

«

»

“ ”

“ ”

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ Линейная алгебра

: 13.03.02

, :

: 1, : 1

		1
1	()	4
2		144
3	, .	86
4	, .	36
5	, .	36
6	, .	0
7	, .	18
8	, .	2
9	, .	12
10	, .	58
11	(, ,)	
12		

(): 13.03.02

955 03.09.2015 ., : 25.09.2015 .

: 1,

(): 13.03.02

, 6 20.06.2017

, 9 21.06.2017

:

, . -

:

, . -

:

. . .

1.

1.1

Компетенция ФГОС: ОПК.2 способность применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач; в части следующих результатов обучения:	
11.	,
15.	
10.	
8.	

2.

2.1

	(
--	---	--

.2. 11	,
1.основные понятия курса высшей математики: системы координат, определители, векторную алгебру, уравнения линейных геометрических объектов, кривых и поверхностей второго порядка;	;
.2. 8	
2.вычислять скалярные, векторные и смешанные произведения для нахождения углов между векторами, площадей, объемов, работы и момента сил	;
3.исследовать и решать системы линейных алгебраических уравнений методами Крамера, обратной матрицы и Гаусса;	;
4.составлять уравнения геометрических объектов;	;
.2. 10	
5.приводить кривые и поверхности второго порядка к каноническому виду;	;
.2. 15	
6. постановку и методы решения основных задач, связанных с перечисленными выше понятиями.	;
.2. 10	
7.составлять матрицу линейного оператора в данном базисе;	;
8.находить собственные векторы линейного оператора;	;
.2. 8	
9.переводить информацию с языка конкретной задачи на язык математических символов и строить математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике;	;

.2. 10	
10.выбирать методы решения задач на основе анализа построенной математической модели.	; ;

3.

3.1

	,	.		
: 1				
:				
1. 1.1.				
1.2.	2	12	1, 3, 6	
1.3.				
(-)				

<p>3.3.1.</p> <p>-</p> <p>-</p> <p>3.2.</p> <p>,</p> <p>3.3.</p> <p>2-</p> <p>3.4.</p> <p>-</p>	<p>2</p>	<p>8</p>	<p>4,5</p>	
<p>:</p>				

4.4.1.				
4.2	2	8	10, 8, 9	
4.3				
4.4				

3.2

	,	.		
: 1				
:				
1.1.1. 1.2.	4	10	1, 3, 6) (5, 6, 7);) - ;)

<p>2.2.1.</p> <p>2.2.</p> <p>2.3.</p>	<p>2</p>	<p>10</p>	<p>2,7</p>	<p>)</p> <p>,</p> <p>-</p> <p>-</p> <p>)</p> <p>-</p> <p>:</p> <p>;</p>
<p>:</p>				
<p>3.3.1.</p> <p>-</p> <p>-</p> <p>3.2.</p> <p>,</p> <p>3.3.</p> <p>2-</p>	<p>2</p>	<p>8</p>	<p>4,5</p>	
<p>:</p>				

4.4.1.				
4.2		2	8	10, 8, 9
4.3				
4.4				

4.

: 1				
1		3, 4, 5	0	0
: / . . . , - . , 2002. - 140 . : 4 . . . 1 : [] / . . . , , : - . , 2003. - 288 . : .				
2		2, 4, 5, 6	30	4
: . - . , 2008. - 307, [1] : / [3 .] . . 1 : [. - . , 2008. - 284 . : .				
3		4, 5, 6	26	4

: .- ., 2008. - 307, [1] : / [3 .]. . 1 : [.] / , - ., 2008. - 284 . : .				
4		3, 4, 5	2	0
: .- ., 2008. - 307, [1] : / : / , ,- ., 2002. - 140 . : .				
5		10, 8, 9	0	4
: / , ,- ., 2002. - 140 . : 4 . . 1 : [.] / , , ; ,- ., 2003. - 288 . : .				

5.

- , (. 5.1).

5.1

	-

6.

(),

-
15-

ECTS.

. 6.1.

6.1

	.	
: 1		
<i>Подготовка к занятиям:</i>	1	2
<i>Лекция:</i>	9	18
<i>Контрольные работы:</i>	10	20
<i>РГЗ:</i>	10	20
" " : /- ., 2002. - 140 . :		
<i>Экзамен:</i>	20	40

.2	11.	+	+
	15.		+
	10.	+	+
	8.	+	+

1

7.

1. Ивлева А. М. Основы алгебры и аналитической геометрии : [учебник] / А. М. Ивлева, А. Г. Пинус, А.В. Чехонадских ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2006. - 268, [1] с. : ил.
2. Ивлева А. М. Готовимся к контрольной работе : учебное пособие / А. М. Ивлева, Л. В. Ковалевская, И. Д. Черных ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2010. - 172 с. : ил.
3. Ивлева А. М. Готовимся к контрольной работе : учебное пособие / А. М. Ивлева, Л. В. Ковалевская, И. Д. Черных ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2015. - 172 с. - Режим доступа: http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000223023

1. ЭБС НГТУ : <http://elibrary.nstu.ru/>
2. ЭБС «Издательство Лань» : <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС IPRbooks : <http://www.iprbookshop.ru/>
4. ЭБС "Znanium.com" : <http://znanium.com/>
5. :

8.

8.1

1. Бугров Я. С. Высшая математика. [В 3 т.]. Т. 1 : [учебник для вузов по инженерно-техническим специальностям] / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М., 2008. - 284 с. : ил.
2. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. - М., 2008. - 307, [1] с.
3. Краснов М. Л. Векторный анализ. Задачи и примеры с подробными решениями : учебное пособие для вузов / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко. - М., 2002. - 140 с. : ил.

4. Сборник задач по математике для вузов. В 4 т. Ч. 1 : [учебное пособие для вузов] / А. В. Ефимов, А. Ф. Каракулин, И. Б. Кожухов и др. ; под общ. ред. А. В. Ефимова, А. С. Пospelова. - М., 2003. - 288 с. : ил.

5. Ивлева А. М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия : учебное пособие для 1 курса всех факультетов и форм обучения / А. М. Ивлева, П. И. Прилуцкая, И. Д. Черных ; Новосиб. гос. техн. ун-т. - Новосибирск, 2009. - 149, [1] с. : ил., табл.

8.2

1 Windows

2 Office

9.

-

1	(-) , ,	

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра алгебры и математической логики

“УТВЕРЖДАЮ”
ДЕКАН ФЭН
к.э.н., доцент С.С. Чернов
“ ____ ” _____ г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра

Образовательная программа: 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, профиль:
Электроэнергетика

1. Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине Линейная алгебра приведена в Таблице.

Таблица

Формируемые компетенции	Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)	Темы	Этапы оценки компетенций	
			Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)	Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)
ОПК.2 способность осваивать методики использования программных средств для решения практических задач	34. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности	1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определитель матрицы и его свойства. Обратная матрица. Построение обратной матрицы. 1.2. Линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью алгоритма Гаусса. Теорема о базисном миноре. 1.3. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Матричный способ решения. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Совместность системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли).	РГЗ, разделы 1-6	Экзамен, вопросы 1-15
ОПК.2	36. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира	1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определитель матрицы и его свойства. Обратная матрица. Построение обратной матрицы. 1.2. Линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью алгоритма Гаусса. Теорема о базисном миноре. 1.3. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Матричный способ решения. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Совместность системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли).		Экзамен, вопросы 16-25
ОПК.2	у5. умеет работать с системными естественнонаучными моделями объектов профессиональной	1.1. Матрицы и определители. 1.2. Системы линейных уравнений. 1.1. Матрицы. Операции над матрицами. Определитель матрицы и его свойства. Обратная матрица.	РГЗ, разделы 7-9	Экзамен, вопросы 26-36

	<p>деятельности</p>	<p>Построе-ние обратной матрицы. 1.2. Линейная независимость строк и столбцов матрицы. Ранг матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью алгоритма Гаусса. Теорема о базисном миноре. 1.3. Системы линейных уравнений. Основные понятия и определения. Матричный способ решения. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Совместность системы линейных алгебраических уравнений (теорема Кронекера-Капелли). 2.1. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Понятие линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Системы координат. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. 2.2. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Длина вектора. Угол между векторами. Условие ортогональности векторов. Направляющие косинусы вектора. Проекция вектора, свойства проекций. 2.3. Векторное произведение и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Площадь параллело-грамма и треугольника. Условие коллинеарности век-торов. 2.1. Линейные операции над векторами и их свойства. 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. 2.3. Разложение вектора по базису. 3.1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгеб-раические линии и поверхности. Плоскость в про-странстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. 3.2. Прямая в плоскости и в</p>		
--	---------------------	--	--	--

		<p>пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. 3.3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. 3.1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. 3.2. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. 3.3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. 3.4. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Конус. 4.1. Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. 4.2 Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. 4.3</p>		
--	--	--	--	--

		<p>Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса. Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. 4.4 Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм.</p>		
ОПК.2	<p>у7. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов</p>	<p>2.1. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства. Понятие линейного пространства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Системы координат. Координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. 2.2. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Длина вектора. Угол между векторами. Условие ортогональности векторов. Направляющие косинусы вектора. Проекция вектора, свойства проекций. 2.3. Векторное произведение и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты векторов в ортонормированном базисе. Площадь параллелограмма и треугольника. Условие коллинеарности векторов. 2.1. Линейные операции над векторами и их свойства. 2.2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. 2.3. Разложение вектора по базису. 3.1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. 3.2. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное</p>	<p>РГЗ, разделы 10-13</p>	<p>Экзамен, вопросы 37-48</p>

		<p>расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. 3.3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. 3.1. Понятие об уравнениях линий и поверхностей. Алгебраические линии и поверхности. Плоскость в пространстве. Векторное, общее, нормальное уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей. 3.2. Прямая в плоскости и в пространстве. Векторное уравнение, параметрические и канонические уравнения прямых. Взаимное расположение прямых, прямых и плоскостей. Расстояние от точки до прямой на плоскости и до плоскости в пространстве. 3.3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Уравнения кривых 2-го порядка в полярных координатах. 3.4. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения и основные свойства. Метод сечений. Поверхности вращения. Цилиндрические поверхности. Конус. 4.1. Линейный оператор. Матрица линейного преобразования. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Оператор простой структуры. Условия простой структуры оператора. 4.2 Линейный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Свойства собственных чисел и собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду. 4.3 Квадратичные формы. Матричная запись. Изменение матрицы квадратичной формы при замене базиса.</p>		
--	--	---	--	--

		Классификация квадратичных форм. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильвестра. Закон инерции. Правило Декарта. 4.4 Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду на основе теории квадратичных форм.		
--	--	---	--	--

2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 1 семестре - в форме экзамена, который направлен на оценку сформированности компетенций ОПК.2.

Кроме того, сформированность компетенции проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

В 1 семестре обязательным этапом текущей аттестации является расчетно-графическое задание (работа) (РГЗ(Р)). Требования к выполнению РГЗ(Р), состав и правила оценки сформулированы в паспорте РГЗ(Р).

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе учебной дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенции ОПК.2, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

Общая характеристика уровней освоения компетенций.

Ниже порогового. Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

Пороговый. Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

Базовый. Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

Продвинутый. Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

Паспорт экзамена

по дисциплине «Линейная алгебра», 1 семестр

1. Методика оценки

Экзамен проводится в письменной форме, по билетам. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-24, второй вопрос из диапазона вопросов 25-48 (список вопросов приведен ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

Форма экзаменационного билета

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет _____

Билет № _____
к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

1. Теорема о ранге. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Свойства и геометрический смысл векторного произведения.
3. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 11 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 7 \\ -1 & 3 & 11 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Утверждаю: зав. кафедрой _____ должность, ФИО
(подпись) _____ (дата)

2. Критерии оценки

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент при ответе на вопросы не дает определений основных понятий, при решении задачи допускает принципиальные ошибки, оценка составляет *10 баллов*.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если студент при ответе на вопросы дает определение основных понятий, при решении задачи допускает непринципиальные ошибки, например, вычислительные, оценка составляет *20 баллов*.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если студент при ответе на вопросы формулирует основные понятия, теоремы, не допускает ошибок при решении задачи, оценка составляет *30 баллов*.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если студент хорошо знает теорию и умеет решать практические задачи,

- оценка составляет 40 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Линейная алгебра»

Вопросы по линейной алгебре и аналитической геометрии (I семестр)

1. Понятие поля. Числовые поля \mathcal{Q} , \mathcal{R} , \mathcal{C} . Конечные поля.
2. Поле комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Формула Муавра. Нахождение корней n -й степени комплексного числа.
3. Понятие кольца. Кольцо многочленов над полем. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочленов на множители в поле \mathcal{R} . Нахождение целых корней многочлена.
4. Алгебра матриц. Кольцо матриц над полем.
5. Определитель обратимости матрицы. Свойства определителей.
6. Обратная матрица. Методы нахождения обратной матрицы.
7. Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
8. Пространство арифметических векторов. Критерий линейной зависимости системы арифметических векторов. Теорема о базисном миноре. Критерий линейной зависимости строк (столбцов) квадратной матрицы.
9. Решение невырожденных систем линейных уравнений методом Крамера, методом Жордана-Гаусса и с помощью обратной матрицы.
10. Теорема Кронекера-Капелли. Нахождение общего решения системы линейных уравнений.
11. Приведенная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений (ф.с.р.). Теорема о связи общего решения системы линейных уравнений и ф.с.р. приведенной системы.
12. Геометрическое векторное пространство. Базис в пространстве, на плоскости и на прямой.
13. Декартова система координат, ПДСК. Длина вектора. Расстояние между точками. Орт вектора. Проекция. Направляющие косинусы.
14. Скалярное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах, нахождение угла между векторами, нахождение проекции. Физический смысл скалярного произведения.
15. Векторное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах, физический смысл.
16. Смешанное произведение: определение, свойства, выражение в декартовых координатах.
17. Уравнения прямой на плоскости (общее уравнение, параметрические уравнения, каноническое уравнение, уравнение в отрезках).
18. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом. Нормальное уравнение прямой. Взаимное расположение прямых. Нахождение угла между прямыми.
19. Уравнения плоскости в пространстве. Взаимное расположение плоскостей.
20. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости.
21. Линейные пространства: определение и примеры. Критерий линейной зависимости векторов.
22. Базис. Примеры базисов. Координаты вектора. Свойства координатных столбцов.
23. Теорема о числе базисных векторов. Ранг системы векторов. Теорема о ранге конечной системы числовых векторов. Размерность пространства. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Теорема о дополнении системы векторов до базиса.

24. Замена базиса. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при смене базиса.
25. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме линейных пространств.
26. Линейное подпространство: определение и примеры. Сумма и пересечение подпространств: определение и связь размерностей. Прямая сумма подпространств.
27. Понятие линейного подпространства и линейного многообразия. Примеры многообразий.

28. Линейные операторы: определение и примеры. Пространство линейных операторов.
29. Произведение линейных операторов: определение и свойства. Критерии невырожденности линейного оператора.
30. Ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора. Связь ранга и дефекта.
31. Матрица линейного оператора. Теорема о координатах образа вектора при линейном преобразовании.
32. Теорема об изоморфизме алгебры линейных операторов и алгебры матриц.
33. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
34. Характеристический многочлен и его инварианты.
35. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора: определение и отыскание.
36. Теорема о диагональной матрице линейного оператора. Отыскание базиса, в котором матрица оператора диагональна.

37. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора в евклидовом пространстве: определение и свойства.
38. Угол между векторами в евклидовом пространстве. Матрица Грама. Ортонормированный базис.
39. Скалярное произведение, длина вектора и координаты вектора в ортонормированном базисе.
40. Метод ортогонализации Шмидта.
41. Теорема об изоморфизме евклидовых пространств.
42. Ортогональные линейные операторы и матрицы.
43. Симметрические линейные операторы и матрицы. Собственные числа и собственные векторы симметрического оператора.
44. Квадратичные формы и приведение их к каноническому виду.
45. Кривые второго порядка и приведение их уравнений к каноническому виду.
46. Эллипс (каноническое уравнение, параметры и свойства).
47. Гипербола и парабола (канонические уравнения, параметры и свойства).
48. Поверхности второго порядка.

**Паспорт
расчетно-графического задания (работы)**

по дисциплине «Линейная алгебра», 1 семестр

1. Методика оценки

В рамках расчетно-графического задания (работы) по дисциплине студенты должны решить ряд задач на различные темы всего курса.

При выполнении расчетно-графического задания (работы) студенты должны изучить весь теоретический материал курса и применить его при решении практических задач.

Обязательные структурные части РГЗ. Все задания РГЗ(Р) являются обязательными для выполнения.

Оцениваемые позиции: Отдельно оценивается каждое задание.

2. Критерии оценки

- Работа считается **не выполненной**, если выполнено 25 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 5 баллов.
- Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если выполнено 50 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 10 баллов.
- Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если выполнено 75 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 15 баллов.
- Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если выполнено 100 % заданий РГЗ (Р), оценка составляет 20 баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за РГЗ(Р) учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Примерный перечень тем РГЗ(Р)

ВАРИАНТ 1

Задача 1. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Средствами векторной алгебры найти угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 , площадь грани $A_1A_2A_3$, проекцию вектора A_1A_3 на вектор A_1A_4 , объем пирамиды.

$$A_1(8, 6, 4), \quad A_2(10, 5, 5), \quad A_3(5, 6, 8), \quad A_4(8, 10, 7)$$

Задача 2. На прямой $2x + y + 11 = 0$ найти точку, равноудаленную от двух заданных точек $A(1, 1)$ и $B(3, 0)$.

Задача 3. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую (α) и точку A .

$$(\alpha) \frac{x-3}{5} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{1}, \quad A(4, 2, -1)$$

Задача 4. Найти точку M' , симметричную точке M относительно прямой:

$$M(1, 2, 3), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & -5 & -5 & 5 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Задача 5. Решить систему $BX = Y$ методом Крамера и систему $CX = Z$ с помощью обратной матрицы.

Задача 6. а) Найти $\text{rang } A$, $\text{rang}(GBF)$, $\text{rang}(ZK^T)$.

б) Проверить на совместимость систему $AX = K$.

Задача 7. Решить методом Гаусса систему $DX = K$.

Задача 8. Даны векторы a_1, a_2, a_3, d : $a_1 = (-2, 1, 1)$, $a_2 = (0, 3, 3)$, $a_3 = (2, 0, -2)$, $d = (2, 4, 0)$.

Показать, что векторы a_1, a_2, a_3 образуют базис. Разложить вектор d по этому базису.

Задача 9. Найти размерность и базис линейной оболочки векторов: $a_1 = (1, 2, 3)$, $a_2 = (2, 3, 4)$, $a_3 = (3, 2, 3)$, $a_4 = (1, 1, 1)$.

Задача 10. Найти размерность и базис подпространства решений однородной системы линейных уравнений $RX = 0$.

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 16 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Задача 11 а) Линейное преобразование есть симметрия вектора относительно плоскости xOz , а затем сжатие по оси Oy в два раза. Найти матрицу линейного преобразования.

б) Линейное преобразование задано матрицей A . Выяснить геометрический смысл этого линейного преобразования.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Задача 12. Линейное преобразование задано матрицей Φ в базисе $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$.

$$\Phi = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ \alpha & 2 & \gamma \\ \beta & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

а) Подобрать параметры α, β, γ так, чтобы матрица Φ была симметричной. Найти собственные числа и собственные векторы линейного преобразования.

б) Найти матрицу линейного преобразования в базисе из собственных векторов и в базисе $e'_1 = e_1 - e_2 + e_3$, $e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

в) По матрице Φ составить квадратичную форму от переменных x, y, z . Найти канонический вид квадратичной формы и установить, является ли она положительно определенной. Ответ пояснить.

Задача 13. Даны уравнения кривых второго порядка в системе координат xOy .

1) $4x^2 + 2\sqrt{6}xy + 3y^2 = 24$;

2) $2x^2 - 2xy + 2y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

Для обеих кривых:

а) Найти канонический базис и направление новых осей Ox', Oy' .

б) Написать матрицу перехода от старого базиса к новому. Проверить, что эта матрица является ортогональной, объяснить ее геометрический смысл.

в) Привести уравнение кривой к каноническому виду.

г) Изобразить кривую в первоначальной системе координат.