Домников, О.С. Трубачева // Инженерные изыскания. - 2015. — № 10-11. — С. 54–59.
59. Соловейчик Ю.Г. Математическое моделирование на базе метода конечных элементов трехмерных электрических полей в задачах электроразведки / Ю.Г. Соловейчик, М.Э. Рояк, В.С. Моисеев, А.В. Васильев // Физика Земли. — 1997. — № 9. — С. 67–71.
60. Соловейчик Ю.Г. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач / Ю.Г. Соловейчик, М.Э. Рояк, М.Г. Персова — Новосибирск: НГТУ, 2007. — 896 с.
61. Соловейчик Ю.Г. Моделирование нестационарных электромагнитных полей в трехмерных средах методом конечных элементов / Ю.Г. Соловейчик, М.Э. Рояк, В.С. Моисеев, Г.М. Тригубович // Физика Земли, 1998. — № 10. — С. 78-84.
62. Соловейчик Ю. Г. Разработка системы интерпретации электромагнитных полей в задачах индукционной геоэлектроразведки / Ю. Г. Соловейчик, М. Э. Рояк, Г. М. Тригубович, А. В. Чернышев // Доклады СО АН ВШ. — № 1 — 2002. — С. 105–114.
63. Тихонов А.Н. Математические методы в разведке полезных ископаемых / А.Н. Тихонов, В.Б. Глазко, В.И. Дмитриев. — М.: Знание, 1983. — 239 с.
64. Тригубович Г.М. 3D-электроразведка становлением поля. / Г.М. Тригубович, М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик —Новосибирск: Наука. 2009. 218 с.

65. Трубачева О.С. Об одном подходе к 3D-инверсии данных вызванной поляризации / О.С. Трубачева; науч. рук. М.Г. Персова// Наука. Технологии. Инновации: материалы Всерос. науч. конф. молодых ученых, Новосибирск, 21–24 нояб. 2013 г.: в 10 ч. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2013. – Ч. 3. – С. 165-168.
66. Трубачева О.С. О способе поиска аномальных по поляризуемости трехмерных структур / О.С. Трубачева ; науч. рук. М.Г. Персова // Наука. Технологии. Инновации : сб. науч. тр. : в 9 ч., Новосибирск, 1–5 дек. 2015 г. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2015. – Ч. 2. – С. 75–77.
67. Трубачева О.С. О трехмерной инверсии данных вызванной поляризации / О.С. Трубачева // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-2014) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE-2014): тр. 12 междунар. конф., Новосибирск, 2–4 окт. 2014 г.: в 7 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2014. – Т. 6. – С. 174–177.
68. Трубачева О.С. Способ решения трехмерной обратной задачи вызванной поляризации / О.С. Трубачева; науч. рук. М.Г. Персова // Инновации и научно-техническое творчество молодежи: Рос.науч.-техн. конф. [Новосибирск, 24–25 апр. 2014 г.]: материалы конф. – Новосибирск: СибГУТИ, 2014. – С. 365–368.
69. Трубачева О.С GInIP / О.С Трубачева, М.Г. Персова, Ю.Г. Соловейчик // Свидетельство о государственной регистрации №2016619806 от 30.08.2016 – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент). – 2016.
70. Шейнман С.М. Об установлении электромагнитных полей в земле / С.М. Шейнман // Прикладная геофизика. М.: Гостоптехиздат, 1974. Вып. 9. С.3-55.
71. Яковлев А.П. Изменения пород под влиянием нефти и газа и возможность их выявления геофизическими методами / А.П. Яковлев, З.Д. Круглова //Разведочная геофизика. Обзор. М.: ВИЭМС, 1977. - 42с.

72. Abubakar A. Inversion algorithms for large-scale geophysical electromagnetic measurements / A. Abubakar, T.M. Habashy, M. Li, J. Liu // *Inverse Problems*. – 2009. – Vol. 25, Iss. 12. – art. no. 123012.
73. Ahmed A. S. 3-D time-domain induced polarization tomography: a new approach based on a source current density formulation / A. S. Ahmed, A. Revil // *Geophys. J. Int.* – 2018. – 213. – P. 244–260.
74. Beran L. Estimation of Cole-Cole parameters from time-domain electromagnetic data. / L.Beran, D.Oldenburg // *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2008*: 569-573.
75. Blaschek R. A new sensitivity-controlled focusing regularization scheme for the inversion of induced polarization data based on the minimum gradient support / R.Blaschek, A. Hördt, A. Kemna// *Geophysics*. – 2008. – Vol. 73, No. 2. – P. F45-F54.
76. Commer M. 3D induced-polarization data inversion for complex resistivity / M.Commer, G.A. Newman, K.H. Williams, S.S. Hubbard.// *Geophysics*. – 2011. – Vol. 76, No. 3. – P. F157-F171.
77. Commer M. FDTD modelling of induced polarization phenomena in transient electromagnetics / M. Commer, P. V. Petrov, G. A. Newman // *Geophys. J. Int.* – 2017. – 209. – P. 387–405.
78. Commer M. New advances in three-dimensional controlled-source electromagnetic inversion / M. Commer, G.A. Newman // *Geophys. J. Int.* – 2008. – 172. – P. 513-535.
79. Commer M. Three-dimensional inversion of spectral induced polarization data / M.Commer, Gregory A. Newman, Kenneth H. Williams, and Susan S. Hubbard// *SEG Denver 2010 Annual Meeting*, p.624-628.
80. Cox L.H. 3D inversion of airborne electromagnetic data / L.H. Cox, G.A. Wilson, M.S. Zhdanov // *Geophysics*. – 2012. – Vol 77, No.4. – P.WB59–WB69.
81. Davydycheva S. Electrical-prospecting method for hydrocarbon search using the induced-polarization effect / S. Davydycheva, N. Rykhliniski, P. Legeido // *Geophysics*. – 2006. – Vol. 71, No 4. – P. G179—G189.

82. Egbert G.D. Computational recipes for electromagnetic inverse problems /Egbert G.D., Kelbert A. // *Geophys. J. Int.* – 2012. – 189. – P. 251-267.
83. Ingeman-Nielsen T. Numerical modeling of complex resistivity effects on a homogenous half-space at low frequencies / T.Ingeman-Nielsen, F.Baumgartner // *Geophysical Prospecting.* – 2006. – 54. – P. 261–271.
84. Farias V.J.C. The use of the fractal model to complex resistivity in the interpretation of induced polarization data / V.J.da C.Farias, B.R.P.da Rocha, M.P.da C.da Rocha, H.R.Tavares // *Applied Mathematical Modelling.* – 2013. – 37. – P. 1347-1361.
85. Fiandaca G. Generalized focusing of time-lapse changes with applications to direct current and time-domain induced polarization inversions / G. Fiandaca, J. Doetsch, G. Vignoli, E. Auken // *Geophys. J. Int.* – 2015. – 203. – P. 1101–1112.
86. Fiandaca G. Resolving spectral information from time domain induced polarization data through 2-D inversion / G. Fiandaca, J. Ramm, A. Binley, A. Gazoty, A. V. Christiansen, E. Auken // *Geophys. J. Int.* – 2013. – 192. – P. 631–646.
87. Fiandaca G. Time-domain-induced polarization: Full-decay forward modeling and 1D laterally constrained inversion of Cole-Cole parameters / G.Fiandaca, E.Auken, A. V. Christiansen, A. Gazoty// *Geophysics.* – 2012. – Vol. 77, No. 3. – P. E213-E225.
88. Flekkoy E., Legeydo P. Using DNME technology in Nord Sea: case history // *The 2nd International CSEM Conference. CSEM in hydrocarbon exploration and exploitation, Oslo, May 14–15, 2013.*
89. Gribenko A. Rigorous 3D inversion of marine CSEM data based on the integral equation method/ A. Gribenko, M. Zhdanov // *Geophysics.* – 2007. – Vol. 72, No. 2. – P. WA73-WA84.
90. Ghorbani A. Bayesian inference of the Cole-Cole parameters from time-and frequency-domain induced polarization / A.Ghorbani, C. Camerlynck, N. Florsch, P. Cosenza and A. Revil.// *Geophysical Prospecting.* – 2007. – Vol 55, No 4. – P. 589 - 605.

91. Haber E. Inversion of time domain three-dimensional electromagnetic data / E. Haber, D.W. Oldenburg, R. Shekhtman // *Geophys. J. Int.* – 2007. – 171. – P.550–564.
92. Haber E. Inversion of 3D electromagnetic data in frequency and time domain using an inexact all-at-once approach / E. Haber, U.M. Ascher, D.W. Oldenburg // *Geophysics.* – 2004. – Vol.69, No.5. – P.1216–1228.
93. Höni M. 1D and 2D Cole-Cole-inversion of time-domain induced-polarization data / M. Höni and Bülent Tezkan// *Geophysical Prospecting.* – 2007. – Vol 55, No 1. – P. 117 - 133.
94. Hunkeler P.A. Improved 1D inversions for sea ice thickness and conductivity from electromagnetic induction data: Inclusion of nonlinearities caused by passive bucking / P.A. Hunkeler, S. Hendricks, M. Hoppmann, C.G.Farquharson, T. Kalscheuer, M. Grab, M.S.Kaufmann, L. Rabenstein, R. Gerdes // *Geophysics.* – 2016. – 81. – P. WA45-WA58.
95. Johnson T. C. 3-D decoupled inversion of complex conductivity data in the real number domain / T. C. Johnson, J. Thomle // *Geophys. J. Int.* – 2018. – 212. – P. 284–296.
96. Kang S. Inversions of time-domain spectral induced polarization data using stretched exponential / S. Kang, D.W. Oldenburg // *Geophys. J. Int.* – 2019. – 219. – P. 1851–1865.
97. Kang S. On recovering distributed IP information from inductive source time domain electromagnetic data / S. Kang, D. W. Oldenburg // *Geophys. J. Int.* – 2016. – 207. – P. 174–196.
98. Karaoulis M. Time-lapse three-dimensional inversion of complex conductivity data using an active time constrained (ATC) approach/ M. Karaoulis, A. Revil, D. D. Werkema, B. J. Minsley, W. F. Woodruff and A. Kemna // *Geophys. J. Int.* – 2011. – 187. – P. 237–251.
99. Kim B. Inversion of time-domain induced polarization data based on time-lapse concept / B. Kim, M. J. Nam, H. J. Kim // *Journal of Applied Geophysics.* – 2018. – 152. – P. 26-37.

100. Kozhevnikov N.O. Fast-decaying IP in frozen unconsolidated rocks and potentialities for its use in permafrost-related TEM studies / N.O. Kozhevnikov, E.Y. Antonov.// *Geophysical Prospecting*. – 2006. – 54. – P. 383–397.
101. Ley-Cooper A.Y. Airborne electromagnetic modelling options and their consequences in target definition / A.Y. Ley-Cooper, A. Viezzoli, J. Guillemoteau, G.Vignoli, J.Macnae, L.Cox, T.Munday // *Explor. Geophys.* – 2015. – 46. – P. 74-84.
102. Li M. Inversion of controlled-source electromagnetic data using a model-based approach / M. Li, A. Abubakar, T.M. Habashy, Y. Zhang // *Geophysical Prospecting*. – 2010. – Vol 58, Iss. 3. – P. 455 - 467
103. Li Y. 3-D inversion of induced polarization data / Y. Li, D. W. Oldenburg // *Geophysics*. – 2000. – Vol. 65, No. 6. – P. 1931–1945.
104. Li Y. Inversion of 3-D DC resistivity data using an approximate inverse mapping/ Yaoguo Li and Douglas W. Oldenburg // *Geophys. J. Int.* – 1994. – 116. – P. 527–537.
105. Liu Y. 3D inversion for multipulse airborne transient electromagnetic data / Y.Liu, C.Yin // *Geophysics*. – 2015. – T. 81, № 6. – C. E401-E408.
106. Loke M.H. Inversion of 2D spectral induced polarization imaging data / M.H.Loke, J.E. Chambers and R.D. Ogilvy// *Geophysical Prospecting*. – 2006. – Vol 54, No 3. – P. 287 - 301.
107. Mainault A. Upscaling of spectral induced polarization response using random tube networks / A. Mainault, A. Revil, C. Camerlynck, N. Florsch, K. Titov // *Geophys. J. Int.* – 2017. – 209. – P. 948–960.
108. Marchant D. 3D modeling of IP effects on electromagnetic data in the time domain. / D.Marchant, E. Haber, L. Beran, D. W. Oldenburg. // *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*: 1-5.
109. Marchant D. Inductive source induced polarization / D.Marchant, Eldad Haber and Douglas W. Oldenburg // *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*: 1-5.

110. Maurya P.K. Field-scale comparison of frequency- and time-domain spectral induced polarization / P.K. Maurya, G. Fiandaca, A.V. Christiansen, E. Auken // *Geophys. J. Int.* – 2018. – 214. – P. 1441–1466.
111. Maurya P. K. Subsurface imaging of water electrical conductivity, hydraulic permeability and lithology at contaminated sites by induced polarization / P. K. Maurya, N. Balbarini, I. Moller, V. Ronde, A. V. Christiansen, P. L. Bjerg, E. Auken, G. Fiandaca // *Geophys. J. Int.* – 2018. – 213. – P. 770–785.
112. Mogilatov V. Application of the marine circular electric dipole method in high latitude Arctic regions using drifting ice floes / V. Mogilatov, M. Goldman, M. G. Persova, Y. G. Soloveichik, Y. I. Koshkina, O. S. Trubacheva, A. Zlobinskiy // *Journal of Applied Geophysics.* – 2016. – Vol. 135. – P. 17-31. - DOI: 10.1016/j.jappgeo.2016.08.007.
113. Newman G.A. New advances in three dimensional transient electromagnetic inversion/ G.A. Newman, M.Commer// *Geophys. J. Int.* – 2005. – 160. – P. 5–32.
114. Nordsiek S. A new approach to fitting induced-polarization spectra / S.Nordsiek, Andreas Weller // *Geophysics.* – 2008. – Vol. 73, No. 6. – P. F235-F245.
115. Oldenburg D.W. Forward Modelling and Inversion of Multi-Source TEM Data. / D.W. Oldenburg, E. Haber, R. Shekhtman // SEG Las Vegas 2008 Annual Meeting. – P.559–563.
116. Oldenburg D. Three dimensional inversion of multisource time domain electromagnetic data/ D.Oldenburg, E.Haber, R.Shekhman. // *Geophysics.* – 2013. Vol. 78. №1. – P. E47-E57.
117. Oldenborger G.A. Inversion of 3D time-domain EM data for high conductivity contrasts / G.A. Oldenborger, D.W. Oldenburg // SEG Las Vegas 2008 Annual Meeting. – P.619–623.
118. Persova M. G. An approach to 3D-inversion of the time-domain marine electrical prospecting data / M. G. Persova, Y. G. Soloveichik, P. A. Domnikov, D. V. Vagin, D. S. Kiselev // 22 EM induction workshop : extended abstr., Germany, Weimar, 24–30 Aug. 2014. – Weimar, 2014. – 4 p.

119. Persova M. G. Intelligent Scheduler for Solution of Forward and Inverse Geoelectrical Problems / Marina G. Persova, Yuri G. Soloveichik, Yulia I. Koshkina, Olga S. Trubacheva, Denis V. Vagin, Petr A. Domnikov // Proceedings of IFOST-2016 Part 1: 2016 11th International Forum on Strategic Technology (IFOST), June 1-3, 2016 Novosibirsk, Russia. – pp. 401-405.
120. Persova M. G. Geometrical nonlinear 3D inversion of airborne time domain EM data / M. G. Persova, Y. G. Soloveichik, Y. I. Koshkina, D. V. Vagin, O. S. Trubacheva // Near surface geoscience : conference & exhibition : proc., 22 European meet. of environmental and engineering geophysics, Spain, Barcelona, 5–6 Sept. 2016. – Art. TuMIN07. - ISBN 2214-4609. - DOI: 10.3997/2214-4609.201602114.
121. Persova M. G. Geometric 3D inversion application for recovering the polarizability of geoelectric-heterogeneous geological media / M. G. Persova, O. S. Trubacheva, Y. G. Soloveichik // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2016) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2016) : тр. 13 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 3–6 окт. 2016 г. : в 12 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. – Т. 1, ч. 2. – С. 309-312.
122. Persova M. G. Methods and algorithms for reconstructing three-dimensional distributions of electric conductivity and polarization in the medium by finite-element 3D modeling using the data of electromagnetic sounding / M. G. Persova, Y. G. Soloveichik, G. M. Trigubovich, M. G. Tokareva // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. - 2013. - Vol. 49, iss. 3. - P. 329–343.
123. Persova M. G. On approach for solving three dimensional forward and inverse induced polarization problems / Persova M.G., Soloveichik Y.G., Vagin D.V., Domnikov P.A., Tokareva M.G., Trigubovich G.M.// Geobaikal 2012 - 2nd International Research and Application Conference on Electromagnetic Research Methods and Integrated Geophysical Data Interpretation, art. no. S2, 2012.
124. Persova M. G. Recovery of subvertical target objects differently placed relative to airborne electromagnetic survey profiles in complex media / M. G. Persova, Y.

- G. Soloveichik, D. V. Vagin, Y. I. Koshkina, O. S. Trubacheva // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП–2018) = Actual problems of electronic instrument engineering (APEIE–2018) : тр. 14 междунар. науч.-техн. конф., Новосибирск, 2–6 окт. 2018 г. : в 8 т. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2018. – Т. 1, ч. 4. – С. 226–231. - ISBN (NSTU) 978-5-7782-3614-1.
125. Persova M. G. The approach to parametric nonlinear 3D inversion of electrical prospecting data with the recovery of curvilinear boundaries between geoelectrical layers / M. G. Persova, Y. G. Soloveichik, D. V. Vagin, D. S. Kiselev, N. S. Kondratyeva, O. S. Trubacheva // Геомодель 2019 = Geomodel 2019 : 21 науч.-практ. конф. по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа, Геленджик, 9–13 сент. 2019 г. – Москва: EAGE publ., 2019
126. Persova M. G. Transient electromagnetic modelling of an isolated wire loop over a conductive medium / M. G. Persova, Y. G. Soloveichik, G. M. Trigubovich, D. V. Vagin, P. A. Domnikov // Geophysical Prospecting. - 2014. - Vol. 62, iss. 5. - P. 1193-1201.
127. Ren Z. 3D direct current resistivity modeling with unstructured mesh by adaptive finite-element method / Z. Ren, T. Jingtian // Geophysics. – 2010. – Vol.75, No.1. – P.H7–H17.
128. Revil A. Induced polarization of volcanic rocks – 1. Surface versus quadrature conductivity / A. Revil, M. Le Breton, Q. Niu, E. Wallin, E. Haskins, D.M. Thomas // Geophys. J. Int. – 2017. – 208. – P. 826–844.
129. Sasaki Y. Multidimensional inversion of loop-loop frequency-domain EM data for resistivity and magnetic susceptibility / Y. Sasaki, J. Kim, and S. Cho // Geophysics. – 2010. – Vol. 75, No. 6. – P. F213–F223.
130. Sasaki Y. Full 3-D Inversion of Electromagnetic Data on PC / Y. Sasaki // J. Appl. Geophys. – 2001. – 46. – P.45–54.
131. Sattel D. Inverting airborne electromagnetic (AEM) data using Zohdy's method / D.Sattel//Geophysics. – 2005. – Vol. 70, No. 4. – P. G77-G85.

132. Seidel M. 1D Cole-Cole inversion of TEM transients influenced by induced polarization / M. Seidel, B. Tezkan // *Geophys. J. Int.* – 2017. – 138. – P. 220–232.
133. Siripunvaraporn W. Interpretation of two-dimensional magnetotelluric profile data with three-dimensional inversion: synthetic examples / W. Siripunvaraporn, G. Egbert, M. Uyeshima // *Geophys. J. Int.* – 2005. – 160. – P. 804–814.
134. Soloveichik Y.G. Iterative method for solving finite element systems of algebraic equations / Y.G. Soloveichik // *Computers Math. Applic.* – 1996. – Vol.33. – PP.87-90.
135. Tarasov A. On the use of the Cole–Cole equations in spectral induced polarization / A. Tarasov, K. Titov // *Geophys. J. Int.* – 2013. – 195. – P. 352–356.
136. Tarasov A. Relaxation time distribution from time domain induced polarization measurements / A. Tarasov, K. Titov // *Geophys. J. Int.* – 2007. – 170. – P. 31–43.
137. Toumelin E. 2D pore-scale simulation of wide-band electromagnetic dispersion of saturated rocks / E. Toumelin, C. Torres-Verdín // *Geophysics.* – 2007. – Vol. 72, No. 3. – P. F97–F110.
138. Ullmann A. A cut-&-paste strategy for the 3-D inversion of helicopter-borne electromagnetic data — II. Combining regional 1-D and local 3-D inversion / A. Ullmann, M. Scheunert, M. Afanasjew, R.U. Börner, B. Siemon, K. Spitzer // *J. Appl. Geophys.* – 2016 – 130. P. 131-144.
139. Vallee M. Inversion of airborne time-domain electromagnetic data to a 1D structure using lateral constraints / M.A. Vallee, R. S. Smith // *Near Surface Geophysics.* – 2009. – 7. – P. 63-71.
140. Veeken P.C.H. Benefits of the induced polarization geoelectrical method to hydrocarbon exploration/ P.C.H. Veeken, P. Legeydo, Yu. Davidenko, E. Kudryavceva, S. Ivanov, A. Chuvaev // *Geophysics.* – 2009. – Vol. 74, No. 2. – P. B47-B59.
141. Vendrell E. An efficient compact finite-element modelling method for the practical 3D inversion of electromagnetic data from high contrast complex

- structures / E. Vendrell, F. Sugeng, A. Raiche, G. Wilson // IAGA WG 1, 2 on Electromagnetic Induction in Earth, Spain, September 2006. – P.17–23.
142. Xiong Z. A block iterative algorithm for 3-D electromagnetic modelling using integral equations with symetrized substructures. / Z. Xiong, A.C. Tripp // *Geophysics*. – 1995. – 60. – no.1. – P.291–295.
143. Xiong, Z. 3-D electromagnetic modeling for near-surface targets using integral equations / Z. Xiong, A.C. Tripp // *Geophysics*. – 1997. – 62(4). – P.1097-1106.
144. Weigand M. Relationship between Cole–Cole model parameters and spectral decomposition parameters derived from SIP data / M. Weigand, A. Kemna // *Geophys. J. Int.* – 2016. – 205. – P. 1414–1419.
145. Yoshioka K. Three-dimensional nonlinear regularized inversion of the induced polarization data based on the Cole-Cole model / K.Yoshioka, Michael S. Zhdanov// *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. – 2005. – 150. – P. 29-43.
146. Zhang Z. 1-D Inversion of Triaxial Induction Logging in Layered Anisotropic Formation / Z.Zhang, X.Yuan, C.RLiu // *Progress In Electromagnetics Research*. – 2012. – V. 44. – P. 383-403.
147. Zhdanov, M.S. Iterative electromagnetic migration for 3D inversion of marine controlled-source electromagnetic data / M.S. Zhdanov, M. Cuma, G.A. Wilson, E.P. Velikhov, N. Black, A.V. Gribenko // *Geophysical Prospecting*. – 2011. – 59. – P.1101–1113.
148. Zhdanov M. Generalized effective-medium theory of induced polarization / M. Zhdanov // *Geophysics*. – 2008. – Vol. 73, No. 5. – P. F197-F211.

ПРИЛОЖЕНИЕ А Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2016619806

GInIP

Правообладатель: **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "НОВОСИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"
(НГТУ) (RU)**

Авторы: **Трубачева Ольга Сергеевна (RU), Персова Марина
Геннадьевна (RU), Соловейчик Юрий Григорьевич (RU)**

Заявка № 2016617102

Дата поступления 04 июля 2016 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 30 августа 2016 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

 Г.П. Ивлиев



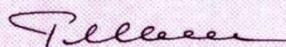
РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**СВИДЕТЕЛЬСТВО**

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018619458**Модуль решения прямой задачи для технологии морской
электроразведки во временной области****Правообладатель: ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ "НОВОСИБИРСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"
(НГТУ) (RU)****Авторы: Персова Марина Геннадьевна (RU), Соловейчик Юрий
Григорьевич (RU), Вагин Денис Владимирович (RU), Трубачева
Ольга Сергеевна (RU)**Заявка № **2018617030**Дата поступления **06 июля 2018 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **07 августа 2018 г.**Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности **Г.П. Изrael**

ПРИЛОЖЕНИЕ Б Акт внедрения результатов диссертационной работы

**Г Е Л И О С****ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ**

ИНН 3812139379, КПП 381201001, ОГРН 1123850010404

Юридический адрес: 664017, Россия, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 341/4, 19

Почтовый адрес: 664074, Россия, г. Иркутск, а/я 134

тел. +791498980404, e-mail: info@gelios-geo.comсайт: gelios-geo.com

Исх. № 70/Е от 14.09.2020 г.

АКТ

об использовании результатов научных исследований, выполненных соискателем Трубачевой О.С. в диссертационной работе "РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ВЫЗВАННОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ", в задачах разведочной геофизики

Представленные в диссертационной работе методы и программное обеспечение 3D-инверсии данных применялось для обработки данных геофизических исследований по методу ЭМЗ-ВП, проведенных на территории северного Казахстана на участке «Кызыл-Сор» для восстановления поляризуемости среды.

Генеральный директор ООО «Гелиос»



/Давыденко Ю.А./