

«

»

“ ”

“ ”

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ Математика

: 09.03.01

, :

: 1, : 1 2

|    |         | 1   | 2   |
|----|---------|-----|-----|
| 1  | ( )     | 4   | 4   |
| 2  |         | 144 | 144 |
| 3  | , .     | 28  | 24  |
| 4  | , .     | 8   | 4   |
| 5  | , .     | 4   | 4   |
| 6  | , .     | 0   | 0   |
| 7  | , .     | 2   | 2   |
| 8  | , .     | 2   | 2   |
| 9  | , .     | 14  | 14  |
| 10 | , .     | 116 | 120 |
| 11 | ( , , ) |     |     |
| 12 |         |     |     |

( ): 09.03.01

5 12.01.2016 ., : 09.02.2016 .

: 1,

( ): 09.03.01

, 4 20.06.2017

, 6 21.06.2017

:

, . . . . .

:

, . . . . .

:

. . .

# 1.

1.1

|   |   |
|---|---|
| <b>Компетенция ФГОС: ОПК.2 способность осваивать методики использования программных средств для решения практических задач; в части следующих результатов обучения:</b> |   |
| 5.  | , |
| 6.  |   |
| 7.  |   |
| 1.  |   |
| 8.  |   |

# 2.

2.1

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | ( |   |
| , | , | ) |

|  |   |
|--|---|
| <b>.2. 5</b>   | , |
| 1.о математике как особом способе познания мира, общности ее понятий и представлений;  | ; |
| <b>.2. 7</b>   |   |
| 2.о математическом анализе как важнейшем разделе математики, используемом в современном математическом моделировании   | ; |
| <b>.2. 5</b>   | , |
| 3.основные понятия курса высшей математики: предел последовательности и функции, производная и частные производные, дифференциал, интеграл Римана от функции одной переменной, несобственные интегралы и кратные интегралы, обыкновенное дифференциальное уравнение, числовой ряд, степенной ряд, ряд Фурье, интеграл Фурье; | ; |
| <b>.2. 6</b>   |   |
| 4.знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность   | ; |
| <b>.2. 7</b>   |   |
| 5.постановку и методы решения основных задач, связанных с перечисленными выше понятиями  | ; |
| <b>.2. 1</b>   |   |
| 6.выбирать методы решения задач на основе анализа построенной математической модели.   | ; |
| <b>.2. 8</b>   |   |
| 7.строить графики функций в декартовой и полярной системах координат, вычислять пределы последовательностей и функций;   | ; |

|   |     |
|---|-----|
| 8. дифференцировать функции одной переменной, заданные явно, параметрически и неявно; проводить полное их исследование с использованием методов дифференциального исчисления; дифференцировать функции многих переменных; | ; ; |
| <b>.2. 7</b>  |     |
| 9. переводить информацию с языка конкретной задачи на язык математических символов и строить математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике;  | ; ; |
| <b>.2. 8</b>  |     |
| 10. вычислять неопределенные и определенные интегралы (в том числе несобственные) с помощью основных методов интегрирования, использовать интегральное исчисление при решении задач геометрии и физики                    | ; ; |
| 11. вычислять двойные, тройные и криволинейные интегралы и использовать их при решении задач геометрии и физики;  | ; ; |
| <b>.2. 5</b>  |     |
| 12. находить общие решения и решения задач Коши для основных классов обыкновенных дифференциальных уравнений первого и высших порядков, решать простейшие системы обыкновенных дифференциальных уравнений;                | ; ; |
| <b>.2. 8</b>  |     |
| 13. определять сходимость числовых и функциональных рядов, представлять функции в виде рядов Тейлора и Фурье и в виде интеграла Фурье;  | ; ; |

### 3.

3.1

|   |   |   |            |  |
|---|---|---|------------|--|
|   |   |   |            |  |
| <b>: 1</b>                                  |   |   |            |  |
| <b>:</b>                                    |   |   |            |  |
| 1. 1.1.<br>1.2.<br><br>1.3.<br><br><br>1.4. | 0 | 2 | 1, 3, 5, 7 |  |
| <b>:</b>                                    |   |   |            |  |

|  |          |          |                |  |
|--|----------|----------|----------------|--|
| <p>2. 2.1. ,</p> <p>2.2. ,</p> <p>2.3. ,</p> <p>2.4. ,</p> <p>2.5. ,</p> <p>2.6. ,</p> <p>c-</p> | <p>0</p> | <p>2</p> | <p>3, 4, 5</p> |  |
| <p>:</p>   |          |          |                |  |

|   |   |   |            |  |
|---|---|---|------------|--|
| <p>3.3.1. , . , .<br/>.<br/>( , ,<br/>)<br/>3.2.<br/>.<br/>3.3.<br/>.<br/>3.4.<br/>.<br/>3.5.<br/>.<br/>3.6.<br/>.<br/>3.7.<br/>- :<br/>, , .</p> | 0 | 2 | 2, 3, 5    |  |
| :   |   |   |            |  |
| <p>4.4.1.<br/>.<br/>, .<br/>4.2.<br/>.<br/>4.3.<br/>2-<br/>.<br/>4.4.<br/>:<br/>.</p>   | 0 | 2 | 3, 5, 6, 8 |  |
| : 2   |   |   |            |  |

|        |   |   |   |                  |
|--------|---|---|---|------------------|
| :      |   |   |   |                  |
| 5.5.1. | . |   |   |                  |
| 5.2.   | . |   |   |                  |
| 5.3.   | . |   |   |                  |
| 5.4.   | . | 0 | 1 | 1, 2, 3, 5, 6, 9 |
| 5.5.   | . |   |   |                  |
| :      |   |   |   |                  |





|        |   |   |               |  |
|--------|---|---|---------------|--|
| 7.7.1. |   |   |               |  |
| 7.2.   |   |   |               |  |
| 7.3.   |   |   |               |  |
| 7.4.   |   |   |               |  |
| 7.5.   | 0 | 1 | 1, 2, 3, 4, 5 |  |
| 6.5    |   |   |               |  |
| 6.6.   |   |   |               |  |
| 6.7.   |   |   |               |  |
| 6.8.   |   |   |               |  |

3.2

|           |   |   |  |  |
|-----------|---|---|--|--|
|           | , | . |  |  |
| <b>:1</b> |   |   |  |  |
| :         |   |   |  |  |

|         |   |   |     |  |
|---------|---|---|-----|--|
| 1. 1.1. |   |   |     |  |
| 1.2.    |   |   |     |  |
| 1.3.    |   |   |     |  |
| 1.4.    | 1 | 1 | 3,7 |  |
| 1.5.    |   |   |     |  |
| 1.6.    |   |   |     |  |
| :       |   |   |     |  |
| 2. 2.1. |   |   |     |  |
| 2.2.    |   |   |     |  |
| 2.3.    |   |   |     |  |
| 2.4.    | 0 | 1 | 7,8 |  |
| 2.5.    |   |   |     |  |
| 2.6.    |   |   |     |  |
| :       |   |   |     |  |

|        |   |   |          |   |
|--------|---|---|----------|---|
| 3.3.1. |   |   |          |   |
| 3.2.   |   |   |          | ; |
| 3.3.   |   |   |          | ; |
| 3.4.   |   |   |          | ; |
| 3.5.   | 1 | 1 | 10, 7, 9 | , |
| 3.6.   |   |   |          | , |
| 3.7.   |   |   |          | ; |
| 3.6.   |   |   |          | . |
| 3.7.   |   |   |          | . |
| :      |   |   |          |   |
| 4.4.1. |   |   |          |   |
| 4.2.   |   |   |          | ; |
| 4.3.   |   |   |          | ; |
| 4.4.   | 0 | 1 | 7, 8     | , |
| 4.5.   |   |   |          | , |
| : 2    |   |   |          |   |
| :      |   |   |          |   |

|        |   |   |          |  |
|--------|---|---|----------|--|
| 5.5.1. |   |   |          |  |
| 5.2..  |   |   |          |  |
| 5.3.   |   |   |          |  |
| 5.4.   |   |   |          |  |
| 5.5.   | 1 | 1 | 11       |  |
| 4.9.   |   |   |          |  |
| 4.10.  |   |   |          |  |
| :      |   |   |          |  |
| 6.6.1. |   |   |          |  |
| 6.2.   |   |   |          |  |
| 6.3.   |   |   |          |  |
| 6.4.   | 1 | 2 | 12, 6, 9 |  |
| 6.5.   |   |   |          |  |
| 6.6.   |   |   |          |  |
| 5.7.   |   |   |          |  |
| :      |   |   |          |  |

|        |   |   |       |  |
|--------|---|---|-------|--|
| 7.7.1. |   |   |       |  |
| 7.2.   |   |   |       |  |
| 7.3.   |   |   |       |  |
| 7.4.   | 0 | 1 | 13, 4 |  |
| 7.5.   |   |   |       |  |
| 7.6.   |   |   |       |  |
| 6.7.   |   |   |       |  |

**4.**

|   |  |                                  |    |   |
|---|--|----------------------------------|----|---|
|   |  |                                  |    |   |
| <b>: 1</b>  |  |                                  |    |   |
| 1   |  | 10, 6, 7, 8, 9                   | 12 | 2 |
| <p>3 : I, II [ ]:<br/> , [2015]. - : <a href="http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386">http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386</a>. -</p>           |  |                                  |    |   |
| 2   |  | 10, 6, 7, 8, 9                   | 30 | 4 |
| <p>4 : I, II [ ]:<br/> , [2015]. - : <a href="http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386">http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386</a>. -</p>           |  |                                  |    |   |
| 3   |  | 2, 3, 4, 5                       | 48 | 2 |
| <p>), I, II [ ]: 1 2 :<br/> , [2015]. - :<br/> <a href="http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386">http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386</a>. -</p> |  |                                  |    |   |
| 4   |  | 1, 10, 2, 3, 4, 5,<br>6, 7, 8, 9 | 26 | 6 |
| <p>[ ]: 2 : I, II<br/> ; , [2015]. - :<br/> <a href="http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386">http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386</a>. -</p>    |  |                                  |    |   |
| <b>: 2</b>  |  |                                  |    |   |

|   |  |                              |    |   |
|---|--|------------------------------|----|---|
| 1   |  | 11, 12, 13                   | 26 | 2 |
| <p>6 : . . 100 [ / .<br/> ]. .1: 1<br/> (DVD-ROM). - ; . . . . . , 2008. - 1<br/> : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208594. -<br/> 0320802162. . . . . I, II [ ]:<br/> - . . . . . / . . . . . ; . . . . .<br/> - . . . . . , [2015]. - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. -</p> |  |                              |    |   |
| 2   |  | 11, 12, 13                   | 26 | 2 |
| <p>7 : . . 100 [ / .<br/> ]. .1: 1<br/> (DVD-ROM). - ; . . . . . , 2008. - 1<br/> : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208594. -<br/> 0320802162. . . . . I, II [ ]:<br/> - . . . . . / . . . . . ; . . . . .<br/> - . . . . . , [2015]. - : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. -</p> |  |                              |    |   |
| 3   |  | 1, 2, 3, 4, 5                | 36 | 4 |
| <p>), , , ( 1 5 : . . . . . /<br/> I, II [ ]: - . . . . .<br/> ; . . . . . , [2015]. - :<br/> http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. -</p>  |  |                              |    |   |
| 4   |  | 1, 11, 12, 13, 2,<br>3, 4, 5 | 32 | 6 |
| <p>5 : . . 100 ,<br/> [ ] . .1: 1<br/> , 2008. - 1 (DVD-ROM). - ; . . . . .<br/> http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000208594. - 0320802162. . . . .<br/> I, II [ ]: - /<br/> . . . . . ; . . . . . - . . . . . , [2015]. - :<br/> http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. -</p>              |  |                              |    |   |

5.

( . 5.1).

5.1

|   |                       |
|---|-----------------------|
|   | -                     |
| : | 4242                  |
|   | :moodle.cs.nstu.ru;   |
|   | :moodle.cs.nstu.ru    |
| : | :moodle.cs.nstu.ru; ; |
| : | 4242                  |

|   |     |
|---|-----|
| 1   | .2; |
| <b>Формируемые умения:</b> у8. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов |     |
| <b>Краткое описание применения:</b> работа в группах: выбор метода решения, обоснование, анализ результатов.                          |     |

## 6.

( ),

-  
15-

ECTS.

. 6.1.

6.1

|  |    |    |
|--|----|----|
|  |    |    |
| <b>: 1</b>   |    |    |
| <i>Подготовка к занятиям:</i>  | 5  | 10 |
| <i>Практические занятия:</i> проверочные самостоятельные работы по теме прошедшего занятия             | 8  | 16 |
| . . . . . ; . . . . . , [2015]. - I, II [ ] : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. - / |    |    |
| <i>Контрольные работы:</i>   | 7  | 14 |
| . . . . . ; . . . . . , [2015]. - I, II [ ] : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. - / |    |    |
| <i>РГЗ:</i> типовой расчет   | 10 | 20 |
| . . . . . ; . . . . . , [2015]. - I, II [ ] : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. - / |    |    |
| <i>Экзамен:</i>  | 20 | 40 |
| <b>: 2</b>   |    |    |
| <i>Подготовка к занятиям:</i>  | 5  | 10 |
| <i>Практические занятия:</i> проверочные самостоятельные работы по теме прошедшего занятия             | 8  | 16 |
| . . . . . ; . . . . . , [2015]. - I, II [ ] : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. - / |    |    |
| <i>Контрольные работы:</i>   | 7  | 14 |
| . . . . . ; . . . . . , [2015]. - I, II [ ] : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. - / |    |    |
| <i>РГЗ:</i> типовой расчет   | 10 | 20 |
| . . . . . ; . . . . . , [2015]. - I, II [ ] : http://elibrary.nstu.ru/source?bib_id=vtls000215386. - / |    |    |
| <i>Экзамен:</i>  | 20 | 40 |

|    |    |   |   |   |
|----|----|---|---|---|
|    |    |   |   |   |
| .2 | 5. | + | + | + |
|    | 6. |   |   | + |
|    | 7. | + | + | + |
|    | 1. | + |   | + |
|    | 8. | + | + | + |

1

## 7.

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. [В 2 т.]. Т. 2 : [учебное пособие для вузов] / Н. С. Пискунов. - М., 2008. - 544 с. : ил.
2. Бугров Я. С. Высшая математика. [В 3 т.]. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисление : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М., 2007. - 509 с. : ил.
3. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2 : учебное пособие для вузов / Г. М. Фихтенгольц. - М., 2006. - 863 с. : ил.
4. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. [В 2 т.]. Т. 1 : [учебное пособие для вузов] / Н. С. Пискунов. - М., 2008. - 415 с. : ил.
5. Бугров Я. С. Высшая математика. [В 3 т.]. Т. 1 : [учебник для вузов по инженерно-техническим специальностям] / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М., 2008. - 284 с. : ил.
6. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. - М., 2006. - 679 с. : ил.
7. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа. Решение типичных и трудных задач : учебное пособие / Г. Н. Берман. - СПб. [и др.], 2007. - 604 с.
8. Высшая математика: Учебник / В.С. Шипачев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 479 с.: 60x90 1/16. (переплет) ISBN 978-5-16-010072-2, 1000 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469720> - Загл. с экрана.
9. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2016. — 492 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/73084> — Загл. с экрана.

1. Максименко В. Н. Курс математического анализа. Ч. 1 : учебное пособие / В. Н. Максименко, А. Г. Меграбов, Л. В. Павшук ; Новосиб. гос. техн. ун-т, Фак. приклад. математики и информатики. - Новосибирск, 2009. - 355 с. : ил. - Режим доступа: [http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2009/09\\_maksim.pdf](http://www.ciu.nstu.ru/fulltext/textbooks/2009/09_maksim.pdf)







1. **Обобщенная структура фонда оценочных средств учебной дисциплины**

Обобщенная структура фонда оценочных средств по дисциплине «Математика» приведена в Таблице.

Таблица

1 семестр

| Формируемые компетенции | Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)   | Темы  | Этапы оценки компетенций                                      |   |
|-------------------------|--|---|---|---|
|                         |  |   | Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.) | Промежуточная аттестация (экзамен, зачет) |
| ОПК.2                   | <p>з5. Знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности</p> <p>з6. Знать природу возникновения погрешностей при применении математических моделей и необходимости оценивать погрешность</p> <p>з7. Знать универсальность математических методов в познании окружающего мира</p> <p>у1. Уметь использовать элементы математической логики для построения суждений и их доказательств</p> <p>у8. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов</p> | Предел и непрерывность функций одной переменной           | Контрольная работа (задания 1, 2)<br>РГЗ (задания 1-5)        | Экзамен<br>(Вопросы 1-17)                 |
|                         |  | Дифференциальное исчисление функций одной переменной      | Контрольная работа (задания 3, 4)<br>РГЗ (задания 6-10)       | Экзамен<br>(Вопросы 18-31)                |
|                         |  | Интегральное исчисление функций одной переменной          | Контрольная работа (задания 5, 6)<br>РГЗ (задания 11-16)      | Экзамен<br>(Вопросы 32-48)                |
|                         |  | Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | Контрольная работа (задания 7)<br>РГЗ (задания 11-16)         | Экзамен<br>(Вопросы 49-58)                |

## 2 семестр

| Формируемые компетенции | Показатели сформированности компетенций (знания, умения, навыки)   | Темы   | Этапы оценки компетенций  |   |
|-------------------------|--|--|---|---|
|                         |  |  | Мероприятия текущего контроля (курсовой проект, РГЗ(Р) и др.)   | Промежуточная аттестация (экзамен, зачет)   |
| ОПК.2                   | <p>з1. знать базовые положения фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом для обработки информации и анализа данных в области профессиональной деятельности</p> <p>з3. знать универсальность математических методов в познании окружающего мира</p> <p>у1. уметь применять основные методы математического аппарата в математических моделях объектов и процессов</p> <p>у4. уметь использовать элементы математической логики для построения суждений и их доказательств</p> | <p>Кратные и криволинейные интегралы</p> <p>Дифференциальные уравнения</p> <p>Ряды</p> | <p>Контрольная работа (задание 1,2)<br/>РГЗ (задания 1-5)</p> <p>Контрольная работа (задания 3, 4)<br/>РГЗ (задания 6-10)</p> <p>Контрольная работа (задание 5)<br/>РГЗ (задания 11-16)</p> | <p>Экзамен<br/>(Вопросы 1-14)</p> <p>Экзамен<br/>(Вопросы 15-30)</p> <p>Экзамен<br/>(Вопросы 31-46)</p> |

## **2. Методика оценки этапов формирования компетенций в рамках дисциплины.**

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в 1 семестре - в форме экзамена в 2 семестре - в форме экзамена, который направлен на оценку сформированности компетенций ОПК.2/НИ.

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и три задачи, требующие развернутого ответа с пояснениями и обоснованием излагаемого материала. Билет формируется из приведенного в Паспорте экзамена списка вопросов и перечня задач. Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование.

Кроме того, сформированность компетенций проверяется при проведении мероприятий текущего контроля, указанных в таблице раздела 1.

В 1 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются расчетно-графическое задание (типовой расчет), контрольная работа. Требования к выполнению типового расчета, контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте типового расчета, контрольной работы.

В 2 семестре обязательным этапом текущей аттестации являются расчетно-графическое задание (типовой расчет), контрольная работа. Требования к выполнению типового расчета, контрольной работы, состав и правила оценки сформулированы в паспорте типового расчета, контрольной работы.

Общие правила выставления оценки по дисциплине определяются балльно-рейтинговой системой, приведенной в рабочей программе дисциплины.

На основании приведенных далее критериев можно сделать общий вывод о сформированности компетенций ОПК.2/НИ, за которые отвечает дисциплина, на разных уровнях.

### **Общая характеристика уровней освоения компетенций.**

**Ниже порогового.** Уровень выполнения работ не отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, пробелы могут носить существенный характер, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы не достаточно, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнены или выполнены с существенными ошибками.

**Пороговый.** Уровень выполнения работ отвечает большинству основных требований, теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.

**Базовый.** Уровень выполнения работ отвечает всем основным требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки.

**Продвинутый.** Уровень выполнения работ отвечает всем требованиям, теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Новосибирский государственный технический университет»

Кафедра инженерной математики

### Паспорт экзамена

по дисциплине «Математика», 1 семестр

#### 1. Методика оценки

Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазонов вопросов 1-18, 33-59 второй вопрос из диапазонов вопросов 19-32, 50-59 (список вопросов приведен ниже), первая задача выбирается из диапазона задач 1-9, вторая задача выбирается из диапазона задач 10-19, 29-33, третья задача выбирается из диапазона задач 20-28 (перечень задач приведен ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

В случае пересдачи экзамена (исправление оценки неудовлетворительно) используется тест, разработанный в системе DiTest. Студенты выполняют задания с использованием личных паролей в терминальном классе ИДО НГТУ, решения оформляются на листах, в систему тестирования вводятся ответы. Задание с неправильным ответом может быть оценено преподавателем, если в представленном на листе решении содержатся незначительные ошибки. Продолжительность теста 90 минут, тест формируется по следующему правилу: производится случайная выборка 15 заданий по одному из банка задач 1, 2, 5, 7, 10, 11-12, 16, 17-18, 20, 21, 24, 27-28, 29, 32, 33 (п.5).

#### Форма экзаменационного билета

|  |
|--|
| <p>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ<br/>факультет АВТ</p> <p><b>БИЛЕТ № _____</b></p> <p>к экзамену по дисциплине «Математика», 1 семестр</p>   |
| <p>1. Функция действительного переменного: определение, способы задания, основные элементарные функции, гиперболические функции.</p> <p>2. Производные и дифференциалы высших порядков. Повторное дифференцирование функций, заданных параметрически.</p> <p>3. Найти предел <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin x}</math>.</p> <p>4. Определить интервалы монотонности и точки экстремума функции <math>y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}</math>.</p> <p>5. Вычислить интеграл или установить его расходимость <math>\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + x}</math>.</p> |
| <p>Утверждаю: зав. кафедрой ИМ _____ профессор Селезнев В.А.<br/>(подпись)</p> <p style="text-align: right;">_____ (дата)</p>  |

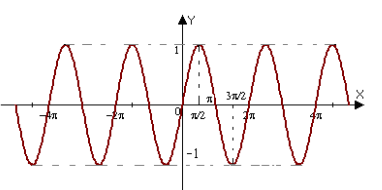
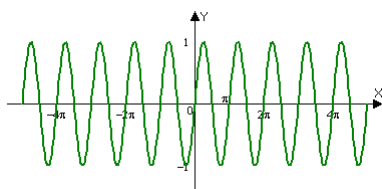
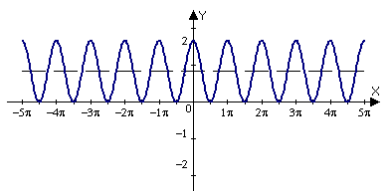
## Пример теста для экзамена

### ДЕ 1. Предел и непрерывность

Вопрос 1. Найти область определения функции  $f(x) = \frac{\ln(2-x)}{x^2}$  :

- a.  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 2)$
- b.  $x \in (0; 2)$
- c.  $x \in (-\infty; 0)$
- d.  $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 2]$

Вопрос 2. График функции  $y = 1 + \cos(2x)$  представлен на рисунке



Вопрос 3. Значение предела функции  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{3 + x}$  равно

- a. 2
- b. 1
- c. 3
- d. 4

Вопрос 4. Указать эквивалентную бесконечно малую функции  $\alpha(x) = \sin \frac{3x}{2}$  при  $x \rightarrow 0$  :

- a.  $\frac{3x}{2}$
- b.  $\frac{3}{2}$
- c.  $\frac{x}{2}$
- d.  $x$

### ДЕ 2. Дифференциальное исчисление функции действительной переменной

Вопрос 5. Найдите производную сложной функции  $\sin x^2$  :

- a.  $2x \cos x^2$
- b.  $\cos x^2$
- c.  $\sin 2x^2$

d.  $\sin 2x$

Вопрос 6. Найдите производную частного функций  $\frac{e^x}{\ln x}$ :

a.  $\frac{e^x \cdot (x \cdot \ln x - 1)}{x \cdot \ln^2 x}$

b.  $\frac{e^x \cdot (\ln x - 1)}{x \cdot \ln^2 x}$

c.  $\frac{e^x}{x}$

d.  $\frac{e^x + 1}{x}$

Вопрос 7. Найдите предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}$  с помощью правила Лопиталья:

a. 1

b. 2

c. 3

d. 4

Вопрос 8. Найдите интервалы убывания и возрастания функция  $y = x^3 - 4,5x^2 + 6x - 3$ .

Определите точки экстремума:

a. функция возрастает на интервалах  $(-\infty; 1), (2, +\infty)$

b. функция убывает на интервале  $(1; 2)$

c. в точке  $x = 1$  функция имеет максимум

d. в точке  $x = 2$  функция имеет минимум

ДЕ 3. Интегральное исчисление функции действительной переменной

Вопрос 9. Приведите неопределенный интеграл  $\int e^x \cdot \cos e^x dx$  к табличному виду:

a.  $\int \cos e^x d(e^x)$

b.  $\int \cos e^x dx$

c.  $\int \sin e^x dx$

Вопрос 10. Найдите первообразную функции  $x \cdot \arcsin x$

a.  $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{4}\right) \cdot \arcsin x + \frac{x}{4} \cdot \sqrt{1-x^2} + C$

b.  $\frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x + \frac{x}{4} \cdot \sqrt{1-x^2} + C$

Вопрос 11. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс и функцией  $y = x$  на отрезке  $[0; 1]$ :

a. 0.5

b. 1.5

c. 2.5

d. 3.5



Вопрос 12. Вычислите несобственный интеграл первого рода или убедитесь в его

расходимости  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x+4}}$  :

- a. интеграл расходится
- b.  $\frac{1}{2}$
- c. 0
- d. 1

ДЕ 4. Дифференциальное исчисление функций многих переменных

Вопрос 13. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  функции  $z = x^{2y} + x^2y - y^3 + 2x - 4$

- a.  $z'_x = 2yx^{2y-1} + 2xy + 2$
- b.  $z'_x = 2yx^{2y-1} + 2xy - 2$
- c.  $z'_x = 2x^{2y} \ln y + 2xy - 2$
- d.  $z'_y = 2x^{2y} \ln x + x^2 - 3y^2$
- e.  $z'_y = 2yx^{2y-1} \ln x + x^2 - 3y^2 - 4$
- f.  $z'_y = 2x^{2y} \ln x + x^2 - 3y^2 - 4$

Вопрос 14. Найти координаты нормального вектора к поверхности  $z = z(x, y)$  в точке

$M_0(-1; 2)$ , если  $z(M_0) = 5$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x}(M_0) = 2$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}(M_0) = -4$

- a.  $(2; -4; -1)$
- b.  $(2; -4)$
- c.  $(2; -4; 5)$
- d.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+1}{5}$
- e.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-5}{-1}$

Вопрос 15. Исследовать функцию  $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$  на наличие экстремума в точке  $(4; -2)$

- a. в точке **(4; -2) экстремума нет**
- b.  $(4; -2)$  – точка локального минимума
- c.  $(4; -2)$  – точка локального максимума

## 2. Критерии оценки

### Критерии оценки экзаменационного билета

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент не дает определений основных понятий, не способен сформулировать теоремы и методы решения задач. Оценка составляет 0-19 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если даны основные определения и методы решения задач, некоторые задачи выполнены с ошибками. Оценка составляет 20-25 баллов

- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если даны определения, сформулированы теоремы, частично показано их применение, качество выполнения ни одной из задач не оценено нулевым баллом, некоторые из выполненных задач, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 26-34 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если даны определения, сформулированы и частично доказаны теоремы, показано их применение, правильно решены задачи. Оценка составляет 35-40 баллов.

### Критерии оценки теста

- Каждое задание теста оценивается в 1-2 балла.
- Ответ на тест считается **неудовлетворительным**, если студентом не выполнено больше половины заданий из каждой ДЕ. Оценка составляет 0-14 баллов.
- Ответ на тест засчитывается на **пороговом** уровне, если некоторые задачи из каждой ДЕ выполнены с ошибками. Оценка составляет 15-24 баллов
- Ответ на тест засчитывается на **базовом** уровне, если даны правильные ответы на все задания теста, возможны арифметические ошибки. Оценка составляет 25-30 баллов.
- Ответ на тест на **продвинутом** уровне не предусмотрен.

### 2. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

### 3. Вопросы к экзамену по дисциплине «Математика»

1. Последовательность. Бесконечно малая последовательность. Теорема об арифметике бесконечно малых последовательностей.
2. Бесконечно большая последовательность. Теорема о связи бесконечно большой и бесконечно малой последовательностей.
3. Предел последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности. Выражение предела последовательности через бесконечно малую последовательность.
4. Теорема о единственности предела последовательности. Теорема об арифметике предела последовательностей.
5. Теоремы о предельном переходе в неравенствах для последовательностей.
6. Монотонные последовательности. Критерий сходимости монотонной последовательности. Теорема о вложенных отрезках.
7. Второй замечательный предел для последовательностей.
8. Предел функции. Эквивалентность определений по Коши и по Гейне. Необходимое условие существования предела функции.
9. Теоремы о единственности предела функции и об арифметике пределов функций. Теоремы о предельном переходе в неравенствах для пределов функций.
10. Первый замечательный предел.
11. Второй замечательный предел для функции действительного переменного.
12. Бесконечно малые функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых. Критерий эквивалентности функций. Теорема о вычислении пределов с помощью эквивалентностей.

13. Непрерывная в точке функция. Классификация точек разрыва. Теорема о сохранении знака непрерывной функции. Теорема о локальной ограниченности непрерывной в точке функции.
14. Непрерывная на множестве функция. Теоремы Больцано-Коши о непрерывных на отрезке функциях.
15. Непрерывная на множестве функция. Теоремы Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на отрезке функции, о наибольшем и наименьшем значениях непрерывной на отрезке функции).
16. Теорема об арифметике непрерывных на множестве функций. Теорема о непрерывности сложной функции.
17. Теорема о непрерывности обратной функции.
18. Производная функции в точке. Правая и левая производные. Условие существования производной в точке.
19. Дифференцируемая в точке функция. Критерий дифференцируемости функции. Теорема о связи дифференцируемости и непрерывности.
20. Теорема об арифметике дифференцируемых функций.
21. Производная сложной функции. Производная функции, заданной параметрически. Производная обратной функции.
22. Дифференциал функции в точке. Геометрический смысл производной и дифференциала функции в точке. Инвариантность формы дифференциала.
23. Производные элементарных функций.
24. Теоремы Ферма и Ролля.
25. Теоремы Лагранжа и Коши.
26. Теорема Лопиталя.
27. Производные и дифференциалы высших порядков.
28. Формула Тейлора. Формулы Коши, Лагранжа и Пеано остаточного члена в формуле Тейлора.
29. Формулы Маклорена для элементарных функций.
30. Достаточный признак монотонности дифференцируемой функции. Необходимый и достаточный признаки локального экстремума дифференцируемой функции. Достаточное условие локального экстремума  $n$ -раз дифференцируемой функции.
31. Достаточный признак направления выпуклости графика функции. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.
32. Неопределенный интеграл. Теорема об общем виде первообразной. Свойства неопределенного интеграла.
33. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
34. Определенный интеграл функции на отрезке. Необходимое и достаточное условия интегрируемости функции на отрезке.
35. Свойства определенного интеграла. Оценки интегралов.
36. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
37. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
38. Несобственные интегралы первого рода. Признаки сравнения сходимости несобственных интегралов.
39. Несобственные интегралы второго рода. Признаки сравнения сходимости несобственных интегралов.

40. Вычисление площади криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции, заданной в декартовых координатах с помощью определенного интеграла.
41. Вычисление площади петли кривой, заданной параметрически, с помощью определенного интеграла.
42. Вычисление площади криволинейного сектора с помощью определенного интеграла.
43. Вычисление длин дуг кривых. Дифференциал длины дуги кривой.
44. Вычисление объемов тел, образованных вращением криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции, заданной в декартовых координатах и параметрически вокруг оси  $Ox$  помощью определенного интеграла.
45. Вычисление объемов тел, образованных вращением криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции, заданной в декартовых координатах и параметрически вокруг оси  $Oy$  с помощью определенного интеграла.
46. Вычисление площадей поверхностей тел вращения с помощью интеграла Римана.
47. Приближенное вычисление определенных интегралов: формулы прямоугольников и трапеций.
48. Приближенное вычисление определенных интегралов: формула парабол.
49. Предел функции многих переменных, его свойства. Непрерывность функции многих переменных. Свойства непрерывных функций.
50. Частная производная функции многих переменных. Дифференцируемая функция многих переменных. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции многих переменных.
51. Геометрический смысл условия дифференцируемости функции многих переменных, уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
52. Дифференцируемость сложной функции. Частные производные сложной функции.
53. Дифференциал функции многих переменных. Инвариантность формы первого дифференциала.
54. Производная по направлению и градиент.
55. Производные высших порядков функции многих переменных. Достаточное условие  $n$ -раз дифференцируемости функции многих переменных. Теорема о порядке дифференцирования во второй производной функции многих переменных.
56. Формула Тейлора для функции многих переменных.
57. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие локального экстремума.
58. Экстремум функции двух переменных. Достаточное условие локального экстремума.

#### 4. Перечень тем экзаменационных задач

Предел и непрерывность функции действительной переменной

1. Нахождение области определения функции
2. Построение графиков элементарных функций
3. Построение кривых, заданных параметрически
4. Построение кривых в полярных координатах
5. Определение порядка бесконечно больших и бесконечно малых величин
6. Определение эквивалентных бесконечно малых функций
7. Применение эквивалентных для вычисления пределов
8. Вычисление пределов функций в точке и на бесконечности
9. Исследование функций на непрерывность в точке

#### Дифференциальное исчисление функции действительной переменной

10. Вычисление производной сложной функции
11. Вычисление производной произведения функций
12. Вычисление производной частного функций
13. Нахождение дифференциала функции
14. Построение касательных к кривым заданным в декартовых координатах
15. Нахождение касательных к кривым заданным неявно и параметрически.
16. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталья
17. Определение промежутков монотонности дифференцируемой функции
18. Определение точек локального экстремума функции
19. Определение промежутков направления выпуклости дважды дифференцируемых функций

#### Интегральное исчисление функции действительной переменной

20. Приведение неопределенного интеграла к табличному виду
21. Интегрирование по частям
22. Интегрирование рациональных функций
23. Вычисление пройденного пути с помощью определенного интеграла
24. Вычисление площадей плоских фигур
25. Вычисление длин дуг с помощью определенного интеграла
26. Вычисление объемов тел вращения с помощью определенного интеграла
27. Вычисление несобственные интегралов 1-го рода, или определение их расходимости
28. Вычисление несобственные интегралов 2-го рода, или определение их расходимости

#### Дифференциальное исчисление функции многих переменных

29. Нахождение частных производных и дифференциалов явно заданных функций
30. Нахождение частных производных и дифференциалов неявно заданных функций
31. Нахождение частных производных сложных функций
32. Определение касательной и нормали к поверхности
33. Нахождение экстремумов функций многих переменных

## Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математика», 1 семестр

### 1. Методика оценки

Контрольная работа проводится по темам: предел и непрерывность функций одной переменной (два задания); дифференциальное исчисление функций одной переменной (два задания); дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (одно задание); интегральное исчисление функций одной переменной (два задания) и включает 7 заданий. Выполняется письменно на отдельных листах во время практического занятия. Допустимо использование справочной литературы, конспекта лекций.

### 2. Критерии оценки

Каждое задание контрольной работы оценивается в 2 балла (14 баллов за работу) в соответствии с приведенными ниже критериями.

Контрольная работа считается **невыполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий (более 3 задач) выполнены с ошибками. Оценка составляет 0-6 баллов.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, большинство заданий контрольной работы выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Оценка составляет 7-9 баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания контрольной работы выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 10-12 баллов.

Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания контрольной работы выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному (2 балла за задачу). Оценка составляет 13-14 баллов.

### 3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

### 4. Пример варианта контрольной работы

1. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 4x^2 - 5}$ .

2. Исследовать непрерывность или определить тип разрыва функции  $y = \frac{\sin(x-1)}{x^2-1}$  в точке  $x=1$ .
3. Вычислить  $f''\left(\frac{\pi}{9}\right)$  для  $f(x) = e^{\cos 3x}$ .
4. Определить интервалы монотонности, точки экстремума, точки перегиба графика функции  $y = \frac{2x}{1+x^2}$ .
5. Найти интеграл  $\int \frac{3x+1}{x^2-3} dx$ .
6. Найти интеграл  $\int x \cos(x-2) dx$
7. Найти частную производную  $\frac{\partial z}{\partial x}$  функции  $z = z(x, y)$ , заданной неявно уравнением  $\cos(xz) + \sin(yz) = xyz - \pi^2 - 1$  в точке  $M_0(\pi, \pi, 1)$ .

## Паспорт расчетно-графического задания (типового расчета)

по дисциплине «Математика», 1 семестр

### 1. Методика оценки

Типовой расчет выполняется студентами за счет часов самостоятельной работы.

Обязательные структурные части типового расчета:

1. Предел и непрерывность функций одной переменной (задачи № 1-5);
2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной (задачи № 6-10);
3. Интегральное исчисление функций одной переменной (задачи № 11-16);
4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных (задачи № 17-20).

На обложке типового расчета необходимо указать название дисциплины, название и номер типового расчета, ФИО, группу и номер варианта. Каждое задание оформляется на отдельном листе и сдается после прохождения темы. При оформлении задания обязательны: условия задачи, подробное решение с комментариями, рабочими формулами и рисунками, ответ.

Оцениваемые позиции: сроки выполнения типового расчета (до или после установленного срока); наличие в решениях комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков; арифметические ошибки на оценку не влияют.

### 2. Критерии оценки

- Работа считается **не выполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий выполнены с ошибками, оценка составляет менее 9 баллов.
- Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, приведены решения без комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков, некоторые виды заданий типового расчета выполнены с ошибками и оценены 0-0,5 балла, задания сданы после установленного срока, оценка составляет 10-13 баллов.
- Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания типового расчета выполнены, ни одного из них не оценено в 0 баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки и оценены в 0,5 балла, оценка составляет 14-17 баллов.
- Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания типового расчета выполнены, приведены решения с комментариями, рабочими формулами и рисунками, качество выполнения заданий оценено числом баллов, близким к максимальному (1 балл за задачу), оценка составляет 18-20 баллов.



### 3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за типовой расчет учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

### 4. Примерный вариант типового расчета

1. Построить график функции:  $y = 1 - x + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ .
2. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$
3. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{1 - \cos x}$
4. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n$
5. Исследовать функцию на непрерывность и построить эскиз графика  $y = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 2. \\ x+1, & x > 2 \end{cases}$
6. Составить уравнения касательной и нормали к кривой  $\begin{cases} x = 2 \sin^2 t \\ y = 2 \cos^3 t \end{cases}$  в точке  $t = \frac{\pi}{3}$ , вычислить в этой точке  $y''_{xx}$ .
7. Функция  $y(x)$ , заданная неявно уравнением  $xy + e^{x+y} - 1 = 0$ , принимает в точке  $x_0 = 0$  значение  $y_0 = 0$ . Найти  $y'_x(x_0)$ ,  $y''_{xx}(x_0)$ .
8. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x-1)^{\frac{x}{x^2-1}}$ .
9. Найти многочлен, приближающий заданную функцию  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$  в окрестности точки  $x_0 = 1$  с точностью до  $o((x-x_0)^3)$ .
10. Провести полное исследование поведения функции  $y = e^{\sqrt[3]{x}}$  и построить ее график.

Найдите неопределённые интегралы, ответ проверьте дифференцированием.

11.  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}$
12.  $\int x \cdot 3^{x^2} dx$
13.  $\int \frac{(3x-1) dx}{\sqrt{2x^2 - 5x + 1}}$

14. Вычислите несобственный интеграл или установите его расходимость  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + x + 1}$ .
15. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 7 \\ y = -2x + 10 \end{cases}$ .
16. Вычислите длину дуги циклоиды  $\begin{cases} x = 5(1 - \cos t) \\ y = 5(t - \sin t) \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$ .
17. Найти область определения функции  $z = \sqrt{x - \sqrt{y - 1}}$  и изобразить ее на плоскости.
18. Вычислить частные производные  $z'_x$  и  $z'_y$  сложной функции  $z = u + \sqrt{v}$ ,  $u = x^2 y$ ,  $v = x^y$  в точке  $(x, y) = (e, 2)$ .
19. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной уравнением  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 8z - 1 = 0$ , в точке  $M_0(1; 2; 2)$ .
20. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$  в области  $D$ , ограниченной прямыми  $x + y + 1 = 0$  и  $x = -3$ .

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Новосибирский государственный технический университет»  
Кафедра инженерной математики

## Паспорт экзамена

по дисциплине «Математика», 2 семестр

### 1. Методика оценки

Экзамен проводится в комбинированной форме: письменная подготовка (90 минут) с использованием конспекта лекций и устное собеседование. Билет формируется по следующему правилу: первый вопрос выбирается из диапазона вопросов 1-25, второй вопрос из диапазона вопросов 26-46 (список вопросов приведен ниже), первая задача выбирается из диапазона задач 1-10, вторая задача выбирается из диапазона задач 11-15, третья задача выбирается из диапазона задач 16-20 (перечень задач приведен ниже). В ходе экзамена преподаватель вправе задавать студенту дополнительные вопросы из общего перечня (п. 4).

В случае пересдачи экзамена (исправление оценки неудовлетворительно) используется тест, разработанный в системе DiTest. Студенты выполняют задания с использованием личных паролей в терминальном классе ИДО НГТУ, решения оформляются на листах, в систему тестирования вводятся ответы. Задание с неправильным ответом может быть оценено преподавателем, если в представленном на листе решении содержатся незначительные ошибки. Тест, рассчитанный на 90 минут, формируется по следующему правилу: тест формируется по следующему правилу: производится случайная выборка 21 заданий по одному из банка задач 1-4, 7-23 (п.5).

### Форма экзаменационного билета

|   |
|---|
| <p>НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ<br/>факультет АВТ</p> <p><b>БИЛЕТ № _____</b></p> <p>к экзамену по дисциплине «Математика», 2 семестр</p>  |
| <p>1. Определение двойного интеграла. Свойства двойных интегралов.</p> <p>2. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Теорема о сходимости остатка ряда.</p> <p>3. Вычислить интеграл <math>\iint_D (1+xy) dx dy</math>,</p> <p style="margin-left: 40px;"><math>D</math> – прямоугольник с вершинами <math>A(-1;-1)</math>, <math>B(-1;2)</math>, <math>C(1;2)</math>, <math>D(1;-1)</math></p> <p>4. Найти общее решение дифференциального уравнения <math>y' - \frac{y}{2x} = \frac{1}{\sqrt{x}}</math></p> <p>5. Найти область сходимости степенного ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} x^{2(n-1)}</math>.</p> |
| <p>Утверждаю: зав. кафедрой ИМ _____ профессор Селезнев В.А.</p> <p style="text-align: center;">(подпись)</p> <p style="text-align: right;">_____ (дата)</p>  |

## Пример теста для экзамена

### ДЕ1. Интегральное исчисление функций многих переменных

Вопрос 1. Вычислить интеграл  $\iint_D 2x^2 y dx dy$ ,  $D$  прямоугольник с вершинами  $A(0;0)$ ,  $B(3;0)$

,  $C(3;1)$ ,  $D(0;1)$

- a. 9
- b. -9
- c. 3
- d. -3

Вопрос 2. Тело ограничено поверхностями  $y = x$ ,  $y = 2x$ ,  $z = x^2 + y^2$ ,  $x = 1$ ,  $z = 0$ . Указать интеграл, вычисляющий объем этого тела.

- a.  $\int_0^1 dy \int_x^{2x} dx \int_0^{x^2+y^2} dz$
- b.  $\int_0^1 dx \int_x^{2x} (x^2 + y^2) dy$
- c.  $\int_0^1 dx \int_0^2 (x^2 + y^2) dy$
- d.  $\int_0^1 dy \int_0^2 dx \int_0^{x^2+y^2} dz$
- e.  $\int_0^2 dy \int_{\frac{y}{2}}^y (x^2 + y^2) dx$

Вопрос 3. Вычислить интеграл  $\int_{AB} 2x dl$  по отрезку  $AB$ , соединяющему точки  $A(2;4)$ ,  $B(6;4)$

- a. 32
- b. 16
- c. -32
- d. -16

Вопрос 4. Длина дуги  $y = \cos x$ , лежащая между точками с абсциссами  $x = 0$  и  $x = \frac{\pi}{2}$

вычисляется с помощью интеграла

- a.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \sin^2 x} dx$
- b.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$
- c.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$

d.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

Вопрос 5. Вычислить интеграл  $\int_{AB} (x+1)dy$  вдоль отрезка  $AB$  прямой  $y = 2x + 5$  от точки

$A(-2;1)$  до точки  $B(1;7)$

- a. 3
- b. -3
- c. 6
- d. -6
- e. 0

Вопрос 6. Вычислить интеграл  $\oint_{ABCD} x y dx + (x - y) dy$  вдоль контура треугольника с

вершинами  $A(0;0)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(0;2)$ , обходимому в положительном направлении.

- a.  $-\frac{2}{3}$
- b.  $\frac{2}{3}$
- c.  $\frac{4}{3}$
- d.  $-\frac{4}{3}$

## ДЕ2. Дифференциальные уравнения

Вопрос 7. Найти решение дифференциального уравнения  $y' = \operatorname{tg} x$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(2\pi) = 1$ .

- a.  $y = 1 - \ln |\cos x|$
- b.  $y = 1 + \ln |\cos x|$
- c.  $y = \frac{1}{\cos^2 x}$
- d.  $y = 2 - \frac{1}{\cos^2 x}$

Вопрос 8. Выбрать способ понижения порядка дифференциального уравнения  $(y')^2 = y'' + 1$  и определить тип уравнения после понижения порядка

- a. замена  $y' = p(x)$
- b. замена  $y' = p(y)$
- c. с разделяющимися переменными
- d. однородное
- e. линейное
- f. Бернулли

Вопрос 9. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 2y' - 3y = 0$

- a.  $y_{o.o.} = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-x}$
- b.  $y_{o.o.} = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x$
- c.  $y_{o.o.} = (C_1 + C_2 x) e^{-x}$

d.  $y_{o.o.} = (C_1 + C_2x)e^{3x}$

Вопрос 10. Указать вид общего решения уравнения  $y'' + 2y' + y = 2e^{-x}$

a.  $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2x) + e^{-x}x^2A$

b.  $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2x) + e^{-x}Ax$

c.  $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2x) + e^{-x}A$

d.  $y_{o.n.} = e^{-x}(C_1 + C_2x) + 2e^{-x}$

### ДЕЗ. Ряды

Вопрос 11. Укажите сходящиеся ряды

a.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^4}$

b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+10}{4n+1}\right)^n$

c.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{100^n}$

d.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n^2}{n+100}\right)^n$

Вопрос 12. Указать абсолютно сходящийся ряд

a.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$

b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1}$

c.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + 1}}$

Вопрос 13. Найти интервал сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n x^n}{n+1}$

a.  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

b.  $(-1; 1)$

c.  $(0; 2)$

d.  $(-2; 2)$

Вопрос 14. Разложить функцию  $f(x) = x^2 \ln(1+2x)$  в ряд Маклорена

a.  $f(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{2n}}{n}, x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$

b.  $f(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{n+2}}{n}, x \in [-1; 1)$

c.  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^n x^{2n}}{n}, x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

$$d. f(x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{n+2}}{n}, x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Вопрос 15. Укажите вид ряда Фурье для функции  $f(x) = x \sin x^2$  на отрезке  $[-\pi, \pi]$ :

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx, \exists a_n \neq 0, \exists b_n \neq 0$$

a.  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$

b.  $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$

c.  $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx, a_0 \neq 0$

## 2. Критерии оценки

### Критерии оценки экзаменационного ответа

- Ответ на экзаменационный билет считается **неудовлетворительным**, если студент не дает определений основных понятий, не способен сформулировать теоремы и методы решения задач. Оценка составляет 0-19 баллов.
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **пороговом** уровне, если даны основные определения и методы решения задач, некоторые задачи выполнены с ошибками. Оценка составляет 20-25 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **базовом** уровне, если даны определения, сформулированы теоремы, частично показано их применение, качество выполнения ни одной из задач не оценено нулевым баллом, некоторые из выполненных задач, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 26-34 баллов
- Ответ на экзаменационный билет засчитывается на **продвинутом** уровне, если даны определения, сформулированы и частично доказаны теоремы, показано их применение, правильно решены задачи. Оценка составляет 35-40 баллов.

### Критерии оценки теста

- Каждое задание теста оценивается в 1-2 балла (зависимости от полноты ответа)
- Ответ на тест считается неудовлетворительным, если студентом не выполнено больше половины заданий из каждой ДЕ. Оценка составляет 0-14 баллов.
- Ответ на тест засчитывается на пороговом уровне, если некоторые задачи из каждой ДЕ выполнены с ошибками. Оценка составляет 15-24 баллов
- Ответ на тест засчитывается на базовом уровне, если даны правильные ответы на все задания теста, возможны арифметические ошибки. Оценка составляет 25-30 баллов.
- Ответ на тест на продвинутом уровне не предусмотрен.

## 3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине экзаменационные баллы учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

#### 4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Математика»

##### Модуль 1. Кратные, криволинейные интегралы

1. Задача об определении объема цилиндрического тела. Задача о массе пластинки переменной плотности. Определение двойного интеграла. Теорема существования двойного интеграла (формулировка).
2. Определение двойного интеграла. Свойства.
3. Вычисление двойного интеграла (сведение к повторному интегралу, вывод формул).
4. Замена переменных в двойном интеграле (вывод общей формулы замены переменных).
5. Замена переменных с использованием полярной и обобщенной полярной системы координат. Пример применения.
6. Тройной интеграл. Свойства. Сведение к повторному интегралу.
7. Тройной интеграл. Замена переменных (общая формула без вывода). Цилиндрическая и сферическая системы координат. Формулы перехода к ЦСК и ССК.
8. Приложения двойных и тройных интегралов.
9. Криволинейный интеграл I рода (по длине дуги). Свойства, вычисление, применения.
10. Криволинейный интеграл II рода (по координатам). Свойства, вычисление для плоской и пространственной кривой.
11. Криволинейный интеграл II рода (по координатам). Задача о работе переменной силы вдоль кривой.
12. Формула Грина (с доказательством). Пример применения.
13. Теоремы о независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (доказательства).
14. Восстановление функции по ее полному дифференциалу (вывод формул).

##### Модуль 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения

15. Основные определения. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
16. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Особые точки, особые решения.
17. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, в полных дифференциалах (вид, решение в общем виде с обоснованием).
18. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка (вид, решение в общем виде с обоснованием).
19. Дифференциальные уравнения первого порядка: линейные, Бернулли. Метод вариации произвольной постоянной.
20. Дифференциальные уравнения первого порядка: линейные, Бернулли. Метод Бернулли.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши – общее и частное решения. Уравнения, допускающие понижение порядка (виды, решение в общем виде с обоснованием).
22. Линейные дифференциальные уравнения n-ого порядка, свойства дифференциального оператора. Понятие общего решения. Определения линейной зависимости и независимости функций.
23. Определитель Вронского. Необходимое условие линейной зависимости функций.



- Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейного однородного дифференциального уравнения.
24. Фундаментальная система решений. Доказательство теоремы о структуре решения линейного однородного дифференциального уравнения.
  25. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай действительных и комплексных различных корней характеристического уравнения (доказательства).
  26. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Случай действительных кратных (с доказательством) и комплексных кратных корней характеристического уравнения.
  27. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Структура решения (доказательство теоремы). Метод вариации постоянных (для уравнения второго порядка).
  28. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида (доказательства для всех видов правых частей).
  29. Нормальная система дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения. Метод исключения решения системы (доказательство).
  30. Системы линейных дифференциальных уравнений. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

### Модуль 3. Ряды и ряды Фурье

31. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Остаток ряда (теорема с доказательством).
32. Свойства сходящихся рядов. Доказать необходимый признак сходимости ряда. Расходимость гармонического ряда.
33. Ряды с положительными членами. Доказать теоремы сравнения. Ряды-эталонные (доказать).
34. Ряды с положительными членами. Доказать признак Даламбера.
35. Ряды с положительными членами. Доказать радикальный признак Коши.
36. Ряды с положительными членами. Доказать интегральный признак Коши.
37. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Доказать теорему Лейбница.
38. Ряды с произвольными членами (по знаку). Доказать достаточный признак сходимости. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.
39. Функциональные ряды. Область сходимости. Доказать признак равномерной сходимости (Вейерштрасса). Свойства равномерно сходящихся рядов.
40. Степенные ряды. Теорема Абеля (с доказательством). Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
41. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложить функции  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $(1+x)^m$  в ряд Маклорена. Указать область сходимости.
42. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложить функции  $\ln(1+x)$ ,  $\arctg x$  в ряд Маклорена. Указать область сходимости.
43. Применение рядов в приближенных вычислениях.
44. Ортогональные системы функций. Ряд Фурье на  $[-\pi, \pi]$ ,  $[-1, 1]$  (с выводом). Теорема Дирихле.
45. Ряд Фурье для периодических функций, для четных и нечетных функций.
46. Ряд Фурье в комплексной форме (вывести формулу).

## 5. Перечень задач по дисциплине «Математика»

1. Вычисление двойных интегралов по прямоугольной области
2. Вычисление двойных интегралов по криволинейной области
3. Вычисление площади, массы, координат центра тяжести плоских фигур, вычисление объемов тел с помощью двойных интегралов.
4. Вычисление тройных интегралов
5. Вычисление объемов тел, их массы и координат центра тяжести с помощью тройных интегралов
6. Вычисление криволинейных интегралов 1-го рода
7. Вычисление длин и масс дуг с помощью криволинейных интегралов 1-го рода
8. Вычисление криволинейных интегралов 2-го рода
9. Вычисление площадей плоских фигур, работы переменной силы с помощью криволинейных интегралов 2-го рода
10. Применение формулы Грина для вычисления криволинейных интегралов 2-го рода
11. Нахождение общего решения и решения задачи Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка
12. Решение уравнений, допускающих понижение порядка
13. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го и высшего порядка с постоянными коэффициентами
14. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений 2-го и высшего порядка с правой частью специального вида
15. Решение систем линейных дифференциальных уравнений
16. Исследование сходимости знакоположительных рядов
17. Исследование абсолютной и условной сходимости знакочередующихся рядов
18. Определение область сходимости степенных рядов
19. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена
20. Представление функций рядами и интегралами Фурье

## Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Математика», 2 семестр

### 1. Методика оценки

Контрольная работа проводится по темам: кратные и криволинейные интегралы (три задания); дифференциальные уравнения (два задания); ряды и ряды Фурье (два задания) и включает 7 заданий. Выполняется письменно на отдельных листах во время практического занятия. Допустимо использование справочной литературы, конспекта лекций.

### 2. Критерии оценки

Каждое задание контрольной работы оценивается в 2 балла (14 баллов за работу) в соответствии с приведенными ниже критериями.

Контрольная работа считается **невыполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий (более 3 задач) выполнены с ошибками. Оценка составляет 0-6 баллов.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, большинство заданий контрольной работы выполнено, некоторые виды заданий выполнены с ошибками. Оценка составляет 7-9 баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания контрольной работы выполнены, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки. Оценка составляет 10-12 баллов.

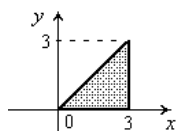
Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания контрольной работы выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному (2 балла за задачу). Оценка составляет 13-14 баллов.

### 3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

### 4. Пример варианта контрольной работы

1. Вычислите двойной интеграл  $\iint_D (3x - 2y) dx dy$  по изображенной области:



2. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = xy$ ,  $z = 0$ ,  $y = 2x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$ .

3. Вычислить интеграл:  $\int_L (1 - x^2) y dx + x(1 + y^2) dy$ ,  $L: x^2 + y^2 = R^2$ .

4. Найти общее решение уравнения  $xy' = y + x^2 \cos x$ .
5. Найти решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям  $y'' + y = 4e^x$ ,  $y(0) = 4$ ,  $y'(0) = -3$ .
6. Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{n}}$ .
7. Разложить функцию  $y = \ln x$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0 = 4$ , указать область сходимости полученного ряда.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Новосибирский государственный технический университет»  
Кафедра инженерной математики

## Паспорт расчетно-графического задания (типовой расчет)

по дисциплине «Математика», 2 семестр

### 1. Методика оценки

Типовой расчет выполняется студентами за счет часов самостоятельной работы.

Обязательные структурные части типового расчета:

Кратные и криволинейные интегралы (задачи № 1-7);

Дифференциальные уравнения (задачи № 8-14);

Ряды и ряды Фурье (задачи № 15-20).

На обложке типового расчета необходимо указать название дисциплины, название и номер типового расчета, ФИО, группу и номер варианта. Каждое задание оформляется на отдельном листе и сдается после прохождения темы. При оформлении задания обязательны: условия задачи, подробное решение с комментариями, рабочими формулами и рисунками, ответ.

Оцениваемые позиции: сроки выполнения типового расчета (до или после установленного срока); наличие в решениях комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков; арифметические ошибки на оценку не влияют.

### 2. Критерии оценки

Работа считается **не выполненной**, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом не сформированы, большинство заданий выполнены с ошибками, оценка составляет менее 9 баллов.

Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если необходимые практические навыки работы с изученным материалом в основном сформированы, приведены решения без комментариев, рабочих формул, иллюстративных рисунков, некоторые виды заданий типового расчета выполнены с ошибками и оценены 0-0,5 балла, задания сданы после установленного срока, оценка составляет 10-13 баллов.

Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все задания типового расчета выполнены, ни одного из них не оценено в 0 баллов, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки и оценены в 0,5 балла, оценка составляет 14-17 баллов.

Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все задания типового расчета

выполнены, приведены решения с комментариями, рабочими формулами и рисунками, качество выполнения заданий оценено числом баллов, близким к максимальному (1 балл за задачу), оценка составляет 18-20 баллов.

### 3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за типовой расчет учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

### 4. Примерный вариант типового расчета

1. Найти объем тела, ограниченного поверхностями  $y = 16\sqrt{2x}$ ,  $y = \sqrt{2x}$ ;  $z = 0$ ;  $x + z = 2$ .
2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 10\left[(x-1)^2 + y^2\right] + 1$ ;  $z = 21 - 20x$
3. Найти массу пластинки, координаты точек которой удовлетворяют неравенствами  $1 \leq x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 9$ ;  $0 \leq y \leq 2x$  с плотностью распределенного вещества  $\mu = y^2$ .
4. Найти массу тела, ограниченного поверхностями  $64(x^2 + y^2) = z^2$ ;  $x^2 + y^2 = 4$ ;  $y = 0$ ;  $z = 0$ ; ( $y \geq 0$ ;  $z \geq 0$ ), с плотностью распределенного вещества  $\mu = \frac{5}{4}(x^2 + y^2)$ .
5. Вычислить криволинейный интеграл по формуле Грина:  $\oint_L (1-x^2)ydx + x(1+y^2)dy$ , где кривая  $L$  – окружность  $x^2 + y^2 = R^2$
6. Вычислить массу дуги кривой  $L$ , заданной уравнением  $\rho = e^{\frac{3\varphi}{4}}$  ( $0 \leq \varphi \leq \frac{4\pi}{7}$ ), если плотность распределенного вещества равна  $\gamma = \rho^{4/3}$ .
7. Вычислить работу силы  $\vec{F} = \{y; 3x; z^2\}$  при перемещении материальной точки вдоль линии  $\gamma : \begin{cases} z = x^2 + y^2 - 1 \\ z = 3 \end{cases}$  от точки  $M(2; 0; 3)$  к точке  $N(0; 2; 3)$ .

Найдите общие решения дифференциальных уравнений и частные решения, если есть начальные условия.

8.  $x^2 y' = y^2 + 4xy + 2x^2$ ;  $y|_{x=1} = 1$ .
9.  $xy' + y = x \sin x$ ;  $y|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0$ .
10.  $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2$ ;  $y(0) = 1$ .
11.  $y'' + \frac{2x}{1+x^2}y' = \frac{6x^2}{1+x^2}$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ .
12.  $y'' + 4y = \frac{8}{\sin 2x}$

13.  $y''' - y'' = 12x + 10$ .

14. Найдите решение системы линейных однородных дифференциальных уравнений

первого порядка 
$$\begin{cases} x' = 2x + y - 2z \\ y' = -x + 2y + z, \\ z' = x + 3y + 4z \end{cases}$$
, удовлетворяющее начальным условиям  $x(0) = -8$ ,

$y(0) = 3, z(0) = 6$ .

15. Исследовать числовой ряд  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$  на сходимость.

16. Исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{\sqrt{n+2}}{n^3 + 6}$  на абсолютную или условную сходимость.

17. Определить область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+2)^2} \cdot (x+3)^n$ .

18. Определить область сходимости функционального ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n(n+1)(x+3)^n}$ .

19. Разложить функцию  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  в ряд Тейлора по степеням  $(x+1)$ . Указать область сходимости.

20. Разложить функцию  $y = e^x$  в ряд Фурье на  $(-1, 1]$ .